A fizika numerikus módszerei II. – zárthelyi dolgozat

A teszt kitöltésére 45 perc áll rendelkezésre. Semmilyen segédeszköz nem használható.

1. Egy egyenletrendszer megoldása nem egyértelmű, ha a mátrixa
   - ☐ több sorból áll, mint oszlopból.
   - ☐ négyzetes, valamint az j. oszlopára igaz, hogy $a_{ij} = 0$, ha $i >= j$.
   - ☐ négyzetes, és valamelyik oszlopa előáll két másik oszlop lineárkombinációjaként.
   - ☐ négyzetes, és minden főátlóbeli eleme 0.
2. Egy négyzetes mátrix numerikusan szinguláris, ha
   - ☐ az j. oszlopára igaz, hogy $a_{ij} = 0$, ha $i >= j$.
   - ☐ a Gauss–Jordan-elimináció sorcsere nélkül nem végezhető el rajta.
   - ☐ a Gauss-Jordan-elimináció során a főátlóban pivotálás előtt 10^{-10}-nél kisebb szám jelenik meg.
   - ☐ egyik sora a számábrázolás pontosságának erejéig egy másik sorának számszorosa.
3. Négyzetes mátrix Gauss–Jordan-eliminációjakor teljes pivotálásra
   - ☐ akkor van szükség, ha a mátrix két oszlopa megegyezik.
   - ☐ akkor van szükség, ha a mátrix j. oszlopára igaz, hogy $a_{ij} = 0$, ha $i >= j$.
   - ☐ numerikusan szinguláris mátrixok invertálásakor van szükség.
   - ☐ a nagyobb numerikus stabilitás érdekében van szükség.
4. A magasrendű polinommal való interpolálás
   - ☐ stabilabb, mint a köbös spline, de jóval lassabb.
   - ☐ általában instabil, mert a magas hatványú tagokhoz nagy együtthatók tartoznak.
   - ☐ jó használható szingularitással rendelkező függvények esetében.
   - ☐ exponenciálisan és logaritmikusan változó függvények esetén optimális.
5. Pólussal rendelkező függvények
   - ☐ leginkább racionális törtfüggvényekkel interpolálhatók.
   - ☐ komplex pólusok környezetében hatványsorokkal jól extrapolálhatók.
   - ☐ a pólus környékén leginkább köbös spline-okkal interpolálhatók.
   - ☐ a pólustól távol is rosszul interpolálhatók.
6. A köbös spline-ok módszerének előnye, hogy
   - ☐ szingularitással rendelkező függvények esetében is jól működik.
   - ☐ gyorsan változó függvények esetében is jól működik.
   - ☐ jól lehet vele extrapolálni, de a polinomoknál kevésbé stabil.
   - ☐ kellően sima függvények esetében a polinomoknál jóval stabilabb.
7. Mi a bilineáris interpoláció formulája, ha $t = \frac{x-x_i}{x_{i+1}-x_i}$ és $u = \frac{y-y_j}{y_{j+1}-y_j}$
   - ☐ $z(x,y) = (1-t)(1-u)z_{ij} + t(1-u)z_{(i+1)j} + (1-t)uz_{i(j+1)} + tuz_{(i+1)(j+1)}$
   - ☐ $z(x,y) = (1+t)(1+u)z_{ij} - t(1+u)z_{(i+1)j} - (1+t)uz_{i(j+1)} - tuz_{(i+1)(j+1)}$
   - ☐ $z(x,y) = (1-t)(1-u)z_{ij} + tuz_{(i+1)(j+1)}$
   - ☐ $z(x,y) = z_{ij} + tz_{(i+1)j} + uz_{i(j+1)} + tuz_{(i+1)(j+1)}$
8. A szisztematikus mérési hiba
   - ☐ a mérés sokszori megismétlésével $\sqrt{N}$ szerint csökkenthető.
   - ☐ a külső környezetből ered, ezért a hőmérséklet szabályozásával csökkenthető.
   - ☐ a fizikai folyamat sztochasztikus voltából ered, nem csökkenthető.
   - ☐ a műszer pontatlan kalibrációjából ered, pontosabb kalibrálással csökkenthető.
9. A maximum likelihood módszer
   - ☐ csak normális eloszlású, mérésenként független hiba esetén használható.
   - ☐ azokat a modellparamétereket adja meg, melyek esetében az adott mérés megvalósulásának valószínűsége maximális.
   - ☐ azokat a modellparamétereket adja meg, melyek hibája minimális.
   - ☐ megadja a modellparaméterek valószínűségeloszlását, és annak maximumát.
10. A lineáris legkisebb négyzetek módszere
    - ☐ legfeljebb polinomok illesztésére alkalmas.
    - ☐ tetszőleges, de a független változóktól csak lineárisan függő függvények illesztésére való.
    - ☐ tetszőleges, a paraméterektől nem függő függvények lineárkombinációjának illesztésére való.
    - ☐ csak egyenes illesztésére alkalmas.
11. A χ^2 illesztés egzaktul azonos a maximum likelihood módszerrel, amennyiben
    - ☐ az illesztendő modell függvények lineárkombinációja.
    - ☐ a mérési hiba normális eloszlású és mérési pontonként független.
    - ☐ a mérési hiba Poisson-eloszlású és mérési pontonként független.
    - ☐ a független változók és a mérési adatok hibája egyaránt normális eloszlású.
12. A bootstrapping módszer
    - ☐ a kilógó adatpontok kiszűrésére szolgál.
    - ☐ az illesztett paraméterek hibájának becslésére való.
    - ☐ az illesztett paraméterek hibájának csökkentésére szolgál.
    - ☐ a mérési hiba becslésére szolgál.

13. Két független valószínűségi eloszlású mérési érték összegének és szorzatának hibája

☐ $\sigma^2_{x+y} = \sigma^2_x + \sigma^2_y$, illetve $\sigma^2_{x\cdot y} = \sigma^2_x \cdot \sigma^2_y$

☐ $\sigma^2_{x+y} = \sigma^2_x + \sigma^2_y$, illetve $\sigma^2_{x\cdot y} = (xy)^2\left(\frac{\sigma^2_x}{x^2} + \frac{\sigma^2_y}{y^2}\right)$

☐ $\sigma^2_{x+y} = \sigma^2_x + \sigma^2_y$, illetve $\sigma^2_{x\cdot y} = x\sigma^2_x + y\sigma^2_y$

☐ $\sigma^2_{x+y} = (x+y)^2\left(\frac{\sigma^2_x}{x^2} + \frac{\sigma^2_y}{y^2}\right)$, illetve $\sigma^2_{x\cdot y} = (xy)^2\left(\frac{\sigma^2_x}{x^2} + \frac{\sigma^2_y}{y^2}\right)$

14. Egy magasabb rendű integrálási módszer

☐ jobb, mert kevesebb számolást igényel, így csökkenti a kumulált kerekítési hibát.

☐ hatékonyabb, mert ugyanolyan lépéshossz mellett kisebb hibát eredményez, így gyorsabban lefut ugyanazon a számítógépen.

☐ jobb, mert ugyanolyan lépéshossz mellett csökkenti a diszkretizációs hibát.

☐ hatékonyabb, mert ugyanannyi függvénykiértékelés mellett általában kisebb hibát eredményez.

15. A Monte Carlo módszer integrálásra

☐ csak akkor használható, ha ismert az integrálási tartomány térfogata.

☐ lassan konvergál, hiszen az integrál hibája csak $1/\log N$ szerint csökken.

☐ lassan konvergál, hiszen az integrál hibája csak $\sqrt{N}/N$ szerint csökken.

☐ magas dimenzióban is pontos, de költséges, mert jó véletlen számot generálni drága.

16. A negyedrendű Runge–Kutta-módszer előnye, hogy

☐ a lépésenkénti hiba $O(h^5)$ szerint csökken, hiszen integráláskor megmarad az energia.

☐ ugyanolyan lépéshossz mellett kevesebb függvénykiértékelést igényel, mint a középponti módszer.

☐ a felösszegzett hiba $O(h^4)$ szerint csökken.

☐ implicit módszer, ezért nagy lépéshossz esetén is konvergens.

17. Az implicit integrálási módszerek előnye, hogy

☐ az integrációs lépést lineáris problémára vezetik vissza, amit mátrixinvertálással meg lehet oldani.

☐ megtartják az energiát, mivel minden lépésben kiejtik a diszkretizációs hibát.

☐ az amúgy csak nagyon kis lépéshosszal megoldható „stiff" egyenletek megoldására is alkalmasak.

☐ megtartják az energiát, ezért alacsony rendben is hatékonyabbak, mint a Runge–Kutta-módszerek.

18. A szekáns módszer

☐ lassabban konvergál, mint a regula falsi módszer, de bekeretezve tartja a gyököt.

☐ lassabban konvergál, mint a felezős módszer, de bekeretezve tartja a gyököt.

☐ ugyanúgy konvergál, mint a felezős módszer, de előjelet nem váltó függvényre is működik.

☐ gyorsabban konvergál, mint a felezős módszer, de nem tartja bekeretezve a gyököt.

19. Többdimenziós minimumkeresésnél a konjugált-gradiens-módszer előnye, hogy

☐ mindig a legmeredekebb irányban halad, így gyorsan konvergál.

☐ mindig az előző lépésre merőleges irányban halad, ezért elkerüli a szűk völgyeket.

☐ nem feltétlen ez előző lépésre merőleges irányban halad, ezért a szűk völgyekben is gyors.

☐ mindig a legmeredekebb irányra merőlegesen halad, így gyorsan konvergál.

20. A Jacobi-transzformáció

☐ hatékony, mert nagy mátrixokra is gyorsan konvergál a mátrix diagonalizáltjához.

☐ sorok egymásból való kivonogatásával a mátrix nem diagonális elemeit egyenként nullázza.

☐ elemi forgatások sorozatával a mátrixot lassan, de jó közelítéssel diagonális alakra hozza.

☐ minden lépésben lenullázza a mátrix egy elemét, így $N^2 - N$ lépésben teljesen diagonizálja a mátrixot.