Fiznum második rész

Pál Bernadett

1. 1. hosszabb feladatsor

15

Határozzuk meg a 13. feladatban szereplő rendszer sajátfrekvenciáit!
Megoldás:
Kiszámoljuk a mátrixot.
ábra az első feladatsorban.

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_1 &= D(x_2 - x_1) + D(x_3 - x_1) - dx_1 \\ m\ddot{x}_2 &= D(x_3 - x_2) - D(x_2 - x_1) \\ m\ddot{x}_3 &= Dx_3 - D(x_3 - x_2) - D(x_3 - x_1) \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_1 &= x_1(-3D) + x_2 D + x_3 D \\ m\ddot{x}_2 &= x_1 D - x_2(2D) + x_3 D \\ m\ddot{x}_3 &= x_3(-D) + x_2 D + x_1 D \end{aligned} \implies \begin{matrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{matrix} \tag{2}$$

Octave-ban:
A=[-3 1 1; 1 -2 1; 1 1 -1]
eig(A)
a kiírt sajátértékeknek veszem a -1szeresét és gyököt vonok belőlük. Azok lesznek a sajátfrekvenciák.

16

Alkossunk 6x6os felsőháromszög mátrixot, melynek nem nulla elemei a) $A_{j,k} = j \cdot k$ b)véletlen számok. Vizsgáljuk meg a sajátértékeket, sajátvektorokat!
Megoldás:
function A=andrisnincsitt()
for i=1:6
for j=1:6
if (j≥=i) ide sima kacsacsőr kell, csak a LaTeXnem fogadja el -.-
A(i,j)=i*j;
end
end
end
end

octave:
A=andrisnincsitt()
[sv,se]=eig(A) megadja a sajátvektorokat és sajátértékeket külön.

B rész:

```
function A=andrisnincsittv()
for i=1:6
for j=1:6
if(j≥=i)
A(i,j)=rand(1);
end
end
end
end
```

Az [sv,se] paranccsal az egyre normált sajátvektorokat kapjuk oszlopvektor formájában, és a sajátértékeket mátrixban.

2. 2. feladatsor

Diffegyenletek általánosan (Euler módszer)

$$\frac{dx}{dt} = f(x,t) \Rightarrow dx = \frac{x_{i+1} - x_1}{t_{i+1} - t_i} = f(x_i, t_i)$$
$$x_{i+1} = x_i + f(x_i, t_i) \cdot (t_{i+1} - t_i) \tag{3}$$

1

Egy radioaktívan bomló anyag mennyiségének változását a $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$ egyenlet írja le. Oldjuk meg az egyenletet Euler módszerrel és az octave beépített függvényével! Ha az $N_0 = 10^7$ kezdeti feltételből indulunk ki, mennyi idő szükséges ahhoz, hogy az összes atom elbomoljon (azaz N¡0 legyen)? Hogyan függ ez az időtartam a λ bomlási állandótól?
Megoldás:

```
function [t,N]=rovid(t0,N0,n,tmax,lambda) % kezdeti idő, kezdeti anyagmennyiség, lépésszám, meddig futtatjuk
t=linspace(t0,tmax,n);
N=zeros([n,1]); % ez adja meg, mekkora vektor lesz az eredmény
N(1)=N0;
for i=1:(n-1)
N(i+1)=N(i)-lambda*N(i)*(t(i+1)-t(i));
end
end
```

octave:

```
[t,N]=rovid(0,100000,1000,10,100);
plot(t,N)
```

2

Vizsgáljuk meg egy m=1 tömegű részecske mozgását a $V(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2$ potenciálban! a) írjuk fel a mozgásegyenletet, alakítsuk át numerikusan kezelhető formába és oldjuk meg különböző kezdeti feltételekkel! Vizsgáljuk meg az E¿0 és E¡0 eseteket is! Itt E a részecske teljes energiája! b)Mérjük meg a periódusidőt az E függvényében! c) egészítsük ki a modellünket egy sebességgel arányos súrlódási taggal!
Megoldás:
mozgásegyenlethez lederiváljuk x szerint kétszer. Úgy lesz numerikusan kezelhető, ha bevezetjük a sebességet és azzal kifejezzük, úgy már csak elsőrendű diffegyenletünk lesz.

$$m\ddot{x} = -x^3 + x, m = 1 \Rightarrow \ddot{x} = -x^3 + x \to v = \dot{x}$$
$$\dot{v} = -x^3 + x \tag{4}$$

```
function [t,x]=reszecske(t0,tmax,n,x0,v0)
t=linspace(t0,tmax,n);
x=zeros([n,1]);
v=zeros([n,1]);
x(1)=x0;
v(1)=v0;
for i=1:(n-1)
v(i+1)=v(i)+(-x(i)∧3+x(i))*t((i+1)-t(i));
x(i+1)=x(i)+v(i)*(t(i+1)-t(i));
end
end
```

```
[t,x]=reszecske(0,10,1000,0,1);
plot(t,x)
```

periódusidő megméréséhez a kiplotolt ábrán az egér középső gombjával helyezhetünk el pontokat, melynek az octave kiírja a pontos koordinátáit. Megmérjük két periódus közt ezzel a módszerrel. b) súrlódás

$$\dot{v} = -x^3 + x - \lambda v \tag{5}$$

```
function [t,x]=reszecskesurlodas(t0,tmax,n,x0,v0)
t=linspace(t0,tmax,n);
x=zeros([n,1]);
v=zeros([n,1]);
x(1)=x0;
v(1)=v0;
for i=1:(n-1)
v(i+1)=v(i)+(-x(i)∧3+x(i)-0.1*v(i))*(t(i+1)-t(i));
x(i+1)=x(i)+v(i)*(t(i+1)-t(i));
end
end
```

```
[t1,x1]=reszecskesurlodas(0,10,1000,2,0);
plot (t1,x1)
```

3

Oldjuk meg a $\frac{dx}{dt} = -2xt$ egyenletet! Vizsgáljuk meg a megoldásokat különböző kezdeti feltételekre!

```
function [t,x]=sex(t0,tmax,n,x0)
t=linspace(t0,tmax,n);
x=zeros([n,1]);
x(1)=x0;
for i=1:(n-1)
x(i+1)=x(i)-2*x(i)*t(i)*(t(i+1)-t(i));
end
end
```

```
[t,x]=sex(0,10,1000,1);
plot(t,x)
```

gauss görbe lesz a megoldás.

4

Egy tárgyból a hallgatók évvégi összpontszámai a pontok.txt fileban találhatók. Az oszlopok egymás utána évekre vonatkoznak, egymás alatt a hallgatók pontszámai találhatók. Minden évben 25 pontot kellett elérni a tárgy teljesítéséhez. Töltsük le a fájlt, olvassuk be és határozzuk meg, hogy az egyes években hányan teljesítették. Mennyi az 1-est szerzők számának szórása?
Megoldás:

s=load("pontok.txt");
function x=fallosz(A)
x=zeros([16,1]); (mert 16 év volt)
for i=1:16
for j=1:30 (minden egyes ember)
if(A(j,i)≥=25)
x(i)=x(i)+1; (az átmenő emberek számához hozzáadunk egyet
end
end
end
end

x=fallosz(s)
x=30-x (ahányan 1est kaptak)
std(x) (szórás)
mean(x) (átlag hányan buktak meg)

5

Kimértük egy rugó erejét a megnyúlás függvényében és úgy találtuk, hogy nem pontosan lineáris. Az adatok a data.txt fájlban találhatók, első oszlop a megnyúlás cm-ben, a második oszlop az erő Newtonban. Illesszünk rá polinomot! Ez alapján adjuk meg, hogy ha egy gépbe szereljük, amiben időnként 2.5cm-rel nyúlik meg, máskor ugyanennyit nyomódik össze, akkor a megnyújtott és összenyomott esetben ható erők abszolút értékeinek várhatóan mennyi a különbsége! Ha 1N-nal húzzuk, várhatóan mennyit nyúlik meg?
Megoldás:
s=load("data.txt")
plot(s(:,1),s(:,2));
illesszünk polinomot
a=polyfit(s(:,1),s(:,2),2) másodrend
harmadrendben közelítve nagyon picik az értékek, ezért elég a másodrend.
b=polyval(a,s(:,1)) ez kiszámolja az y értékeket, ha beadjuk az illesztés paramétereit tartalmazó vektort és az eredeti értékeket
a=polyfit(s(:,1),s(:,2),3);
b=polyval(a,s(:,1))
plot(s(:,1),s(:,2),s(:,1),b);
Két és félcentizős gép:
b=polyval(a,2.5)
b=polyval(1,-2.5)
a két érték abszolútértékét kivonjuk egymásból, ez lesz az erők különbsége.

9

Számoljuk ki az $x^p + y^p = 1$ egyenlettel adott görbe által körülzárt terület nagyságát különböző p$\in [1, \infty)$ értékekre!
Megoldás:
function s=zotya(p,n)
x=linspace(-1,1,n);
y=linspace(-1,1,n);
s=0;
for i=1:n
for j=1:n
if(x(i)∧p+y(j)∧p¡=1)
s=s+4*n∧(-2); az n∧(-2) a kis négyzet területe, amire felosztottuk a tartományt
end
end
end
end

zotya(2,100) a pi értékét kéne visszakapnunk. Minél több részre bontjuk (200,300) annál jobban közelít a pi értékéhez.

10

Számoljuk ki egy vékony rúd tehetetlenségi nyomatékát, ha keresztmetszetének területe $A(x) = cos(\pi x/a)$ függvény szerint változik a rúd hossza mentén, míg $x \in [-a/2, a/2]$! A tehetetlenségi nyomatékot a $\Theta = \int_{-a/2}^{a/2} \varrho A(x) x^2 dx$ képlettel számolhatjuk, ahol a ϱ sűrűséget vegyük 2-nek!
Megoldás:
function s=kufi(a,n) - az integrálás során felbontjuk kis téglalapokra a területet, majd felülről vagy alulról becsüljük a fv értékét a téglalapon és elég sok lépés után bekonvergál
x=linspace(-a/2,a/2,n);
s=0;
for i=1:(n-1)
s=s+(x(i+1)-x(i))*2*x(i)∧2*cos(pi*x(i)/a);
end
end

kufi(1,100)
kufi (1, 100000)
kábé ennyi az értéke.
kufi (2,1000)
kufi (5,1000) - ”a” növelésére növekszik az érték.