

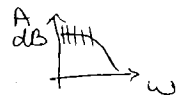
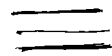
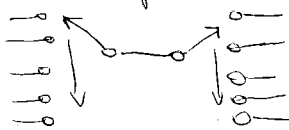
ittl. elte. hu  
szóbeli vizsga

nyomtatni papírt  
jegyzetek is fent

Digital Signal Processing (DSP)

Kommunikáció:

- keratjuk a koaxiális <sup>kábelt</sup> az óceán fenekére  
egyenletes áteresztés  $\sim 10-50$  MHz - ig  
↓  
több telefonbeszélgetést viszünk át



szintromban végigfutattjuk

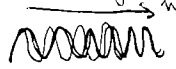
beszéd sávszélessége 2,5 kHz egyik irányba  
 $\hookrightarrow 10 \text{ MHz} \div 2 \times 2,5 \text{ kHz} = 2000$  csatorna  
 mintha AM - t használnánk minden csatornára

- tömörítés  
egyre bonyolultabb feldolgozó áramkörök
- visszhang kiküszöbölése
- GSM  $\rightarrow$  tömörítés az emberi hangra optimalizálva  
véletlenszerűen változtat a frekvenciát közöt  
csomagokban történik az adás

Hangfeldolgozás:

- zene, sürés ... zene optimalizálhat
- különböző tömörítési eljárásokat
- filter optimalizálás  $\rightarrow$  nem halljuk a fazist pl.
- dolby surround ...  $\rightarrow$  több csatorna egybe


Visszhang:

- radar  $\rightarrow$  mozgó objektumot detektálni különböző helyeken
- chirp jel  specialis modulációt használnak  
kiemelkedni ~~szerepel~~ <sup>ezek a</sup> jel a zajból

## FELFELDOLGOZÁS

ha ismerjük a jelet, amit várunk, akkor a zajból kiválasztható

↳ ki kell választani, hogy melyik hiba a kevésbé rossz



túl sok adat problémája → bizonyos adatokat

keresünk ⇒ hogy találjuk meg az igazalmat?

- szondák → katonai célok, tengeralfjáró  
→ orvostudomány

- szeizmika, olajfúrás

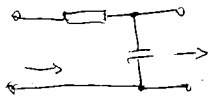
hidraulikus talpi teherautók dobognak → geofon

felveszi a kimenő jelet

Képfeldolgozás:

- orvosi alkalmazások → CT, MRI

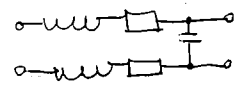
## Rendszer



10 km-es kábelpár



→ szeletekre bontjuk



végteles lánc

távindegyelőkkel

- sztochasztikus, determinisztikus rendszer

véletlenség

nagyon alacsony intenzitásnál zaj jelenik meg

- folytonos → gyakorlatilag, de az elektronok kvantáltak

bináris → digitális

kvantált → részecskefizika

- lineáris és nemlineáris rendszer

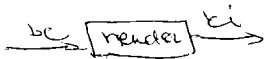
~~sztochasztikus~~ egymás zavarása nélkül

## JELFELDOLGOZÁS

Jelek

- periodikus  $\leftrightarrow$  nem-periodikus  $\{$  determinisztikus
- stationer  $\leftrightarrow$  nem-stacionárius  $\{$  stochasztikus

fel fogjuk tenni, hogy négyzetesen integrálható, a  
 fo.-et,   véges energiájúak a rendszerek

Lineáris rendszerek

lineáris differenciálegyenletek

rendszeroperátor  $H(f(x))$

- $k_i$ ,  $k_e$  ismert  $\rightarrow$  határozzuk meg a hálózatot
- hálózatot,  $k_i$  ismert  $\rightarrow$  mi jött be?
- hálózatot,  $k_e$  ismert  $\rightarrow$  modellezés  $\rightarrow$  kimenet előrejelzés

állandósult állapot

transziens jelenséget

adatsorra ható lineáris operátor; mátrix

szuperpozíció: additivitás + homogenitás  $\rightarrow$  ekkor lin. a r.  
 időbeli állandóság nem kell, de így egyszerűbb  
 tárolni

nem lehet memóriája a rendszernek

példák lineáris rendszerre

kommutativitás  $\rightarrow$  mindig hogy  $AB$  vagy  $BA$

sinusos jelből sinusos jel jön

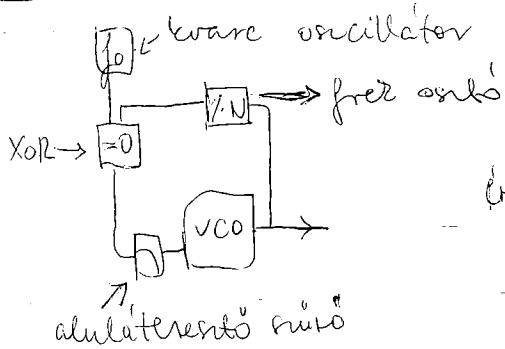
a szögfreq.-ek alakja nem fog változni

a bemenet és a kimenet frekvenciája nem változik, az

amplitúdó és a fázis változik  $\rightarrow$  2 dblog  leírja a rendszert

$\rightarrow$  Bode-diagram

VCO feszültséggel vezérelhető oszcillátor



irdekesseg az elektronikaból

Nemlinearitások bonyolítják a helyzetet

pl... teljesítményszel arányos mennyiségek

Linearizálás

↳ kicsiről elfeledterünk

↳ fejtsük sorba egy egyensúlyi állapot környezetén

↳ logaritmussal homomorf transzformáció

A lineáris rendszer egy ideális eset → valóságban soha nem igaz

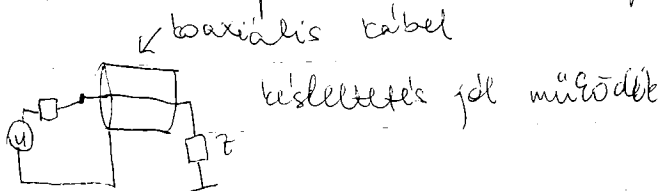
A zaj problémát jelenthet

1 foton/pixel fölött kitűnőtelhetetlen minőségű detektor → nitra nyelék Poisson-eloszlás

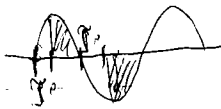
mennyire időinvariáns a rendszer ...

Kérdések ...

- művonal → hosszú kábel → jelek visszaverődnek a végektől, ezáltal valamilyen hullámimpedanciával a végét



- izzólámpa menése triszitonnal



fényhasító áramkör

kiszéleltetéssel kapcsolódik be

nem lineáris hálózat; a teljesítmény a  $Z_0$  kiszéleltetéstől nemlineárisan függ

- soros áramkör nem lineáris  
 $\rightarrow u_1 \rightarrow u_1 u_2$   
 $\rightarrow u_2$  logaritmaló áramtöréssel  
 áramgenerátorláncokkal

Koncentrált paraméterű rendszerek:

- ellenálló
- kétpólus:  $R, L, C$  karakterisztika (VI)
- négy pólus: bemenet - kimenet
- aktív, passzív elemek ...

Váltakozó

- átvonó váltók  $\rightarrow$  megmarad a két póluson
- <sup>kapocs</sup> kétváltó  $\rightarrow$  fesz., nyomás a cső két végén

Kondenzátor

Induktivitás  $E \propto I^2$

Ellenállás  $\rightarrow$  Ohm-tör., dissipált energia van

Rendszeregyenletek, amit leírja a viselkedést.

- átvonó váltók megmaradnak
- potenciál létezése
- lineáris egyenletrendszer (numerical recipes)
- Thevenin, Norton tétel

Komplex függvénytan



Aritmetikai függvény: frekv. áll.

frekv. fr. -ben leírja a lineáris rendszert

amplitúdó, fázis változást írja le

komplex fr.

Fourier sorok:

kötési vizsgálatok

másodrendű parciális differenciálegyenletek megoldásában jönnek elő  $\rightarrow$  peremfeltétel, kezeli-feltételek  $\rightarrow$   $\sin, \cos, \exp$  fv.-ek

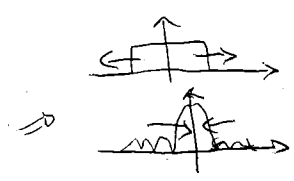
végtelen sor megoldás  $\rightarrow$  összegük is megoldás a p.f.-ekből, és k.f.-ekből egyen az egyértelmű megoldás

szinuszos jelek elektronikában  $\rightarrow$  bekapcsolási jelenségek a transzienset nagyon gyorsan lecsengeni  $\rightarrow$  néhány  $\tau$  (és

periodikus gerjesztés  $\rightarrow$  nem szinuszos jelet Fourier-sorba fejthető  $\frac{1}{T} \omega_0 + \sum_{k=-\infty}^{\infty} (a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t)) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{i k \omega_0 t}$   
 eggyüttható  $\rightarrow a_k, b_k, c_k$   
 hárman kell az ortogonalitást meggyőzővel

Fourier - ~~transzformáció~~ transzformáció:

- $\hookrightarrow$  lineáris
- $\hookrightarrow$  léptékváltás
- $\hookrightarrow$  időeltolás nem változtatja meg a spektrum alakját
- $\hookrightarrow$  szinuszos moduláló jel eltolja a spektrumot, de nem változtatja meg az alakját (amplitúdomoduláció)
- $\hookrightarrow$  differenciálni és integrálni a frekvenciaterületben könnyű
- $\hookrightarrow$  konvolúció



$\rightarrow V_1(\omega) V_2^*(\omega)$

negatív frekvenciát:

valós  $v(t)$   $\rightarrow V(-\omega) = V(\omega)^*$

képzetes  $v(t)$   $\rightarrow V(-\omega) = -V(\omega)^*$

páros fr.  $\rightarrow V(-\omega) = V(\omega)$

páratlan fr.  $\rightarrow V(\omega) = -V(-\omega)$

frekvenciaspektrum  $\rightarrow$  komponensek abszolút értéke

energia ill. teljesítmény spektrum  $\rightarrow$  komponensek négyzete

Lineáris rendszerben nem változik a frekvencia

sin, cos a sajátfr. -t  $\rightarrow$  azaz a frekvenciával

Módszer: bemenő jel  $\rightarrow$  Fourier-felbontás  $\rightarrow$  egyedi sinus

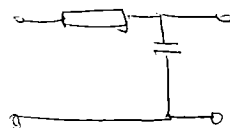
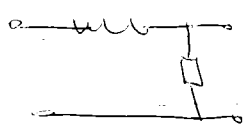
jelek kiszámolása  $\rightarrow$  összegezés, integrál  $\rightarrow$  kimenő jel

$$v(t) \xrightarrow{F} V(\omega) \rightarrow \frac{H(\omega)}{|H|} \xrightarrow{F^{-1}} \alpha(t)$$

ez írja le a rendszert

pl. aluláteresztő szűrőket mindig milyen a

fizikai felépítés  $\rightarrow$  elvileg



ideális átkötéssel

van amikor nem egyenlet meg pl. disszipáció

Dirac-deltával lehet  $H(\omega)$ -t vizsgálni

$$V_{ki}(\omega) = V_{be}(\omega)H(\omega) = H(\omega)$$

↑  
Eimers  
Fourier-t-je  
↑  
 $F(\delta)$   
↑  
 $H(\omega)$

négyzetjel Fourier-transzformálta  $\frac{\sin x}{x}$   
 $\hookrightarrow$  határátmenet  $\int(x) \xrightarrow{F} 1 \xrightarrow{F} \int(x-0)$

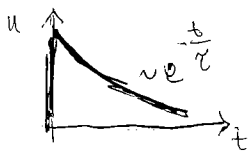
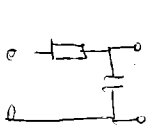
jelhez hozzáadva egy konstansokat csak a 0-ban változik a Fourier-transzformált.

$$V_{ki}(w) = V_{ke}(w)H(w) = H(w) \Rightarrow \text{Bode-diagram}$$

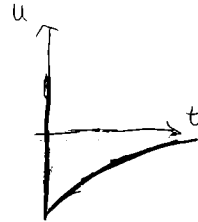
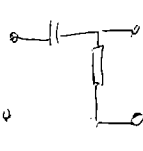
S-ből rakunk  $\rightarrow$  rajon  $H(w)$  karakterisztika

súlyf. az egységimpulusra a válasz

$$h(t) = \mathcal{F}^{-1}\{H(w)\}$$



a súlyf.



$\times$  összegző  $\delta(x)$

$$H[f(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) h(x, \alpha) dx$$

Fréchet-int.

$\downarrow$   
 $H[\delta(x-\alpha)]$  súlyf.

$$H[f(x-\alpha)] = h(x-\alpha)$$

$$H[f(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) h(x-\alpha) dx$$

konvolúciós integrál

a konvolúciós a Fourier-terben:

$$F[g(x)] = H(w) F[f(x)]$$

$$g(x) = f(x) * h(x)$$

a konvolúciós Fourier-transzformáltja a f.-et Fourier-transzformáltjával szorzata.

Fourier-transzformáció több dimenzióban:

lineáris  $\Rightarrow$  minden dimenzióban külön-külön

$$F(w, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-iwx} e^{-ivy} dx dy \quad \text{stb.}$$

a konvolúciós is ugyanígy működik



Képfeldolgozás

pixel 0-255 grayscale  
RGB

1 bites kép  $\rightarrow$  fekete - fehér

$\log(|A|+1) \rightarrow$  0 és értéket is kiemeli

integráriumkiegyenlítés

konvolúció képer

torítás  $\rightarrow$  integráls jellegű

(pl. videoszalag sávlén rögzített hang

$\rightarrow$  zajos  $\rightarrow$  a film szemcséssége miatt 24 mm-es kép 25 kép/sec

600 mm-es 12000 csík  $\rightarrow \frac{1}{20}$  ad mm  $0,16 \frac{m}{s}$

$\rightarrow$  derékszögű jellegű

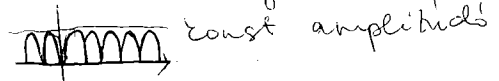
magnetofon  $\rightarrow$   $\delta$  sávlén  $\pi$  és  $v$  sebességgel mozgó szalag

$\rightarrow$  impulzus be



kimenő a fluxusváltozás alátja

$\rightarrow |H(\omega)| \sim \sin x$



a 0 pontok oka, ha az impulzusok távolsága pont akkora, hogy

egyszámszámú impulzus fejt az ablakba

$\rightarrow$  ezért a  $\frac{\sin x}{x} \sim |H(\omega)|$



az egyik aluláteresztő a másik felüláteresztő jellegű

a magnetofon eset változó jelet lehet rögzíteni  $\Rightarrow$  felüláteresztő

(PAL sávszélessége  $\approx 5,5$  MHz)

nehány  $\frac{m}{s}$  -es sebességet kell elérni egy videónak  $\rightarrow$  tömöríteni kell;

$\rightarrow$  lassan mozog



zárja meg a kábelvárosi fej

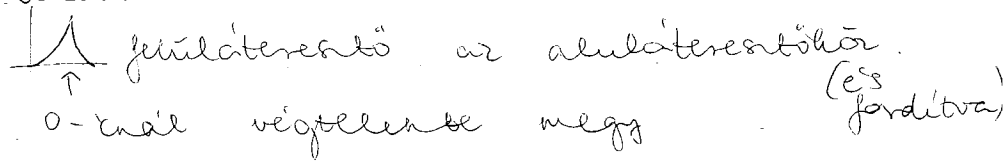
FELFELDOLGOZÁS

ez volt a két alapvető rendszer hogyan legyen a visszatorítás?

$K(\omega)$  a csomópontokban nem létezik  $\Rightarrow$  nem lehet visszadigitálni általában az eredeti jelet a zajjal is oporol van, ha  $H(\omega)$  kicsi

lehetőségek: - Wiener-sűrés  $\rightarrow$  lineáris  
 - nemlineáris eljárásokat  $\rightarrow$  jó, de mindig kézzel kell megtalálni az optimumot

dekonvolúciós kódot



Fázis- és időkeésletetés

lényeges a fázisinformáció

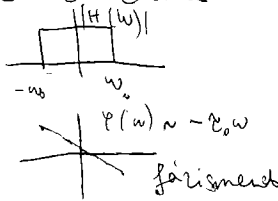
$\sin(\omega(t-\tau))$   
 $\rightarrow \tau_0 \rightarrow$  nem függ  $\omega$ -tól  $\Rightarrow$  nem változik a fázisviszony

$\tau(\omega) = \tau_0 \sim \omega \rightarrow$  error nem torul lényegesen

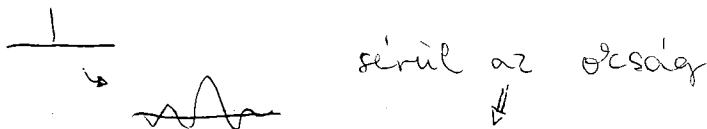
RC aluláteresztő  $\rightarrow$  0 körül lineáris

ideális aluláteresztő

error nincs torulás



egyén egy impulzus  $\rightarrow$   $\frac{\sin x}{x}$  oszlop  $\phi(\omega)$  ki

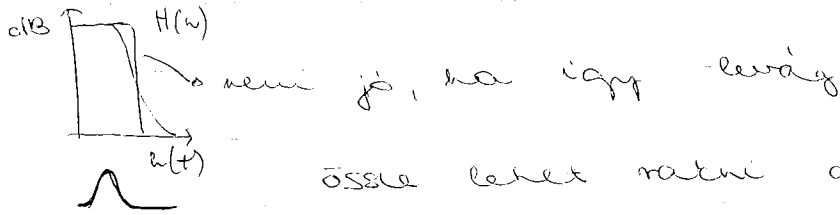


nem létezik ideális aluláteresztő sűrű

ez csak analóg időnél értelmes

ilyent ígarebből nem szokunk használni

le kell gömbölyíteni a négyzetjelet

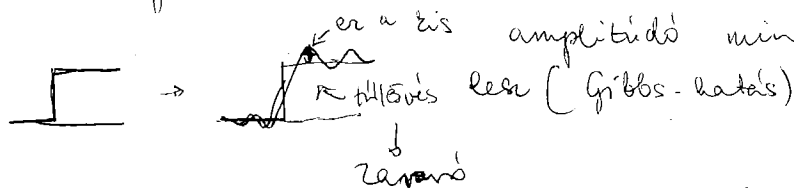


össze lehet venni a megfelelő sűrűt

majd ezt is megtanuljuk :)

ideális aluláteresztő, ha nagyon sűrűn adjuk a jelet, akkor nem kapunk semmit  $\Rightarrow$  max. 2T

lineáris rendszer  $\rightarrow$  integrált, derivált bemenő jel  $\Rightarrow$  integrált, derivált kimenő

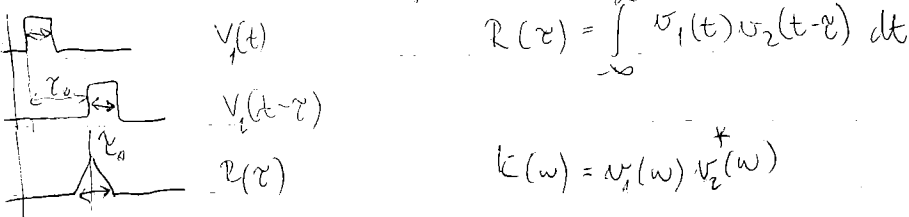


Nyquist tétel: legfeljebb a legmagasabb frekvencia kétszerese az impulzusok maximális sáma

viszonalításnál pont a csomópontokban kell mintavételezni  
 jel/zaj viszony  $(\log_2 \frac{S}{N})$  z.f.  $\rightarrow$  csatolatapacitás

Korrelációs fv.

Össze akarunk ezt jelet hasonlítani



Tulajdonságok

- az autokorrelációs fv. szimmetrikus
- a 0 helyen maximum
- nem lineáris (négyszögletes jellegű) az energiátartékkal van

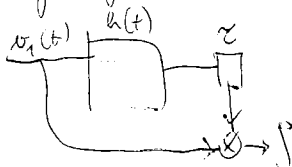
$A(w) = |v(w)|^2$  gyakorlatilag az autokorrelációs fv. a teljesítménspektrum

Átviteli fű. vizsgálata konrelációs fű. -nyel

↳ megfelelő kísérleti berendezés

$h(t)$  rendszer bemenő jelet  $x$ -val kísérletjűt kimenővel

összeintegráljűt



$p$ : atomreaktor  $\rightarrow$  vezérlt rendszer

hű...

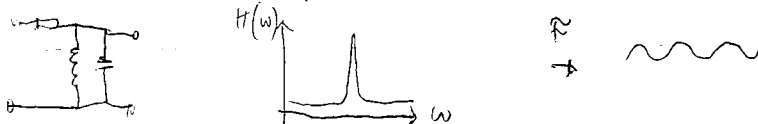
Eloszlásfű és társai

valószínűségi

véletlen folyamat, Gauss-görbe, átlag, szórá

(Numerical Recipes)

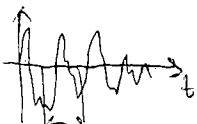
Véletlenszerű jelet autokorrelációs fű.-ei



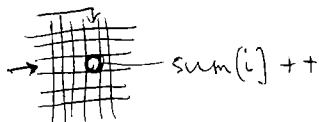
stationer és ergodikus jelet mérűl

normált valószínűségi sűműségfű.

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1$$



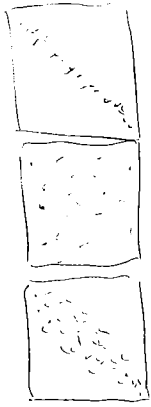
$x \rightarrow$  idővel kisebb veszűrű mintát  $\rightarrow$  kvantáljűt AD-konverter



nemlábűl a cellahelyetű

$x$  idő lehet rövid, ha az AD-konverter mintavetűtű jű

$p$ . magfizikai mēnűsűlben



$$\tau \ll \frac{1}{f_a}$$

felső határfrekvencia

$$\tau \gg \frac{1}{f_a}$$

a változási idő környékén

$$\tau \approx \frac{1}{f_a}$$

matrix  
analízator

$$R(\tau) = \iint xy p(x, y, \tau) dx dy$$

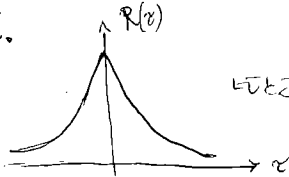
pl) pénzfeldobás  $\tau$  időtörzönként  $R(\tau) = 0$



3 véletlen törvírdjel

$$p(\tau, \tau) = \frac{1}{\tau!} \left(\frac{\tau}{T_0}\right)^\tau e^{-\frac{\tau}{T_0}}$$

$$R(\tau) = e^{-2\frac{\tau}{T_0}}$$



étörnsimmetrikus

ebből nem lehet visszakapni az eredeti jelsovozatot  
nagy információvesztés  $\rightarrow$  fázis  $|I|^2$  miatt

Energiaspektrum és autokorrelációs fu. kapcsolata

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |V(\omega)|^2 e^{i\omega\tau} d\omega$$

teljesenergispektrum

$$|V(\omega)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$$

teljes ortonormalt rendszer:

$$\|x\|^2 = \langle x, x \rangle = \sum_{k=1}^{\infty} \langle x_k, x \rangle^2$$

ha ugyanaz az energiaspektrum akkor az autokorrelációs fu. is ugyanaz

pénzfeldobás



törvirdjel



egyegimpulzus bemeny  $H(\omega)$  rendszerbe  $\rightarrow h_1(t)$  kijön

$$R[h_1(t)] = |H(\omega)|^2$$

fehérzaj bemeny  $H(\omega)$ -ba  $\rightarrow h_2(t) = \text{const.}$

$$R[h_2(t)] = |H(\omega)|^2$$

ugyanaz

Keresztkorreláció Fourier-térben

$$\begin{cases} V_k(\omega) = H(\omega) V_b(\omega) \\ \rightarrow V_k V_b^* = H(\omega) \cdot V_b V_b^* = |V_b(\omega)|^2 \end{cases}$$

$$K_{kb}(\tau) = h(t) \otimes R_b(\tau)$$

↓  
konvolúció

lineáris rendszer ki-be keresztkorrelációja a súlyzó-  
~~konvolúció~~ konvolúciója a bemenőjel autokorrelációjával

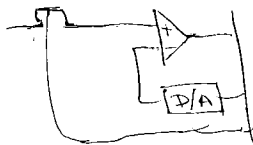
$$|V_b|^2 |H|^2 = |V_k|^2$$

frekvencia karakterisztika	sinuszos generátor váltóáramú jel.	amplitúdó és fázismérő
súlyzó.	impulzust adó jelgenerátor	időjel-t rögzítő eszköz (oszc)
súlyzó.	véletlenű zajgenerátor	korrelátor (PC)

néhány nagy igazságot megmutatni a diátnál!

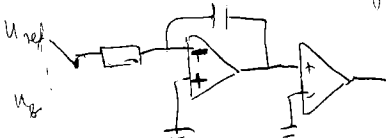
Analóg - digitál átalakító

• successzív approximációs konverter

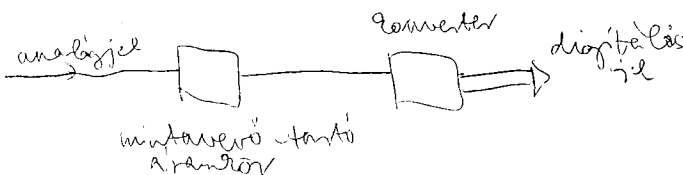


$2^n$  szint  $n$  lépésben  
bonyolult vezérlés

• kettős meredekségű konverter



• flash konverter : annyi db komparátor ahány szint  
nyers, de sor eszköz



probléma a nagyon rövid idejű vektorábrák  
hiba kerül bele a kvantálással  
készen vett jelre nézve hirtelen ráft, hogy idő-  
irányba jobbra legyen a felbontás  
lehet használni sűrű képek nyomatására  
Mintavételi br.

Átfedés ha  $f_{max} > \frac{1}{T}$

mintavételi frekvencia nagyobb kell lenni, mint a legnagyobb  
frekvencia duplája

$$f_{mintavétel} \geq 2f_{max}$$

ha megsértjük, akkor a mért jel frekvenciája a minta-  
vételi frekvencia és a jel frekvenciájának különbsége

$$f_{mintavétel} = 0,95 f_{jel} \Rightarrow f_{mért} = 0,5 f_{jel}$$

a mintavételi aránytörés elvárt minőségű minőségű kell és,  
akkor tuti jó

visszaszínálás DA átalakításnál  $\rightarrow$  magaskiemelés a  $\frac{\sin x}{x}$  csökkentése miatt

kép CCD-nél is AD átalakítás

szilíciumba fotón  $e^-$  keltés

többi probléma: a kép variabilitása nem lehet kisebb  
mint a pixel távolság (felbontóképesség)

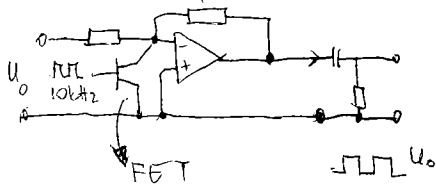
videójel: egy sorban az intenzitásérték, ~~és~~ rövid visszafutás  $\rightarrow$  soronként  
felképek (20ms)  
(64  $\mu$ s)

### Digitális sűrűk

az adatok ugyanolyan időközönként vannak mintavétellel  
vannak nem egyenletes mintavétellel is rendszerrel is

~~és~~ egyenletes időközönként minél a jelet a feldolgozás

pc hangtárolja nagyon jó 16 bites 44200 Hz-es AD konverter  
 → lassan változó jelekre is jó



így lehet egyenfeszültséget változóvá csinálni

pl. lassú hőmérsékletváltozásnál

a feldolgozás:

↳ valamilyen képlettel elemet súlyfaktorokkal  
 kimenet

képletet és számát korlátja a processzor sebességével  
 memória méretétől függenet

szorozni összeadni kell → néhány órajel

↳ kimeneten súlyozott összeg jelenik meg

lineáris rendszer

mintavételezési tv. dönti el, hogy van-e információvesztés

ha beadunk egy Dirac-deltát  $h_0 + h_1 + h_2 + \dots$  súlyfaktorok  
 jelennek meg a kimeneten, ami megfelel a súlyf.-nek  
 az "a" betűt a súlyfaktorok a memóriától

z-transzformáció → Fourier-trafó helyett a memóriától  
 használják

végtelen válaszi IIR → nem lehet eldönteni,  
 hogy lesz-e állandó pl, ha nem adunk  
 bemenetet.

praktai képletelés → táblával

↑ sávszűrő → sajátfrekvenciája jön ki ha rezonál  
 tiljő → vizuális kell vele  
 Monte Carlo simuláció

fázismentes: FIR lineáris

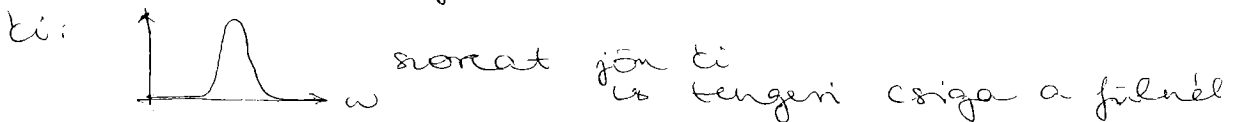
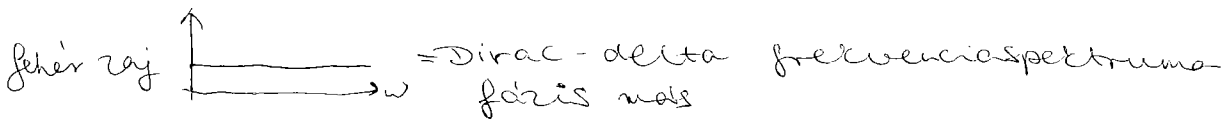
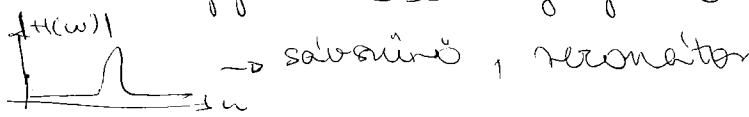
IIR nemlineáris

alkalmazási területtel DSP - Enel



rekurzív sűrűsítők → a kimenő jel a korábbi bemenő és kimenő jelek súlyozott átlaga  
 ha rosszul van beállítva az IR sűrűsítő akkor képes lesz rezonálni

kvázidifferenciális áramkör → ezt késleltetés  
 digitalis felületre szerelt sűrűsítő  
 sáváteresztő, sávcsúszó áramkör  
 kivághat nagyon keskeny frekvenciát



fázismenet → lineáris FIR → szimmet. jel  
 nemlineáris IIR → aszimmet. jel  
 ↓  
 visszacsatolás

véletlenrészgenerátor → nem igazi  
 zajgenerátor alatt

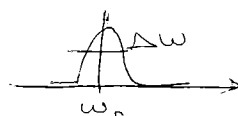
$(\frac{\sin x}{x})^2$  teljesítményspektrum a  $\Delta$ -etűnél  
 kivághat egy ablakot és vissza kell kompenzálni  
 digitalis sűrűsítéssel  $(\frac{\sin x}{x})^2$  súlyozással  
 ha minden megfelelő → sávlimitált fehérzaj  
 analóg módon összerakva a súlyozást egy lépésben  
 megcsinálhatjuk ezt a sűrűsítést  
 megfelelő pontosságú fehérzajgenerátorhoz véges bitsáv

- sűrűsítő paraméterei:
- amplitúdómenet sima
  - lebegés meredeksége max
  - esés <sup>stb</sup> minimális

átviteli sávban minél lineárisabb jelismenettel optimalizálni kell a frekvencia- és fázisátvitelt  $a_0, \dots, a_n, b_0, \dots, b_m$  paramétereket a tervezőprogram próbálja optimalizálni

ugráshf. átvitelnél túllövés  $\rightarrow$  ~~minél~~ minél melegebb a levegős annál nagyobb túllövés

jóság tényező: átvitel szélessége  $\Rightarrow \frac{\omega}{\Delta\omega}$



hőny periódus alatt cseng le a kiválasztott frekvenciájú szinusz

keskeny sűrű nagyon jól sűrű egy frekvenciát, de tranziensettel szemben rosszul viselkedik egyre jobb sűrűnél egyre nagyobb a késleltetés

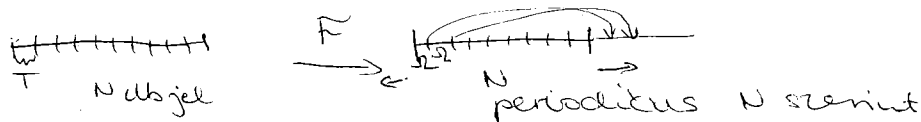
Diszkrét Fourier-transzformáció

$$V(k\Omega) = \sum_{n=0}^{N-1} v(nT) e^{-j2\pi k n T}$$

$\Omega = \frac{2\pi}{NT}$   
 $\uparrow$   $\nwarrow$  a periódus  
 alafrekvencia

N db mérési eredményből kiindulunk  $\rightarrow$  N db komplex szám  $\rightarrow$  2N db szám  $\rightarrow$  nem függetlenek  $\rightarrow$  csak a fele frekvenciáig van új információ

szám  $\rightarrow$  2N db szám  $\rightarrow$  nem függetlenek  $\rightarrow$  csak a fele frekvenciáig van új információ



valós része a F-transzformáltnak páros for/ elég a felet megnézni  
 imaginárius része páratlan/ minden pontra  
 mátrixművelettel alakítható  $\sim N^2$  művelet  
 a típus

egy elem sem lehet = 0

Gyors Fourier transzformációs  
motiváció ...

a minta 2 egészrészű hatványa legyen, de ma már lehet prímtényezőbontással  
ciklikus konvolúcióra jó → 4-es lépés

Fourier - transzformációt gyorsító algoritmusok **05.04.**

4 sorra → 2 sorra + 1 rövona ⇒ lehet redukálni a műveleteket, mert komplex számok

szel egyszerű példa ... • Winograd - algoritmus →

felbontja törstényező sorszátra → hatékony FFT

• (wavelet), Haar, Valsch ↓ bonyi programozás

↳ törstényező a szimmetriát követve meggyorsítható

↳ teljesítményspektrumhoz hasonló amit elő tud állítani

↳ konvolúcióra nem jó (ortogonalitás)

↳ ilyenkor pl. hangfelismerő, hangszintetizáló rendszerben

Zajok, zavarok

↳ mérhető (v. zajtípusok listázása)

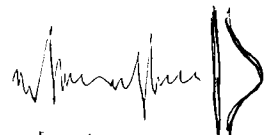
nem lehet megmérni

↳ jellemző: véletlenszerű, korrelálatlan → magával is csak időeltolással mérhető

statisztika: átlag, eloszlásf.   
 nórák

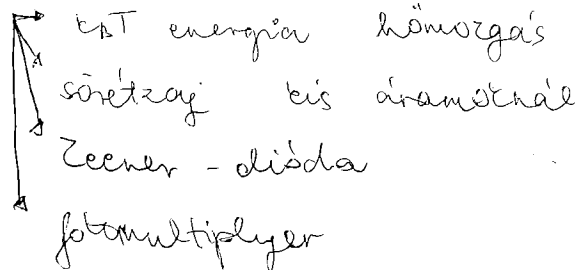


fehérzaj



Poisson → tértérszámok → diszkrét

↳ van teljesítménye



} felerősítő azaj

teljesítmény =  $\int_{-\infty}^{\infty} (\lambda + x)^2 G(x) dx = \lambda^2 + \sigma^2 = P_{\text{egyen}} + P_{\text{változó}}$

$\uparrow$  hely  $\uparrow$  súlyf.  $\int G(x) dx = 1$

mérhető a zaj növekedése, ha  $\lambda = 0$

zaj a homogén mintán nem észlelhető csak ~~szűréssel~~  
 pl:  $-50^\circ\text{C}$ -os CCD  $\rightarrow$  komplex torzítás  $\rightarrow$  szűrő elmozdítás

zajhőmérséklet  $\Leftrightarrow$  zajteljesítmény

a szines zaj függ a frekvenciától  $\Leftrightarrow$  fehérzaj

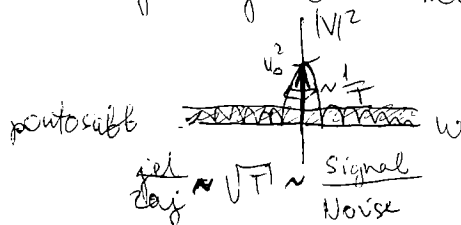
vörösaj; vöröszaj  $\rightarrow$  aluláteresztő áteresztett fehérzaj

Voltmérővel atarjút a zajos jelet mérni

$\hookrightarrow$  kiátlagoljuk

hosszan átlagolva

lesz  $\lambda_0$  mérése



Wiener - mérés

dekorat  $\rightarrow$  atmegy a jel  $\rightarrow$  vissza kéne konvolválunk

hogyan lehet értelmes dekonvolúciót csinálni? lineáris módszer!

$K(\omega) = ?$  van zaj meg  $\delta$ -helyek a  $H(\omega)$ -ban

optimalizáláshoz csak a kimenőjelet és a zajt kell megmondani  
 zaj ~~szűréssel~~ autokorrelációs f. -e  $S(x)$   $\neq$  nem használhat magára

Integráló voltmérő

$\frac{I}{Z} \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$

kváziperiodikus jelet  $\rightarrow$  javítani atarjút a zaj-  
 teljesítményt

$\hookrightarrow$  triggerelés

$\hookrightarrow$  egészszámú periódus  $\rightarrow$  kiátlagolódik a zaj

fejlesztő  $\rightarrow$  csak a "periodikus" jeleket enged át

Klasszikus sűrű

az optimum kell a zaj és a jel között  
ideális sűrűvel

zajos jel miatt várható értékekkel számolhatunk  
fehérzajtól  $\rightarrow$  egyenletmatrix

olyan sűrű kell ami ugyanolyan mint a jel  
tűkrözött sűrű a jó sűrű

képen térben mindkét irányba tűkrözi  
er ugyanaz, mint a korrelációs

sor helyen használják, de azért nagyon bonyolult  
vizsgálni kell ... jó modell kell a jelről

Wavelet transformáció  $\rightarrow$   $\sin + \cos$   $\rightarrow$   $f(x)$

használhatnánk Fourier meg Dirac-delta helyett  
másik teljes  $f_0$ -bázist

Haar, Walsch, Wavelet  $\rightarrow$  hullámcsomag  
helyi sinus bázis

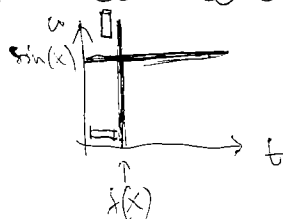
a baj, hogy nem teljes ortonormált rendszer  
kvázi ortogonalitást csinálunk

konvolúciósra csak a Fourier-t jött

Walsch -  $f_0$ :  $\rightarrow$  előjele a  $\sin, \cos$ -nak

$\rightarrow$  csak összeadásra egyszerűsödik  
 $\hookrightarrow$  jó

időben lokalizált  $\rightarrow$  keskeny csúcs az időben  $\Leftrightarrow$  széles  
frekv.  $\hookrightarrow$   $f(x)$  cellaméret  $\hookrightarrow$   $\omega$   $\hookrightarrow$   $t$



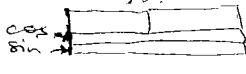
mint a Heisenberg

spec. waveletet választunk  $\rightarrow$  síkban

így lehet waveletet generálni  $\rightarrow$  na de hogyan? mi?

kell egy digitális szűrő, ami megcsinálja a cellákat

DWT  $\rightarrow$  sebessége mint FFT

  $\rightarrow$  páris így néz ki

Daubechies wavelet -et

(gygy téptömörítésben benne van, '90 körül)

DAUB4 wavelet -et

gyöngyű matrix

páratlan sor  $\rightarrow$  FIR - szem  $\rightarrow$  integrálás, simítás

páros sor  $\rightarrow$  előjelváltás, tükrözés  $\rightarrow$  deriválás  
~~val~~ jobbra kettővel eltolás

pent olyan mint a DFT. ill FFT. matrix

feltétel:  $M^{-1} = \tilde{M}$

- páros sorok zimenete 0 a konstansra és az egyenesre  
 $\uparrow$  4 egyenlet

minden elemet szépen le lehet generálni

széféle wavelet család generálható le

(rajos jelekre jó) 2 hatvány jel sorozat már megint wavelet együtthatóit kijönnek

tömörítés  $\rightarrow$  oda - vissza kell működni

alkalmazás: zajszűrés

tömörítés  $\rightarrow$  hatékony, helyet amplitúdót kell tárolni  
 minimalis bitása az adatónak!

az ellet képes megírni

nagyon izgi VanGoogle