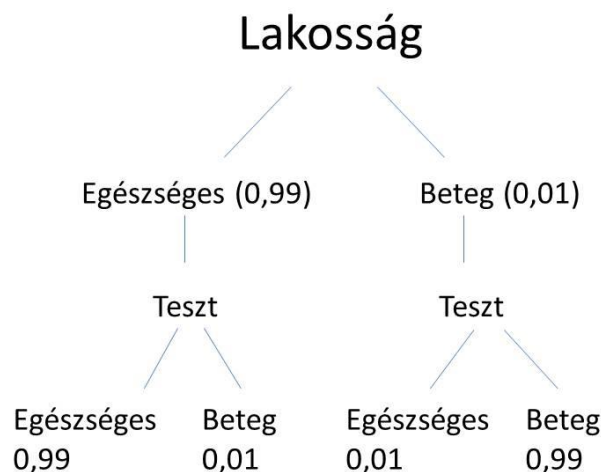


6.5. Az orvosi teszt a veszettséget 99% valószínűséggel kimutatja a betegnél, de az egészségesek között is 1% valószínűséggel—hibásan—jelzi a betegséget. A statisztikából ismert, hogy a veszettség előfordulása 1%. Milyen valószínűséggel hihet az orvos a teszt eredményében? Lehet-e a teszt biztonságát növelni? Milyen biztonsági intézkedésekkel lehet elejét venni a felesleges laborvizsgálatoknak?

Ahogy az megállapítható, jelenleg a feltételes valószínűség tipikus esetével állunk szemben. Thomas Bayes brit matematikustól származik egy tétel, amely a feltételes valószínűség és a fordítottja között állít fel kapcsolatot, és én ezt fogom használni. A tétel legegyszerűbb formájában azt állítja, hogy ha ismert az A és B események valószínűsége, és a $P(B|A)$ feltételes valószínűség, akkor $P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$. A szokásos értelmezésben A valamiféle hipotézis, B egy megfigyelhető esemény, és a tétel azt adja meg, hogyan erősíti vagy gyengíti az esemény megfigyelése a hipotézis helyességébe vetett hitünket.



A feladat kiírása alapján készítettem ezt az ábrát, amin az látható, hogy a statisztikák szerint mennyi a veszett ember a lakosságban, és azt is feltüntettem alatta, hogy a teszt ezek közül az emberek közül milyen százalékban mond beteg, vagy egészséges eredményt.

Ezekkel az adatokkal számolva azt az eredményt kapjuk, hogy nem hihetünk azonos mértékben a teszt pozitív, illetve negatív eredményének.

Az I. esetben a teszt eredményét pozitívnak vesszük, azaz betegnek mondja a páciens. Ilyen eredmény akkor születik, ha a lakosság 1 beteg százalékába esik az alany, amit ki is mutat a teszt, vagy a 99 százaléknyi egészséges közül kap valaki fals pozitív eredményt, amire 1% az esély. Erre a

$$\frac{0,01 \cdot 0,99}{0,01 \cdot 0,99 + 0,99 \cdot 0,01} = \frac{1}{2}$$

számolás alapján azt kapjuk, hogy a teszt eredménye két esélyes.

A II. esetben a teszt eredményét negatívnak vesszük, vagyis egészségesnek mondja a páciens. Ilyen eredmény úgy születhet, hogy az ember tényleg a lakosság 99 százalékából származó egészséges, vagy beteg, de a teszt mégis egészségesnek titulálja. A fentihez hasonló számolással

$$\frac{0,99 \cdot 0,99}{0,99 \cdot 0,99 + 0,01 \cdot 0,01} = 0,99989$$

azt az eredményt kapjuk, hogy az eredménynek hihetünk, hiszen majdnem biztos, hogy a páciens tényleg egészséges.

Milyen valószínűséggel hihet az orvos a teszt eredményében?

A két eredményt összehasonlítva azt láthatjuk, ha az alany egészséges, a teszt szinte biztos, hogy negatív eredményt fog hozni. Annak a valószínűsége, hogy valaki a teszt szerint egészséges, és mégis beteg, a fentiekhez hasonlóan számolva: 0,000102, tehát gyakorlatilag 0. Viszont fordítva ez koránt sem biztos. Az orvosok tehát jobban teszik, ha csak a negatív eredményt fogadják el fenntartások nélkül, míg a pozitív eredményt produkáló beteget egyéb vizsgálatoknak is alá kell vetni, és alaposan kikérdezni. A teszt újra elvégzése után, ha megint betegséget mutat a teszt, akkor

$$P(E + M) = P(E) + P(M) - P(EM)$$

Mivel $P(E)$ és $P(M)$ független események $P(EM) = P(E) \cdot P(M)$

Tehát ebben az esetben annak a valószínűsége, hogy a páciens valóban beteg:

$$P(E + M) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

Ha azonban a teszt eredménye másodszor egészségest mond, pedig először betegséget jelzett, akkor annak a valószínűsége, hogy valójában beteg:

$$P(E + M) = 0,5 + 0,000102 - 0,5 \cdot 0,000102 = 0,500051$$

Tehát nagyjából ugyanolyan bizonytalan lehet az orvos, és szükség van egy harmadik tesztre. Ha ez ismét beteget mond, akkor:

$$P(E + M + H) = 0,500051 + 0,5 - 0,500051 \cdot 0,5 = 0,750046$$

valószínűséggel beteg az illető.

Ha az első beteg eredmény után kapunk egy egészségest, akkor annak a valószínűsége, hogy egészséges:

$$P(E + M) = 0,000102 + 0,99989 - 0,000102 \cdot 0,99989 = 0,999890011$$

De mivel a két eredmény ellent mond egymásnak, célszerű harmadszor is elvégezni. Ha ennek az eredménye ismét egészséges, akkor a páciens

$$P(E + M + H) = 0,999890011 + 0,99989 - 0,999890011 \cdot 0,99989 = 0,999999987$$

valószínűséggel egészséges, tehát szinte biztos.

Lehet-e a teszt biztonságát növelni?

Nyilvánvalóan látszik, hogy a teszt biztonságának növelésére csak az I. esetben van szükség, mivel a II. esetben szinte teljesen bizonyosak lehetünk abban, hogy a teszt eredménye a valóságnak megfelel. A legkézenfekvőbb megoldás a teszt többszöri megismétlése lenne, de a betegek sem örülnének, ha túpárnát csinálnának belőlük a diagnózis felállításához, és a kórháznak sem jó rengetek pénzt áldozni a tesztek ismétlésére. A megoldást egy hatékonyabb teszt jelentené, ami még a mostaninál is kisebb hibával mutatja ki egészségeseknél a betegséget hamisan. Ezek a fejlesztések pedig az orvosokra és gyógyszereszekre várnak.

Milyen biztonsági intézkedésekkel lehet elejét venni a felesleges laborvizsgálatoknak?

A fölösleges laborvizsgálatok elkerülésének a legjobb módja, ha először kikérdezik a páciens, és megbizonyosodnak róla, hogy valóban reális esélye van annak, hogy elkapta a veszettséget. Megfigyelés alá vonják az állatot, amelyik feltételezhetően megfertőzte, amennyiben van erre mód, és ha azon nem jelentkeznek a veszettség tünetei, akkor nyilván nem adhatta tovább a betegséget. Ha nincs meg a veszettnek vélt állat, akkor kénytelenek az beteg elmondásaira hagyatkozni annak megítélésében, hogy valóban veszett volt-e. Ezeknél a módszereknél egy fokkal talán még jobb lenne, ha magát a fertőzést próbálnánk kivédeni, és akkor egyáltalán nem lenne szükség a költséges vizsgálatokra. Sem a laborvizsgálatokra, sem pedig a beteg kezelésére. Ennek egy módja, ha a háziállatokat rendszeresen beoltatjuk, amikkel együtt élünk, idegen állatokkal pedig kerüljük az érintkezést, főleg a vadonban. A veszett állatok mielőbbi elfogásával, és elaltatásával pedig meg lehet akadályozni a betegség terjedését. Ha nem fertőződnek meg újabb egyedek, akkor a betegség előbb-utóbb megszűnik majd létezni. Ez kissé utópisztikus, de egyben a legbiztosabb megoldás is a fölösleges vizsgálatok ellen.