

Nukleon - nukleon kölcsönhatás

atommagok kötési energiája:

$$A, Z, N \quad A = Z + N$$

← simmetria energia

$$E = c_1 A - c_2 A^{2/3} - c_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - c_4 \frac{(N-Z)^2}{A} + \delta$$

$$\uparrow$$

≈ 16 MeV

↑

↑

Coulomb - tasítás

1) térfogati tag → nukleonok kölcsönhatnak egymással

$$\frac{A(A-1)}{2} \sim A^2 \text{ ezt várnánk, de csak a szomszédokkal hatnak kölcsön}$$

$$\sim A \text{ minden nukleonra egyforma}$$

kicsi a kölcsönhatás hatótávolsága

2) szelén lévő nukleonok miatti felületi tag

Kölcsönhatás:  $\pi$  cserélődés révén (Yukawa)

nukleonok piont cserélnek

Proton  $\approx 1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$  → ennyi körül lehet a hatótávolsága a kölcsönhatásnak

$$\Delta E \approx \hbar$$

pion fénysebességgel megy

↑ ← elertastan

Energiamegmaradás megsértése

$$\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$$

$$m_{\pi} c^2 \approx 140 \text{ MeV}$$

$$\frac{\Delta s}{c} = \tau \quad \Delta s = \frac{\hbar c}{\Delta E} = \frac{\hbar c}{m_{\pi} c^2} \approx 1,5 \text{ fm}$$

n p kötött állapot → deuteron ( ${}^2\text{H/d}$ )

n+n, p+p nincs

deuteron: - kötési energia  $E_d \approx 2,22 \text{ MeV}$   $E_d \approx 28 \text{ MeV}$ - spinje  $S=1$ - mágneses momentum:  $\mu_d = 0,86 \mu_N$   $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p c}$  magneton

$$m_N c^2 \approx 938 \text{ MeV} \approx 1 \text{ GeV}$$

$$\vec{\mu} = \mu_N \sum_{i=1}^A (g_i^e \vec{l}_i + g_i^s \vec{S}_i)$$

$$g_p^e = 1 \quad g_p^s = 2,79$$

$$g_n^e = 0 \quad g_n^s = -1,91$$

$$\mu_d^s = \mu_N (2,79 - 1,91) = 0,88 \mu_N$$

majdnem  $0,86 \mu_N$ 

$$\Rightarrow L_d = 0$$

- Eradropmomentuma :  $Q_d = 3 \text{ mb}$

$1 \text{ barn} = 100 \text{ fm}^2$



$-\langle r_d^2 \rangle = 2,1 \text{ fm}$

$Q_{\text{mag}} = \int \rho(\vec{r}) (3z^2 - r^2) d^3\vec{r}$

tömegdeformáltságot mér

$Q = \rho \cdot \left[ \int 3z^2 d^3\vec{r} - \int r^2 d^3\vec{r} \right] = \dots = 0$

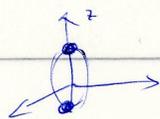
$\int r^2 d^3\vec{r} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^\infty r^4 dr$

$\int 3z^2 d^3\vec{r} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^\infty 3r^4 \cos^2\theta dr$

prolate  $Q > 0$   
oblate  $Q < 0$

spin dönti el a z tengelyt

a deuteron prolate  $\Rightarrow$  megnagyult



$Q \approx \rho \cdot V \cdot 2r^2 = 4 \cdot 2,1^2 \approx 20 \text{ fm}^2 = 200 \text{ mb}$

$\leftarrow$  neutron  $2,1 \text{ fm}$   
 $\leftarrow$   $\text{fm}^3$   
 $\leftarrow$  2

$\Rightarrow$  nem nagyon van megnagyulva

de nem gömbszimmetrikus

- tehát nem lehet  $L=0$   $\Psi_d = c_1 \Psi_{L=0} + c_2 \Psi_{L=2}$   $c_1 \gg c_2$

a paritást megőrzi a kh.  $\pi = (-1)^L$  csak páros

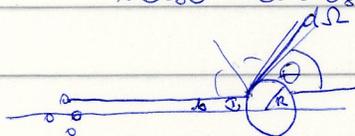
sűrűsállapotot:

ebből is lehet a kölcsönhatásra

$\rightarrow$  töveteitelténi

- hatásterületmetszet :  $\int j \cdot \sigma(\theta, \varphi) d\Omega = dN(\theta, \varphi)$  ( $\sigma$  def)

beszö részecskék áramsűrűsége  $j$   $[j] = \frac{1}{\text{s fm}^2}$



$b \cdot |db| \cdot |d\varphi| j = j \sigma(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi$

ebből szóródnak  $d\Omega$  irányba

$b = R \cos \frac{\theta}{2}$

$db = -R \frac{1}{2} \sin \frac{\theta}{2} d\theta$

$\sigma(\theta, \varphi) = \frac{F}{j} = \frac{R^2}{4}$

$\sigma_{\text{TOT}} = \int \sigma(\theta, \varphi) d\Omega = R^2 \pi$  klasszikusan

kvantummechanika



sík hullám  $e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \sim \Psi_{\text{be}}$

$$\psi_{ei} \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{i\vec{k}\vec{r}} + f \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{r}$$

$\uparrow$   $e^{i\vec{k}\vec{z}}$   $\uparrow$   $f(\theta, \varphi)$   
 $\uparrow$   $\psi_{\text{szórt}}$

$\vec{k} = \frac{i\hbar}{2m} (\vec{\nabla}\psi^* \psi - \psi^* \vec{\nabla}\psi) \rightarrow \frac{\hbar\vec{k}}{m} = \frac{\hbar\vec{k}}{m}$  (hengerkoordináták)  $(j_x^i = j_x^f = 0)$

↳ . mérési #  $\psi_{\text{szórt}} = \frac{\hbar\vec{k}}{m r^2} |f|^2 \rightarrow dN(\theta, \varphi) = \frac{\hbar\vec{k}}{m r^2} |f|^2 r^2 d\Omega = \frac{\hbar k}{2m} \sigma d\Omega$

$$\Rightarrow \sigma(\theta, \varphi) = |f(\theta, \varphi)|^2$$

f függ a kölcsönhatás névlegétől,  $\sigma$ -t mérjük

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta\psi + V\psi = E\psi$$

$$\Delta = \Delta_r + \Delta_{\theta, \varphi} \quad \Delta_r = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial}{\partial r})$$

$$\Delta_r \psi = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\psi)$$

$$\Delta_{\theta, \varphi} Y_{lm} = -\frac{l(l+1)}{r^2} Y_{lm}$$

$$\underbrace{-r^2 \frac{\hbar^2}{2m} \Delta_{\theta, \varphi}}_{L^2} Y_{lm} = \hbar^2 l(l+1) Y_{lm}$$

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \sum_{l, m} C_{l, m} R(r) Y_{l, m}(\theta, \varphi)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (rR) - \frac{l(l+1)}{r^2} R \right] + V(R) = ER$$

$rR = u$

$$u'' - \frac{l(l+1)}{r^2} u - \frac{2m}{\hbar^2} V u = -\frac{2m}{\hbar^2} E u \quad E = \frac{p^2}{2m} \quad p = \hbar k$$

$$u'' + \left( k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) u - \frac{2m}{\hbar^2} V u = 0 \quad = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$V=0, l=0 \quad u = \sin(kr)$

$V=0, l \neq 0 \quad u \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \sin(kr - \frac{l\pi}{2})$

$V \neq 0, \text{ de } V \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0 \quad \left[ u \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \sin(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l) \right]$

(rövidhatótávolságnál potenciál)

$$\psi \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{i\vec{k}\vec{z}} + f \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{r}$$

$$\psi \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \sum_{l, m} \frac{A_l}{r} \sin(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l) Y_{l, m}$$

} ez legyen egyenlő

$\rightarrow$  nem függ  $\varphi$ -től  $Y_{l, 0} = \frac{\sqrt{2l+1}}{\sqrt{4\pi}} P_l(\cos\theta)$  Legendre-polinom

$$e^{i\vec{k}\vec{z}} = \frac{1}{2i\vec{k}\vec{r}} \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos\theta) (-1)^{l+1} e^{-i\vec{k}\vec{r}} + e^{i\vec{k}\vec{r}} (2l+1)$$

síkhullám sorfejtés

$$e^{i\vec{k}\vec{r}} = \cos(kr) + i \sin(kr) \quad \text{de} \quad \sin(kr) = \frac{e^{i\vec{k}\vec{r}} - e^{-i\vec{k}\vec{r}}}{2i}$$

$$\sin(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l) = \frac{1}{2i} (e^{i(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l)} - e^{-i(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l)})$$

$e^{-i(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l)}$  - es tagol egyenlő

$$\frac{A_l}{2ir} i^l e^{-i\delta_l} P_l = \frac{1}{2i(kr)} P_l (-1)^{l+1} (2l+1)$$

balra szorozva  $\sqrt{\frac{2l+1}{kr}}$ -t

$$A_l = (-1)^l \frac{1}{k} e^{i\delta_l} i^{-l} = \frac{2l+1}{k} i^l e^{i\delta_l} (-1)^l i^l$$

$e^{i(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l)}$  - es tagol:

$$\frac{1}{r} f = \sum_l \frac{A_l}{2ir} (-1)^l i^l e^{i\delta_l} P_l - \frac{1}{2i(kr)} (2l+1) P_l$$

$$f = \dots = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) e^{i\delta_l} \sin \delta_l P_l(\cos \theta)$$

$$\sigma(\theta) = |f|^2$$

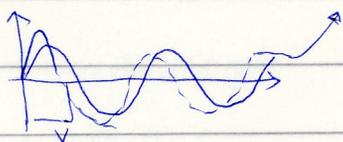
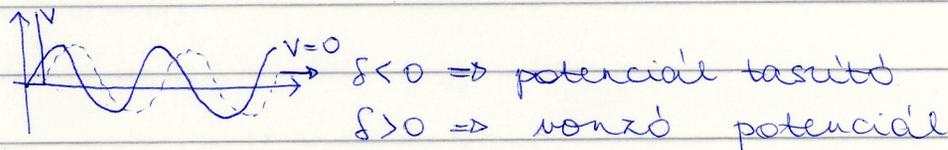
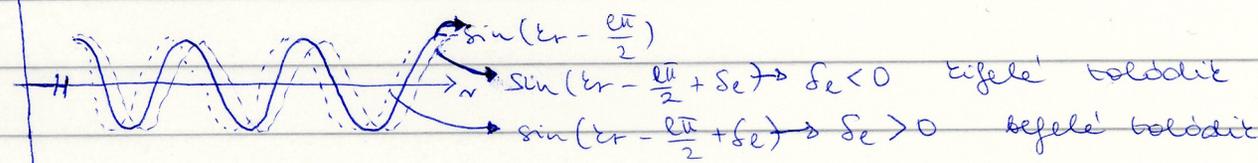
02.14.

$$\sigma_T = \int \sigma(\theta) d\Omega =$$

$$\leftarrow \int P_l(\cos \theta) P_{l'}(\cos \theta) d\Omega = \frac{4\pi}{2l+1} \delta_{ll'}$$

$$\left[ \sigma_T = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l \right]$$

$u \rightarrow$  radialis hullám



$$\Psi(1, 2) = Y_l(\alpha) \chi_{s_1}^{(1)} \chi_{s_2}^{(2)} \rightarrow$$

izospinhullám.

↪ spinhullám.

mukleonra izospin  $T = \frac{1}{2}$

$T_z = \begin{cases} 1/2 & \text{neutron} \\ -1/2 & \text{proton} \end{cases}$  (konvenció)

muklonok spinje  $S = \frac{1}{2} \quad v = \pm \frac{1}{2}$

$\vec{r}_1, \vec{r}_2 \Rightarrow \vec{R}_{TKP}, \vec{r}$  attetűnk tömegközépponti és relatív koordináták

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \Phi(\vec{R}) \psi(\vec{r})$$

$$u''(\vec{r}) + \left( E^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) u(\vec{r}) - \frac{2\mu}{\hbar^2} V(\vec{r}) u(\vec{r}) = 0 \quad u = \psi \cdot r$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \approx \frac{m_N}{2} \leftarrow \approx 938 \text{ GeV}$$

$$\psi(2,1) = -\psi(1,2)$$

$-\vec{r}$  szöge  $\rightarrow$  ~~...~~  $\hat{r} : \theta, \varphi$

$$\psi_l(-\vec{r}) = \psi_{l, \text{rad}}(|\vec{r}|) Y_{lm}(\hat{-r}) = (-1)^l \psi_{l, \text{rad}}(r) Y_{lm}(\theta, \varphi) \quad \hat{-r} : \pi - \theta, \varphi + \pi$$

$\uparrow$  paritás  $\pi = (-1)^l$

$$X(1) \quad v_1 = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

$$X_{S, \nu} (1, 2) = \sum_{v_1, v_2} \langle \frac{1}{2}, v_1; \frac{1}{2}, v_2 | S, \nu \rangle X_{\frac{1}{2}, v_1}(1) X_{\frac{1}{2}, v_2}(2)$$

Clebsch-Gordan együttható

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = S$$

$$v_1 + v_2 = \nu$$

$$|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}| \leq S \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$S=1$$

$$X_{1,1}(1,2) = \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; \frac{1}{2}, \frac{1}{2} | 1, 1 \rangle X_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(1) X_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(2)$$

$$X_{1,-1}(1,2) = \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} | 1, -1 \rangle X_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}(1) X_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}(2)$$

$$X_{1,0}(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} | 1, 0 \rangle X_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(1) X_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}(2) + \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}, \frac{1}{2} | 1, 0 \rangle X_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}(1) X_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(2) \right)$$

főenergiés  $X_{11}(2,1) = X_{11}(1,2)$   $S=1$  szimmetrikus spinfr.

$$X_{1,-1}(2,1) = X_{1,-1}(1,2)$$

$$X_{1,0}(2,1) = X_{1,0}(1,2) \quad 1/\sqrt{2}$$

$$S=0$$

$$X_{0,0}(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2}; \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} | 0, 0 \rangle X_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(1) X_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}(2) + \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}, \frac{1}{2} | 0, 0 \rangle X_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}(1) X_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(2) \right)$$

$$X_{0,0}(2,1) = -X_{0,0}(1,2)$$

$S=0$  antiszimmetrikus spinfr.

T-re ugyanazok igazak

$T=1$  szim.

$T=0$  antiszim.

teljes impulzusmomentum

$$\vec{L} + \vec{S} = \vec{J}$$

$$\vec{L} = \vec{S} + \vec{J}$$

$$|L-S| \leq J \leq L+S$$

$$|S-J| \leq L \leq S+J$$

$$S = 0, 1 \quad L = 0, 1, 2, \dots \quad J = 0, 1, 2, \dots$$

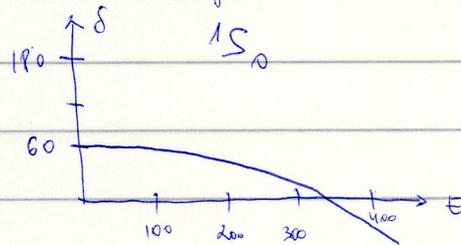
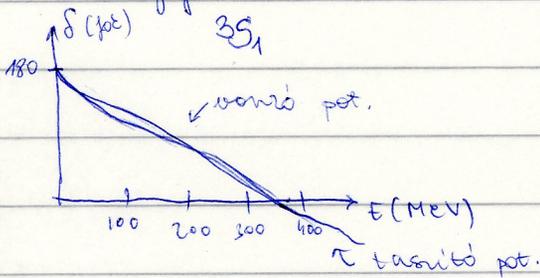
	S	L	T		
$J=0$	0, 1	0, 1	1, 1	$^1S_0$	$\begin{matrix} p+p \\ n+n \\ p+n \end{matrix}$ a teljes hullámfn - net antiszimmetrikusnak kell lenni
$J=1$	0	1	0	$^1P_1$	$p+n$ L páros $\Rightarrow$ szim
deuteron	1	0	0	$^3S_1$	$p+n$ L páratlan $\Rightarrow$ antiszim
	1	1	1	$^3P_1$	$\begin{matrix} p+p \\ n+n \\ p+n \end{matrix}$
deuteron	1	2	0	$^3D_1$	$p+n$ ...

$n+n \rightarrow T_z=0$  v.  $T=1$   
 $T_z=1$

$p+p \rightarrow T_z=-1, T=1$

$p+n \rightarrow T_z=0, T=0, 1$

meg van a válasz, hogy miért nincs  $p+p$  vagy  $n+n$  kötött állapot  $\rightarrow$  Pauli elv



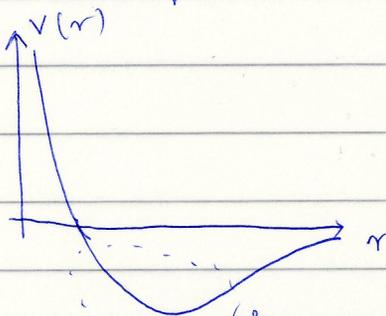
$\Delta E \sim \hbar$

$\sim \frac{\Delta S}{c}$

$\Delta S \approx \frac{\hbar c}{\Delta E} = \frac{197 \text{ MeV fm}}{350 \text{ MeV}} \approx 0,7 \text{ fm}$

0,7 fm belül taszítják egymást, 0,7 fm kívül vonzzák egymást

$V \xrightarrow{r \rightarrow \infty} V_0 \frac{e^{-\mu r}}{r}$

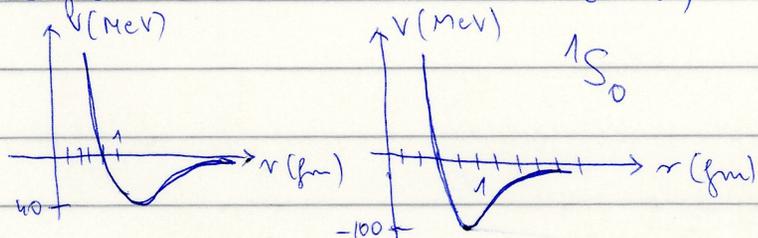


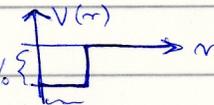
$\sqrt{\hbar^2 k^2} = 0,9 \text{ fm}$

$\Delta S \approx \frac{\hbar c}{m_\pi c^2} \approx 1,4 \text{ fm}$

$r_0 \approx 1,4 \text{ fm}$  piontolcsönhatás

fenomenológus alak  $\rightarrow$  Reid (1968)



mérünk rá jó méréssel  $\Rightarrow V_0$  

deuteron 2,22 MeV milyen legyen  $V_0$  ?

$$V = \begin{cases} -V_0 & r < b \\ 0 & r > b \end{cases} \quad V_0 > 0$$

$$u'' + \left( \frac{2m}{\hbar^2} E - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) u - \frac{2m}{\hbar^2} V u = 0 \quad E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$l=0$  -t mérünk,  $E < 0$  kötött állapot

belül  $u''_< = -\frac{2m}{\hbar^2} (+V_0 + E) u_<$   $|E| < V_0$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{k^2}$$

kívül  $u''_> = -\frac{2m}{\hbar^2} E u_>$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{> 0}$$

$u_< = A \sin(kr) + B \cos(kr)$  ( $u(0) = 0$ )

$u_> = B e^{-kr} + C e^{kr}$  (lecsúsz)

$A \sin(kb) = B e^{-kb}$   
 $A k \cos(kb) = B k e^{-kb}$  Wentzel's

$k \cot(kb) = -\epsilon \approx 0$   $\epsilon \approx 0$  mert  $E \approx 0$

$\cot(kb) = 0$

$kb = (2n+1) \frac{\pi}{2}$   $n = 0, 1, 2, \dots$

~~$k^2 = \frac{\pi^2}{4b^2} (2n+1)^2 = \frac{2m}{\hbar^2} V_0$~~

$V_0 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8mb^2} (2n+1)^2$

$n=0 \quad V_0 = \frac{\hbar^2 c^2 \pi^2}{8mc^2 b^2} = \frac{(197 \text{ MeV fm})^2 \pi^2}{8 \cdot \frac{938}{2} \text{ MeV} (1,4 \text{ fm})^2} \approx 50 \text{ MeV}$

ebből nem derült ki hogy  $L=0, S=1$  van

$L=0, S=0$  nincs

$V_{NN} = V_c(r) + V_s \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$

$\Psi = \psi(r) \chi_s \tau_T$  Pauli matrikókkal csinált vektorok

$\langle \chi_s | \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 | \chi_s \rangle$

$s=1 \quad v=1$

$\vec{S} = \frac{1}{2} (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2)$  tr egyszerűen

$S^2 = \frac{1}{4} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2 \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)$

$$\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 = \frac{1}{2} (4S^2 - \sigma_1^2 - \sigma_2^2)$$

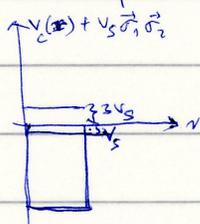
$$\langle S=1 | \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 | S=1 \rangle = \frac{1}{2} (4 \cdot 1 \cdot 2 - 6 \cdot 1) = 1$$

$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ S & (S+1) \end{matrix}$

$$\langle S=0 | \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 | S=0 \rangle = \frac{1}{2} (4 \cdot 0 \cdot 1 - 6 \cdot 1) = -3$$

valóban különbözget  
tesz a két állapot  
között

$V_S < 0$  hogy a triplett morduljon lefele a singlett  
feléle



$|V_S| > E_d \Rightarrow$  singlett állapot nem kötött

$$|V_S| > \frac{E_d}{4}$$

$V_{NN} = V_C + V_S \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 + \dots ? \rightarrow$  hogy a zövi jöjjen ki

$$\Psi_d = c_0 \Psi_{l=0} \chi_{S=1} \tau_{T=0} + c_2 \Psi_{l=2} \chi_{S=1} \tau_{T=0} \quad J^\pi = 1^+$$

$$|c_0|^2 + |c_2|^2 = 1$$

02.24.

annymial kell lenniük, hogy visszakapjuk a kvadrupól-  
momentumot

$$\langle \Psi_{L=0} \chi \tau | V_C + V_S \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 | \Psi_{L=2} \chi \tau \rangle = 0$$

$$\langle \Psi_{L=0} | V_C(r) | \Psi_{L=2} \rangle = 0$$

$\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 = 0$

ez a potenciál nem csatolja össze a deuteron két  
komponensét

$$\langle \delta \Psi | H - E | \Psi \rangle = 0$$

$$\delta \Psi = \delta c_0 \Psi_0 + \delta c_2 \Psi_2$$

$$\begin{pmatrix} A-E & 0 \\ 0 & B-E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_2 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E=A & c_0=1 & c_2=0 \\ E=B & c_0=0 & c_2=1 \end{cases}$$

$\rightarrow$  a két megoldás

ha nincs összekapcsolva a két komponens, akkor  
csak az egyik valósul meg a természetben  
kiegészítjük a potenciált

potencialnak skalárnak kell lenni

és az impulzusmomentum  $\rightarrow$  másodrendű tenzor

kell valami a spinből is, hogy skalar

legyen (eltolás invariancia, forgási invariancia, és a többi szimmetriát is tartsa, paritást is)

legegyszerűbb alak:  $\hat{S}_{12} = 3(\vec{r}_1 \cdot \vec{n})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{n}) - \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$

$\vec{n} = \frac{\vec{r}}{r}$

tenzortölcsönkatas

átírható más alakra  $\sqrt{\frac{24\pi}{5}} (S^{(2)} \cdot R^{(2)})$  irreducibilis tenzor-operátorok

$R_m^{(2)}$  komponensek  $m = -2, -1, 0, 1, 2$

$R_m^{(2)} = Y_{2m}(\vec{r})$

$S_m^{(2)} = \sum_{\nu_1, \nu_2 = -1}^1 \langle 1, \nu_1, 1, \nu_2 | 2, m \rangle \sigma_{1\nu_1}^{(1)} \sigma_{2\nu_2}^{(1)}$

↑ tenzor rendje

↑  $\sigma_{2\nu_2}^{(1)}$

↑  $\sigma_{1\nu_1}^{(1)}$

↑  $\nu$  spinindex

$\sigma_0^{(1)} = \sigma_z$      $\sigma_{\pm 1}^{(1)} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\sigma_x \pm i\sigma_y)$

tulajdonságai az irreducibilis tenzoroperátoroknál:

- skalárszorzat

$(R^{(k)} \cdot S^{(k)}) \equiv \sum_{m=-k}^k (-1)^m R_m^{(k)} S_{-m}^{(k)}$

-  $(R^{(k)} \cdot S^{(k)})$

$\epsilon$ -adrendű irreducibilis operátorok skalárszorzata

↑  $r$     ↑  $s$  egyféle koordinátán hatnak

$\langle L, S, J, \pi | (R^{(k)} \cdot S^{(k)}) | L', S', J', \pi' \rangle \neq 0$ , ha

$J = L + S$      $\pi = (-1)^L$

$J' = L' + S'$      $\pi' = (-1)^{L'}$

-  $J' = J$

-  $\pi' = \pi$

-  $L' = L + k$

-  $S' = S + k$

$(|S-k| \leq S' \leq S+k) \leftarrow$

$\epsilon = 2$      $\langle \psi_{L=0, S=1, J=1, \pi=1} | (S^{(2)} \cdot R^{(2)}) | \psi_{L=2, S=1, J=1, \pi=1} \rangle$

$J = J' \checkmark$ ,     $\pi = \pi' \checkmark$ ,

$\vec{0} + \vec{2} = \vec{2} \checkmark$ ,     $\vec{1} + \vec{2} = \vec{1} \checkmark$

és a tag összetapasztja a két komponenset  $\neq 0$

$V_{NN}(\vec{r}) = V_c(r) + V_s(r) \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 + V_T(r) \hat{S}_{12}$

$\psi_d^{J=1, \pi=1+}(\vec{r}) = (c_0 \psi_{L=0}(\vec{r}) + c_2 \psi_{L=2}(\vec{r})) \chi_{S=1} \tau_{T=0}$

$|c_0|^2 \approx 0,96$

$|c_2|^2 \approx 0,04$

ha szimmetriát irányából indulnánk, akkor a

potenciálban lehetnek még további tagok;

- spinpályák kölcsönhatás  $V_{LS}(r) \vec{L} \vec{S}$   $\vec{L} \cdot \vec{S} = (L^{(1)} \cdot S^{(1)})$
- $V_{LL}(r) \vec{L}^2$   $\langle 4, 5, 7 | \vec{L} \vec{S} | 4, 5, 7 \rangle$

ezzel az öt taggal a legáltalánosabb a potenciál  
 Ha 8 nukleon rendszert lehet leírni, numerikusan ezáltal számolni, de ehhez is a legnagyobb számítógép kell.

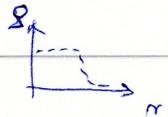
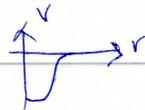
Nagyon bonyolultak  $\rightarrow$  3 nukleonnal van olyan tag is, ami mindhárom nukleontól egyaránt függ

Kell magmodell!

- pl. - folyadék-cseppmodell  $\rightarrow$  jól leírja pl. a hasadást
- $\rightarrow$  kollektív mozgással foglalkozik

- összes többivel kölcsönhatás  $\rightarrow$  átlagosított  $\rightarrow$  mintha külső tér hatna minden nukleonra

$$V = V_0 \frac{1}{e^{\frac{r-R}{r_0}} - 1}$$



Saxon-Woods - potenciál



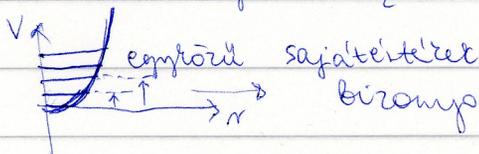
származék parabolapotenciált

$$V = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$$

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$E = (n_x + n_y + n_z + \frac{3}{2}) \hbar \omega$$

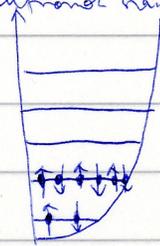
$$n_x, n_y, n_z = 0, 1, 2, \dots$$



egyenlő sajátértékek bizonyos számoknál túlnyomólagos viselkedés

becsüljük a szintekre a nukleonokra

N	$n_x$	$n_y$	$n_z$	$n_n$	$\sum n_n$
0	0	0	0	2	2
1	1	0	0	6	8
	0	1	0		
	0	0	1		
2	1	1	0	12	20
	1	0	1		
	0	1	1		
	2	0	0		
	0	2	0		
	0	0	2		



$n_x = N - \ell$   $\ell = 0, \dots, N$   
 $n_y = 0, \dots, \ell$   
 $n_z = N - n_x - n_y$

$$\sum_{\ell=0}^N (\ell+1) = \frac{N(N+1)}{2} + (N+1) = \frac{(N+1)(N+2)}{2}$$

$n_n = (N+1)(N+2)$  az állapotok száma

$N = 3$

$n_n = 20$

mátrix-szám  
40 ↗

ugyanírt a problémát polárkoordinátákban kéne megoldani

$\Psi_{nlm} = N_{nlm} r^l e^{-\frac{r}{2b}} L_n^{l+\frac{1}{2}} \left(\frac{r^2}{b^2}\right) Y_{lm}$

$b = \frac{\hbar m}{\omega}$   $L_n \rightarrow$  Laguerre-polinom  
mélyparaméter

$E_{nl} = \underbrace{(2n+l+\frac{3}{2})}_{N} \hbar \omega$

(lásd: Constantinescu - Magyar)

$$\begin{cases} N = 0, 1, \dots \\ l = 0, 1, \dots, N \\ n = 0, 1, \dots, N \end{cases}$$

ez a harmonikus oszcillátoros kéjmodell

$N$  páros  $\Rightarrow$   $l$  páros (és fordítva)

$N$   $n$   $l$  <sup>retüllet</sup>  $nN$   $\Sigma$ : mátrix számolat kicsit más alakban megkapjuk

0	0	0	$\frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 1}$	2	↓ 2
1	0	1	$\frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 1}$	6	↓ 8
2	0	2	$\frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 1}$	10	↓ 20
	1	0	$\frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 1}$	2	↓ 40
3	0	3	$\frac{2 \cdot 7}{2 \cdot 1}$	14	
	1	1	$\frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 1}$	6	

még mindig valami

hiányzik, mert a 40

nem jó

vegyük be a parabola mellé az  $\vec{L} \vec{S}$  spinpálya kölcsönhatást

$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$   
↖ + 1/2

$l = 0 \quad j = \frac{1}{2}$   
 $l = 1 \quad j = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$   
 $l = \dots \quad j = l + \frac{1}{2}, l - \frac{1}{2}$

ez azt fogja eredményezni

$\langle l, s = \frac{1}{2}, j = l + \frac{1}{2} | \vec{L} \vec{S} | l, \frac{1}{2}, l + \frac{1}{2} \rangle =$

$J^2 = L^2 + S^2 + 2 \vec{L} \vec{S}$

$\vec{L} \vec{S} = \frac{1}{2} (J^2 - L^2 - S^2)$

$= \frac{1}{2} \left( (l + \frac{1}{2})(l + \frac{3}{2}) - l(l+1) - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \right) = \frac{1}{2} l$

$\frac{l^2 + 2l + \frac{3}{4} - l^2 - l - \frac{3}{4}}{2} = \frac{l}{2}$

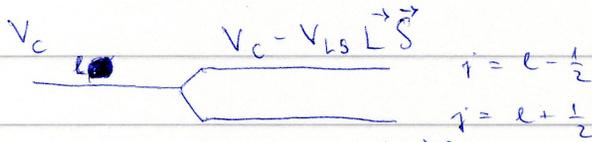
$$\langle l, \frac{1}{2}, l - \frac{1}{2} | \vec{L} \cdot \vec{S} | l, \frac{1}{2}, l - \frac{1}{2} \rangle =$$

$$= \frac{1}{2} \left[ (l - \frac{1}{2})(l + \frac{1}{2}) - l(l + 1) - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \right] = \underline{\underline{-\frac{1}{2}(l + 1)}}$$

$$l^2 - \frac{1}{4} - l^2 - l - \frac{3}{2}$$

az egyik pozitív a másik negatív  
rebben feloldódik a degeneráció

$-V_{LS} \cdot \vec{L} \cdot \vec{S}$   $V_{LS} > 0$

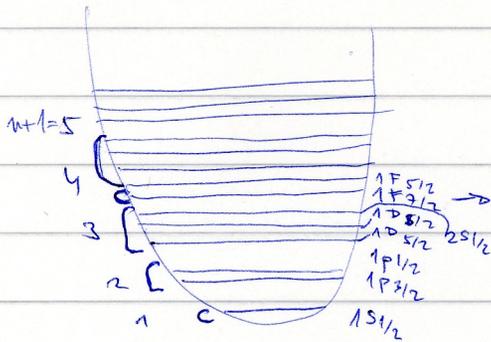


felhasad az energiaszint

$(N = 2n + 1)$

$(n+1)l_j$	$l \rightarrow$	s	p	d	f	g	h	i	
N	0	1	2	3	4	5	6	7	...
n	0	0	1	0	1	2	0	1	2
l	0	1	2	0	3	4	2	0	5
j	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{11}{2}$	$\frac{13}{2}$	$\frac{15}{2}$	$\frac{17}{2}$

	$1S_{1/2}$	$1P_{3/2}$	$1P_{1/2}$	$1D_{5/2}$	$1D_{3/2}$	$2S_{1/2}$	$1F_{7/2}$	$1F_{5/2}$	$2P_{3/2}$	$2P_{1/2}$	$1G_{9/2}$	$1G_{7/2}$	$2D_{5/2}$	$2D_{3/2}$	$3S_{1/2}$	$1H_{11/2}$	$1H_{9/2}$	...					
j. lehetséges állapotok	2	4	2	6	4	2	8	6	4	2	10	8	6	4	2	12	10	8	6	4	2	...	
$\Sigma$	2	8		20	28				50						82				126				...



$N = 4$  - től a legalsó állapot beleszivósít  
az alatta lévő-be  
nagyon kevésbé a 4. négyed  $\Rightarrow$  ekkor aló

adott atommag neutronkonfigurációja

$^{40}\text{Ca}$  20 proton + 20 neutron

proton konfiguráció

$(1S_{1/2})^2 (1P_{3/2})^4 (1P_{1/2})^2 (1D_{5/2})^6 (1D_{3/2})^4 (2S_{1/2})^2$

neutron - "

$^197\text{Au}$  79

$Z = 79$   $A = 197$   $N = 118$

lesz  $Z+1$  - ban



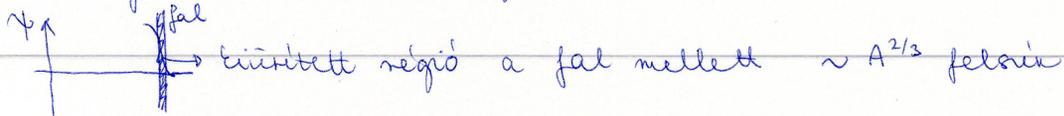
tekintsük  $V$  térfogatú gáznak az atommagot

$T=0$ , Fermi-Dirac statisztika  $\int \frac{1}{k^3} \frac{1}{e^{\frac{E-F}{kT}} - 1} d^3r d^3p = A$

$g(\mu) \Rightarrow \mu(g)$  neutronra és protonra más

$E = E(g, \mu) \quad E = E(g_n, \mu_n) + E(g_p, \mu_p) = cA + d \frac{(N-Z)^2}{A}$

Fermi-gáz modellel jön ki  $c_1, c_4$  és  $c_2$  is



milyen seles? sűrűség is megnövekszik  $\Rightarrow c_2$

perturbációszámítással ezeket meg hozzá kell adni a kölcsönhatást is  $\rightarrow$  ki lehet hozni a kísérletileg mért  $c$ -ket.

A tömegszámú atommagot körül helyez  $Z$  a  $p$

$$\left. \frac{\partial E_B}{\partial Z} \right|_{A=\text{const.}} = -2c_3 \frac{Z}{A^{1/3}} - 2c_4 \frac{(A-2Z)}{A} (-2) = 0$$

$$c_3 Z A^{2/3} - 2c_4 (A-2Z) = 0$$

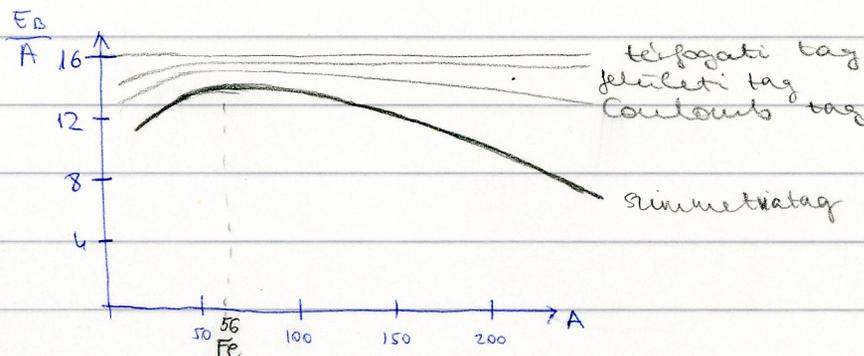
$$Z = \frac{2c_4 A}{c_3 A^{2/3} + 4c_4} = \frac{A/2}{1 + \frac{c_3}{4c_4} A^{2/3}}$$

$Z < \frac{A}{2}$  mindig

pl:	A	Z	N
	50	23	27
	100	43	57
	200	80	120

$A = 208 \quad Z \approx \frac{104}{1 + 0,0045 \cdot 35,1} \approx 82,3 \quad Z = 82 \quad N = 126$  magkísusak

Így jut be a  $Z_{\text{stabil}}$   $E$ -be  $\rightarrow \left. \frac{\partial E}{\partial A} \right|_{Z=Z_{\text{stab}}} = 0$



hogyan hasad két részre egy mag

$$(A, N, Z) \rightarrow (A_1, Z_1, N_1) + (A_2, Z_2, N_2) + {}^2_{13}n$$

$$A = N + Z$$

$$A = A_1 + A_2$$

$$N = N_1 + N_2$$

$$Z = Z_1 + Z_2$$

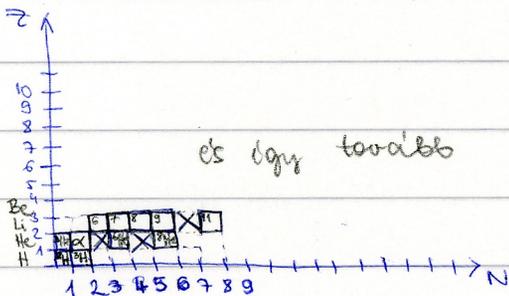
fragmentumok

sámolni

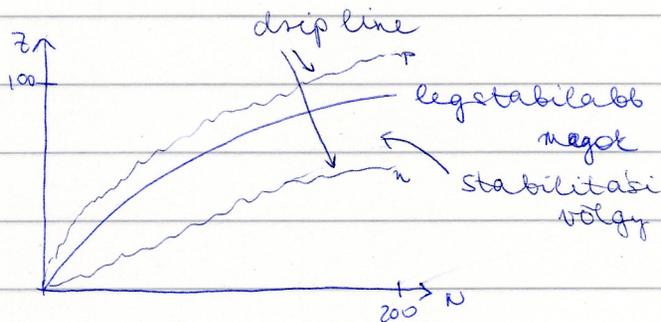
tömegelosulás valószínűségét lehet tudni

akkor kapjuk a leggyelzebb töteet, ha 2-3 neutron is képrödik

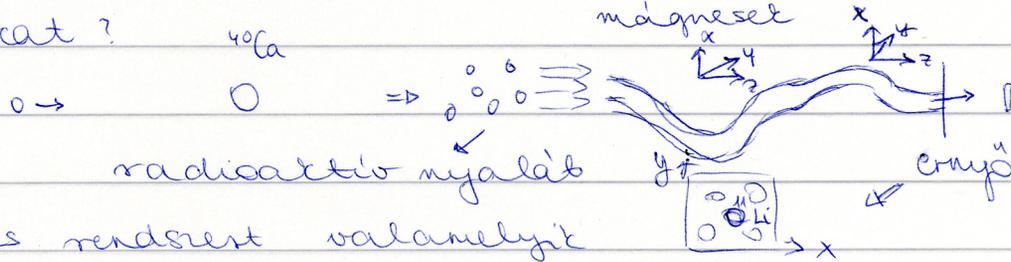
Isotóptérkép:



és egy tovább



hogyan állítjuk elő a stabilaktól odébb lévő rövid életű magokat?



mágneses rendszert valamelyik

izotópra kell átusálni → arra a helyre

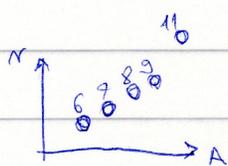
is rakunk egy céltárgyat

${}^{11}\text{Li} \Rightarrow$  nyaláb

—○— sörteés ha nem megy neki

—○— nekimegy → sörtesít a  ${}^{11}\text{Li}$

mérhető impakt paraméterrel, kölcsönhatási hatás keresztmetszettel a  ${}^{11}\text{Li}$  sugara



$$r_{\text{Li}} \approx r_{\text{Pb}} = r_0 (A)^{1/3} \cdot 2,17$$

ennyiszor nagyobb a vöktől

jön → feltönik  $\leftarrow {}^9\text{Li} + 2n$

( ${}^9\text{Li}$  továbbra is görbült pályán)

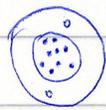
neutronokat figyelejt meg

neutronok impulzusát nézzük  $\rightarrow$  impulzuseloszlás



eloszlás szélessége  $\Gamma$   $\langle p \rangle \langle \Gamma \rangle \approx k$   
 kis atommagnál széles

$^{11}\text{Li}$  -nél vannak neutronok, amik nagy térben vannak és vannak, amik kicsiben



kívül van a +2 neutron a normál sűrűségű magon

"neutron glóbia" halo  $^8\text{He}$

$^6\text{He}$



n.



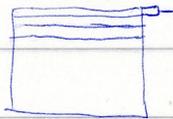
szivar

dineutron



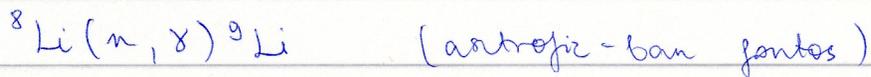
előleg létre lehet hozni mindent a drip line - elig az ilyen távoliakra nem olyan a héjmodell és a mágikus számok, mint a legstabilabbakra

Neutronok detektálása komplex: neutron falat építet



üvegcsövet + benne folyadék ~~szilikon~~ p-detektorok

Radioaktív nyáláb a magreakciónál is használható és hasznos



$^9\text{Li}$



6 olyan nagy, hogy csak  $\text{Cb}$ -én!

$\gamma$ -ok a közvetítő részecskék

$\rightarrow$  virtuális foton kibővíti egy neutron

Coulomb disszociáció

$^9\text{Li}$

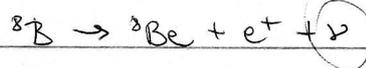
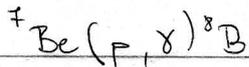


$^8\text{Li}$

$+ n$

hataátlépszámot mérünk

előleg ugyanaz, mint a fordított



fontos Napneutrino

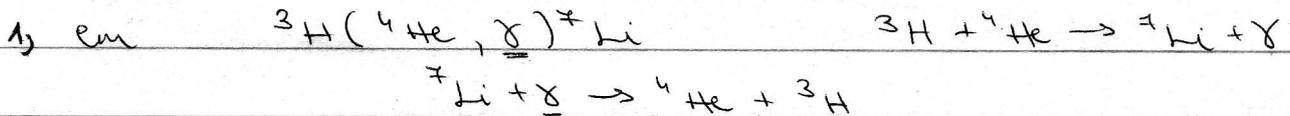
fontosan akarjuk tudni a hatáskeresztmetszetet  
 Napban 20 keV energiája van a protonnak  
 kb. 1 GeV kellenek, hogy legyőzze a p a  
 ${}^7\text{Be}$  Coulomb-taszítást

nem tudhat 100 keV alá menni, mert  
 nagyon kicsi a hatáskeresztmetszet

03.10.

$\sigma \sim \frac{2\pi}{h} |\langle \Psi_f | \hat{O} | \Psi_i \rangle|^2$  Fermi - arányosságot  
 ↑  
 kölcsönhatási tag (a Hamiltonból)

$\hat{O}$  lehet erős, gyenge, em

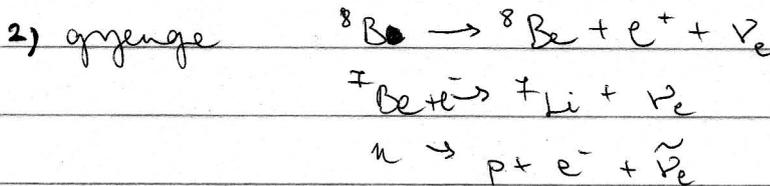


$\gamma$  mindig em esetben van

$\hat{O} = -\frac{e}{mc} \frac{\vec{p} \vec{A} - \vec{A} \vec{p}}{2} - \mu \vec{\sigma} \vec{H}$

↑  
 részecske mágneses momentuma

multiploszorosfejtést lehet használni



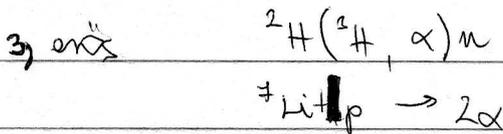
$\nu_e$  van mindig benne

$\hat{O} \sim \sum_{i=1}^A t_+^i$  ← izospinleptetóoperátorok  $t_-(|n\rangle) = |p\rangle$

$\hat{t}_i = \hat{t}_f$  ← Fermi - operátor (vektor)  $t_+(|p\rangle) = |n\rangle$

$\hat{O}_\mu \sim \sum_i t_+^i \sigma_\mu^i$   $\hat{t}_i = \hat{t}_f$   $\hat{t}_f = \hat{t}_i \pm 1$   ~~$\hat{t}_f = \hat{t}_i = 0$~~

← Gamow - Teller (axialvektor)



$\hat{O} = \hat{S} \leftarrow S \text{ matrix}$

$\Psi \rightarrow H^-(\epsilon, r) + S H^+(\epsilon, r)$

$e^{-i\epsilon r}$

$e^{i\epsilon r}$

Rendel - függvények / Coulomb - jöel

$e^{i\delta}$  (egy csatoma esetén)

n csatoma esetén  $n \times n$  - es matrix S - matrix

az erős kölcsönhatáshoz tartozó hatásteremtészet

szólal nagyobb, mint a másik kettő

$S \gg EM \gg W$

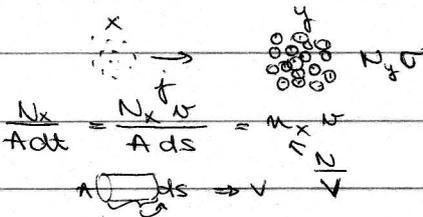
$\alpha_s > 1$

$\alpha = \frac{1}{137}$

$\alpha_w \approx 10^{-7}$

(nem - perturbatív elmélet a QCD)

$x + y \rightarrow \dots \quad \sigma(E) \rightarrow$  mérjút a Földön



idő és térfogategységenkénti reakció száma = reakcióráta

$R_{xy} = \frac{1}{1 + \delta_{xy}} n_x n_y \langle \sigma v \rangle$

$\langle \sigma v \rangle$  párrakcióráta

termikus átlag sebességeloszlásra

nonrelativisztikus eset  $\rightarrow$  Maxwell - eloszlás

$\phi(v) d^3v = \left( \frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}} d^3v$

$\int \phi(v) d^3v = 1$

$\phi(m_1, v_1) \phi(m_2, v_2) d^3v_1 d^3v_2 = \phi(M, v) \phi(\mu, v) d^3v d^3v$

$v_2 - v_1 = v$  relatív sebesség

$V = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$  TKP sebesség

$M = m_1 + m_2 \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

$\phi(v) d^3v = \left( \frac{\mu}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} e^{-\frac{\mu v^2}{2k_B T}} d^3v$

$\langle \sigma v \rangle = \left( \frac{\mu}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \int_0^\infty \sigma(E) v e^{-\frac{\mu v^2}{2k_B T}} 4\pi v^2 dv$

$\frac{\mu v^2}{2} = E$

$$v = \sqrt{\frac{2}{\mu}} \sqrt{E} \quad \text{abszolút} \quad 2 \frac{\mu}{2} v dv = dE$$

$$\begin{aligned} \langle \sigma v \rangle &= \left( \frac{\mu}{2\pi \epsilon_B T} \right)^{3/2} 4\pi \int_0^\infty \sigma(E) \frac{2}{\mu} E \frac{1}{\mu} dE = \frac{8\pi}{\mu^2} \left( \frac{\mu}{2\pi \epsilon_B T} \right)^{3/2} \int_0^\infty \sigma(E) E e^{-\frac{E}{\epsilon_B T}} dE = \\ &= \left( \frac{8}{\pi \mu} \right)^{1/2} \left( \frac{1}{\epsilon_B T} \right)^{3/2} \int_0^\infty \sigma(E) E e^{-\frac{E}{\epsilon_B T}} dE \end{aligned}$$

Korai univerzum termodinamikája:

$c = \hbar = \epsilon_B = 1$  egységrendszer

$1 \text{ eV} \approx 11600 \text{ K} !$  (Napban  $\approx 1,5 \text{ keV}$ )

$1 \text{ K}^3 = 83,4 \frac{1}{\text{cm}^3}$

$1 \text{ K}^4 = 1,28 \cdot 10^{-35} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

$c = \dots \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad \hbar = \dots \text{J} \cdot \text{s} = \frac{\text{kgm}^2}{\text{s}}, \quad G = \dots \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$

$l_{\text{Planck}} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}}$

$t_{\text{Planck}} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}}$

$m_{\text{Planck}} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}}$

$E_{\text{Planck}} = m_{\text{Planck}} \cdot c^2 = 1,22 \cdot 10^{19} \text{ GeV}$

ha  $\hbar = c = 1 \rightarrow m_{\text{Planck}}^2 = \frac{1}{G}$

Feltételezés:

hőmérsékleti egyensúlyban lévő gáz, minden részecské benne van

$\Rightarrow$  kvantumstatistika

$f(p) = \frac{g}{e^{\frac{E-M}{T}} \pm 1}$

elemi fáziscella betöltési száma

$g$ : a degeneráció (pl. spin)

elemi fáziscella:  $(2\pi)^3$

egységnyi fázistérben lévő részecskék

száma

$N_i = \frac{1}{(2\pi)^3} \int \frac{g_i}{e^{\frac{E-M_i}{T_i}} \pm 1} d^3r d^3p$

Hubble - térfogat: a horizonton belüli térfogat  
 → véges ⇒ ki lehet  $d^3\vec{r}$  -re integrálni ⇒ V

$$E^2 = m^2 + p^2$$

$$n_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3} 4\pi \int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{E_i - \mu_i}{T_i} \pm 1}} p^2 dp = \frac{g_i}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{E_i - \mu_i}{T_i} \pm 1}} p^2 dp \leftarrow \text{sűrűség}$$

↑  
 $\frac{N_i}{V}$

$$nyomás: P_i = \frac{g_i}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{p^2}{3E_i} \frac{1}{e^{\frac{E_i - \mu_i}{T_i} \pm 1}} p^2 dp$$

↑  
 $\frac{P^2}{3E}$  természet  
 atlag

$$P = -\frac{dE}{dV} = -\frac{dE}{dp} \frac{dp}{dV} = \frac{p}{E} \frac{p}{3V}$$

↑  
 $V \sim R^3, p \sim R^{-1} \rightarrow V^{-1/3}$

⊕ Fermi - Dirac

⊖ Bose - Einstein

Relativisztikus eset:  $T \gg m, \mu$

$$n_i = \frac{g_i}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{E}{T} \pm 1}} E^2 dE = \frac{g_i T^3}{(2\pi)^3} \int_0^\infty \frac{x^2}{e^x \pm 1} dx$$

$\frac{E}{T} = x$

$\oplus: \frac{3}{2} \int(3)$   
 $\ominus: 2 \int(3)$

$\int(3) \approx 1,202 \dots$

↳ fotóra mindig

$\frac{1}{\pi^2} \int(3) g_b T_b^3$

$\frac{3}{4\pi^2} \int(3) g_f T_f^3$

$$S_i = \frac{g_i}{2\pi^2} T^4 \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x \pm 1} dx$$

$\oplus: \frac{\pi^4}{15}$   
 $\ominus: \frac{7\pi^4}{8 \cdot 15}$

$\oplus: \frac{\pi^2}{30} g_b T_b^4$   
 $\ominus: \frac{7\pi^2}{8 \cdot 30} g_f T_f^4$

$P_i = \frac{1}{3} S$  ← állapotegyenlete a relativisztikus gáznak  $P = w \rho \quad w = \frac{1}{3}$

$$\rho = \sum_i S_i = \frac{\pi^2}{30} g_* T^4 \quad T = T_r$$

↑ mindent fotonhőmérsékletben

$$g_* = \sum_b g_b \left(\frac{T_b}{T}\right)^4 + \frac{7}{8} \sum_f g_f \left(\frac{T_f}{T}\right)^4 \rightarrow \text{effektív degenerációs fok}$$

Resztelők:

generáció	polárizáció	szín	íz	r/r̄	f(b)	g
$e, \mu, \tau$	2	1	1	2	$\frac{1}{8}$	12
$\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$	1	1	1	2	$\frac{1}{8}$	6
q	2	3	2	2	$\frac{1}{8}$	72
$\gamma, W^+, W^-, Z^0$	2	1	4	1	1	8
g	2	8	1	1	1	16
H	1	1	4	1	1	4

resztelők/anti

Ultrarelativisztikus eset:  $T > 300 \text{ GeV}$

(mindenkori relativisztikus)

$$90 \cdot \frac{7}{8} = 78,75 + 28 = 106,75 = g_{**} (300 \text{ GeV})$$

$$g_{**} (10 \text{ MeV}) = 2 + 6 \cdot \frac{7}{8} + 4 \cdot \frac{7}{8} = 10,75$$

$e, \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau, \gamma$  hőmérsékleti egyensúlyban vannak

$$g_{**} (2,72 \text{ K} = 2,72 \frac{1}{14600} \text{ eV}) = 2 + 6 \cdot \frac{7}{8} \left(\frac{T_\nu}{T}\right)^4$$

↳ mincs a  $\nu$  és  $\gamma$  hőm. egyensúlyban

$$n_b = \frac{1}{\pi^2} g_b \int_0^\infty (3) T^3$$

$$n_{\text{foton}} (m_a = 2,72 \text{ K}) = \frac{1}{\pi^2} \cdot 2 \cdot 1,202 \cdot (2,725)^3 \text{ K}^3 = 411 \frac{1}{\text{cm}^3}$$

$\uparrow$   
 $8^{3/4} \frac{1}{\text{cm}^3}$

$$g_{\text{rel}} (T=10 \text{ MeV}) = \frac{\pi^2}{30} g_{**} T^4 = \dots$$

Nemrelativisztikus eset:  $T \ll m, m-\mu$

$$E^2 = m^2 + p^2 \quad p \ll m$$

$$E = \sqrt{m^2 + p^2} = m \sqrt{1 + \frac{p^2}{m^2}} \approx m \left(1 + \frac{p^2}{2m^2}\right) = m + \frac{p^2}{2m}$$

$$n_i = \frac{g_i}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{E-\mu}{T}}}{1 \pm e^{-\frac{E-\mu}{T}}} p^2 dp \approx \frac{g_i}{2\pi^2} \int_0^\infty e^{-\frac{m-\mu+p^2}{T}} p^2 dp =$$

$$= \frac{g_i}{2\pi^2} e^{-\frac{m-\mu}{T}} \int_0^\infty e^{-\frac{p^2}{2mT}} p^2 dp = \frac{p^2}{2mT} = x^2$$

$$= \frac{g_i}{2\pi^2} e^{-\frac{m-\mu}{T}} (2mT)^{3/2} \int_0^\infty e^{-x^2} x^2 dx =$$

$\underbrace{\int_0^\infty e^{-x^2} x^2 dx}_{\frac{\sqrt{\pi}}{4}}$

$$= g_i \left(\frac{2mT}{\pi}\right)^{3/2} e^{-\frac{m-\mu}{T}}$$

$n_i = g_i \left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-\frac{m-\mu}{T}}$  mincs különbség nemrelativisztikus esetben boron és fermion között

$$P_i = \frac{g_i}{2\pi^2} \int e^{-\frac{m-\mu+p^2}{T}} \left(m + \frac{p^2}{2m}\right) p^2 dp = \int_0^\infty e^{-x^2} x^4 dx = \frac{3\sqrt{\pi}}{8} = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{3}{2}$$

$$= m n_i + (2mT)^{5/2} \frac{1}{2m} \frac{g_i}{2\pi^2} e^{-\frac{m-\mu}{T}} \int_0^\infty e^{-x^2} x^4 dx = m n_i + n_i 2mT \frac{1}{2m} \frac{3}{2} = n_i \left(m + \frac{3}{2}T\right) \approx \underline{n_i m}$$

nyomás:  $P_i = \frac{g_i}{2\pi^2} \int e^{-\frac{m-\mu+p^2}{T}} \frac{p^2}{3\left(m + \frac{p^2}{2m}\right)} p^2 dp = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} T n_i = \underline{T n_i}$

$P = w\rho$

$w_{relativisztikus} = \frac{1}{3}$  (sugárzásra)

$w_{nemrelativisztikus} = 0$

Ila hül az univerzum a részecskéit ki foghat csüni a termikus egyensúlyból, mert nem hatnak kölcsön

$\nu + e^- \leftrightarrow \nu + e^-$

$\nu + \bar{\nu} \leftrightarrow e^- + e^+$

kölcsönhatási ráta  $\Gamma \sim G_F T^5 \rightarrow$  rohamosan

csökten a hőmérséklettel

Táplálási ráta  $H \sim T^2$

ha  $\Gamma > H \Rightarrow$  hőmérsékleti egyensúly

$\Gamma < H \Rightarrow$  mincs -- --

A neutrínó  $\approx 1,5$  MeV -en esik ki a termikus egyensúlyból  $\rightarrow$  adiabatikusan táplál és hül  $\rightarrow$  hogy hül tovább?

Kozmikus neutrínóhatár.

$D =$  decoupling

~~korábban~~  $N_D = \frac{4\pi R_0^3}{3} \frac{g}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{E_0 - \mu_0}{T_0} + 1}} p^2 dp$   
 $t > t_D$   $\uparrow E^2 \uparrow dE$   $E \sim \lambda^{-1} \sim R^{-1}$

$N = \frac{4\pi R^3}{3} \frac{g}{2\pi^2} \int \frac{1}{e^{\frac{E_0 R_0}{R} + 1}} \frac{R_0^3}{R^3} E_0^2 dE_0 = \frac{E(t)}{E_0} = \frac{R_0}{R(t)}$

$N = \frac{4\pi}{3} R_0^3 \frac{g}{2\pi^2} \int \frac{1}{e^{\frac{E_0 - \mu_0}{T_0} + 1}} E_0^2 dE_0$

$$\mu_D = \mu \frac{R}{R_D} \quad T_D = T \frac{R}{R_D}$$

$$R_D T_D = RT \Rightarrow T \sim R^{-1} \quad (\text{fotonra is jó})$$

H: nemrelativisztikus részecste lecsatolódata

$$E \sim p^2, \quad p \sim R^{-1} \Rightarrow E \sim R^{-2}$$

$$\Rightarrow T \sim R^{-2}$$

Hogyan hűl a univerzuma a relativisztikus részecskéknél?

entropiasűrűség  $\frac{S}{V} = s = (s + p + \sum_i \mu_i n_i) \frac{1}{T}$

$\frac{\mu}{T} \ll 1$  relativisztikusan  $\rightarrow$  nagy energián könnyű új részecskéket kelteni

$P = \frac{1}{3} \rho$  sugárzásra

$$s_i = \frac{4}{3} \left( \frac{\pi^2}{30} g_i T_i^3 \right)$$

$$s_i = \frac{4}{3} \left( \frac{\pi^2}{30} g_i T_i^3 \right)$$

$$s = \sum_i s_i = \frac{2\pi^2}{45} g_{*s} T^3$$

$T = T_r$  fotonhőm.-hez mérjük

$$g_{*s} = \sum_i g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^3 + \sum_f \frac{7}{8} g_f \left( \frac{T_f}{T} \right)^3$$

$\hookrightarrow$  entropiához tartozó effektív degenerációs fok

$$S = \frac{2\pi^2}{45} g_{*s} T^3 R^3 \frac{4\pi}{3} \quad \text{teljes entropia}$$

$$S \approx T^3 R^3 g_{*s}$$

ma  $g_{*s} \approx 4$ ,  $T \approx 2,725 \text{ K}$ ,  $R \approx 4 \cdot 10^{26} \text{ m}$

$$S_{\text{ma}} = 7,7 \cdot 10^{89}$$

$\Delta S \ll S \Rightarrow$  entropia állandó (infláció óta)

$$g_{*s} T^3 R^3 = \text{const.}$$

Mennyi ma a kozmikus neutrínó hőmérséklete?

$$T = 10 \text{ MeV} \Rightarrow \gamma, e^\pm, \nu$$

$$S = \dots g_{*s, \gamma, e^\pm} R^3 T^3 + g_{*s, \nu} R^3 T^3 \Rightarrow *$$

$$T = 1,5 \text{ MeV} \Rightarrow \nu \text{ lecsatolódik } T_\nu \sim R^{-1}$$

$T \approx (1-0,1) \text{ MeV} \Rightarrow e^+ + e^- \xrightarrow{2\gamma}$  szétsugarú és nem relativisztikus marad

$T \ll 0,1 \text{ MeV} \Rightarrow \gamma$  és  $\nu$  relativisztikus, de  $\nu$  lecsatolódik

$$g_{*sr} R^3 T^3 + g_{*sv} R^3 T_v^3 \stackrel{*}{=} *$$

$$T_v \sim R^{-1}$$

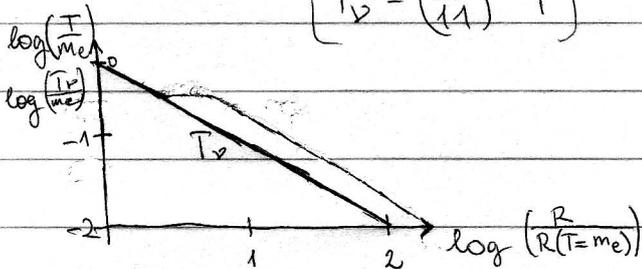
$$R_1^3 T_1^3 = R^3 T_v^3$$

$$g_{*s, r, e} R_1^3 T_1^3 = g_{*s, r} R^3 T^3$$

$$(2 + 4 \cdot \frac{7}{8}) R^3 T_v^3 = 2 R^3 T^3$$

$$T_v = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} T$$

$$\Rightarrow \text{ma } T_v \stackrel{ma}{=} \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} \cdot 2,725 \text{ K} \approx 1,94 \text{ K}$$



$$g_{*}^{ma} = 2 + \frac{7}{8} \cdot 6 \left(\frac{T_v}{T}\right)^4 \approx 3,36$$

$$g_{*}^{nd} = 2 + \frac{7}{8} \cdot 6 \left(\frac{T_v}{T}\right)^3 \approx 3,9 \dots$$

Skálafaktor:

homogén ~~isotrop~~ isotróp univerzumra  $\rightarrow$  Robertson-Walker - metrika  $ds^2 = -dt^2 + R^2(t) \left( \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\varphi^2 \right)$

$\rightarrow$  bele az Einstein egyenletbe  $\rightarrow$  Friedmann-egyenlet

$$\left( \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{\epsilon}{R(t)^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

$$\frac{\ddot{R}(t)}{R(t)} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho + P) + \frac{\Lambda}{3}$$

$\rho$ : energiasűrűség

$\epsilon$ : görbület

+1 zárt

0 sík

-1 nyílt



$$\frac{R_{ma}}{R(t)} = z(t) + 1$$

$R$  növekedési sebesség

$\Lambda$ : kozmológiai

konstans

$$\dot{\rho} = -3 \frac{\dot{R}}{R} (\rho + P)$$

ha  $\Lambda = 0$ ,  $\epsilon = 0$  nézzük az energiasűrűséget:

1. sugárzás  $P = \frac{1}{3} \rho$

$$\dot{\rho} = -3 \frac{\dot{R}}{R} \frac{4}{3} \rho = -4 \frac{\dot{R}}{R} \rho$$

$$\dot{\rho} R + 4 \rho \dot{R} = 0$$

$$\frac{1}{R^3} (\rho R^4) = \dot{\rho} R + 4 \rho \dot{R} = 0$$

$$\left[ \rho R^4 = \text{const.} \rightarrow \left[ \rho \sim R^{-4} \right] \quad (T \sim R^{-1}) \quad \left[ \rho \sim T^4 \right]$$

$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 \sim R^{-4}$

$\frac{\dot{R}}{R} \sim R^{-2}$

$R \sim R^{-1}$

$R dR \sim dt$

sugaras eseten  $[R \sim t^{1/2}]$

2. nemrelativisztikus hideg gaz ...

$\rho R + 3P \rho = 0$

$\rho R^3 = \text{const} \rightarrow (\rho \sim R^{-3})$

$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 \sim R^{-3}, \frac{\dot{R}}{R} \sim R^{-3/2}, \dot{R} \sim R^{-1/2}$

nemrelativisztusra  $[R \sim t^{2/3}]$

Altalános esetben:

$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \alpha R^{-4} + \beta R^{-3} - \frac{\epsilon}{R^2} + \frac{\Lambda}{3} \rightarrow$  mindig egyik dominál

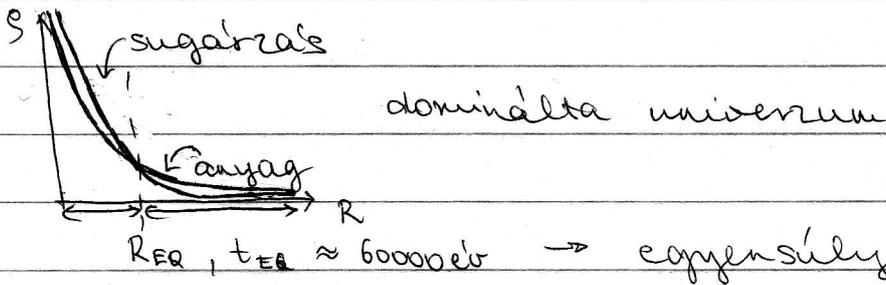
3. kozmologiai konstans

$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 \sim \text{const.}$

$\frac{\dot{R}}{R} \sim \text{const.}$

$\frac{dR}{R} \sim dt$

$[R \sim e^{ct}] \rightarrow$  infláció



$\frac{\dot{R}(t)}{R(t)} \equiv H(t)$  Hubble parameter

04.14.

$H(t=t_0) = H_0 = \underset{0,73}{\uparrow} h \cdot 100 \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}$

$1 \text{ Mpc} = 3,08 \cdot 10^{19} \text{ km}$

$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G \rho}{3} - \frac{\epsilon}{R^2} + \frac{\Lambda}{3}$  most olyat nézünk, ahol nem számít

$\epsilon = 0$  sőt univerzumban tartózik a  $\rho$  rit

$\rho_{\text{rit}} = \frac{3H^2}{8\pi G} = 1,88 \cdot 10^{-29} h^2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

$\rho > \rho_{crit} \rightarrow$  zárt, összerostadó univerzum

$\rho < \rho_{crit} \rightarrow$  folyamatos tágulás

WMAP  $\rightarrow$  hőmérsékletfluktuációt mérte  $\sim 10^{-5} K$

$\Rightarrow$  jelenleg éppen kritikus sűrűség az univerzum

sűrűség - parameter:  $\frac{\rho}{\rho_{crit}} = \Omega$

$\Omega_r = \frac{\rho_r}{\rho_{crit}}$  sugárzás

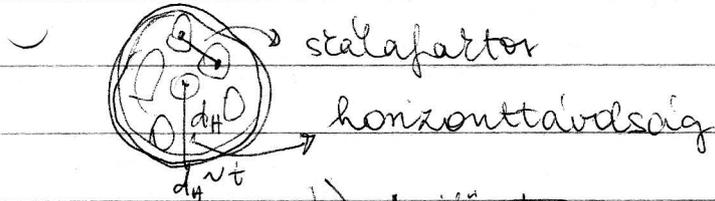
$\Omega_m = \frac{\rho_m}{\rho_{crit}}$  anyag

$\Omega_b = \frac{\rho_b}{\rho_{crit}}$  barion

$\Omega_\Lambda = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{crit}}$

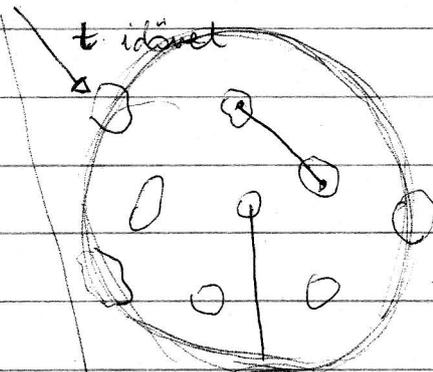
ma tekintük:

$\Omega_r + \Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$

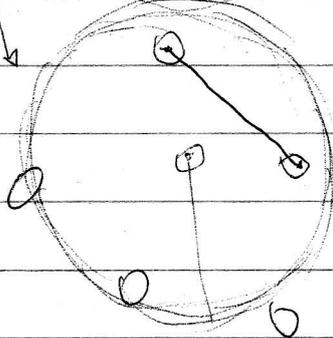


$d_{H,u} = 3ct$  anyag

$d_{H,r} = 2ct$  sugárzás

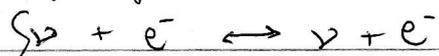


horizontméret jobban nő, mint a skalafaktor  $\Rightarrow$  anyagdominálta



$\Rightarrow \Lambda$  dominált univerzum gyorsabban nő a skalafaktor, mint az univerzum mérete

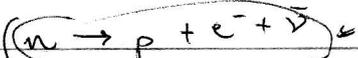
gyenge kölcsönhatási ráta  $>$  tágulási ráta



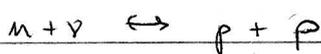
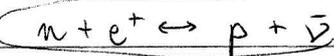
$\Gamma_w > H$  addig teljesen egyensúly



$\Gamma_w \sim G_F T^5$



$\text{szg } H = cT^2$



gyenge lecsatlakozás (WD)  $\Gamma_w = H$  és  $\Gamma_w < H$

gyenge kifagyás (WF)

$$\left(\frac{\Gamma}{H}\right)_{\text{WD}} \approx \left(\frac{T}{15 \text{ MeV}}\right)^3$$

$$\left(\frac{\Gamma}{H}\right)_{\text{WFO}} \approx \left(\frac{T}{0,8 \text{ MeV}}\right)^3$$

\* csak a neutronbomlás marad 0,8 MeV alatt

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} \quad \text{barionszám / fotonszám}$$

barion - foton arány

Keressük meg a sugárzás és anyag energiasűrűségei-  
nek egyenlőségét:  $\rho_{\text{EA}} \quad \rho_r \sim R^{-4}, \rho_m \sim R^{-3}$

$$\frac{\rho_{r, \text{ma}}}{\rho_{r, \text{ma}}} = \frac{\rho_{r, \text{ma}}}{\rho_{r, \text{EA}}} \cdot \frac{\rho_{r, \text{EA}}}{\rho_{m, \text{EA}}} \cdot \frac{\rho_{m, \text{EA}}}{\rho_{m, \text{ma}}} = \frac{\rho_{\text{EA}}}{\rho_{\text{ma}}} = \frac{1}{z_{\text{ea}} + 1}$$

$$\frac{\rho_{\text{ma}}}{\rho(t)} = z(t) + 1$$

$$\rho_{r, \text{ma}} = \frac{\pi^2}{30} g_* T^4 = 7,8 \cdot 10^{-34} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$2 + \frac{7}{8} g \left(\frac{T_\nu}{T_s}\right)^4 = 3,36$$

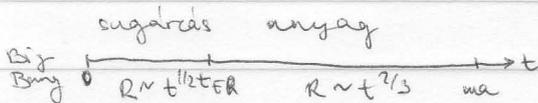
$$\frac{T_\nu}{T_s} = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3}$$

$$\rho_{r, \text{ma}} = \rho_m(\text{ma}) \rho_{\text{rel}}(\text{ma})$$

0,3       $1,88 \cdot 10^{-29} R^2$

10<sup>-34</sup>  
anyagdominálta  
univerzumban  
élünk

$$\frac{\rho_{\text{EA}}}{\rho_{\text{ma}}} = \frac{1}{z_{\text{ea}} + 1} = \frac{1}{3850} \rightarrow z_{\text{ea}} + 1 \approx 3850$$



$$\frac{\rho_{\text{ma}}}{\rho(t)} \approx \frac{t_{\text{ma}}^{2/3}}{t^{2/3}}$$

$$t = \frac{t_{\text{ma}}}{(z+1)^{3/2}}$$

$$t_{\text{EQ}} = \frac{136 \cdot 10^9 \text{ év}}{(3850)^{3/2}} \approx 58000 \text{ év}$$

$T \sim R^{-1} \rightarrow$  ha a foton nem hat kölcsön  
más relativisztikus gázzal

$\rightarrow$  Eb. 1s után a  $\nu$  lecsatolódot

$$\frac{T_{\text{EQ}}}{T_{\text{ma}}} \approx \frac{\rho_{\text{ma}}}{\rho_{\text{EA}}} \rightarrow T_{\text{EQ}} = T_{\text{ma}} (z_{\text{ea}} + 1) \approx 10400 \text{ K} \approx 0,9 \text{ eV}$$



azért nem 13,6 eV, amennyi a kötési energia  
 mert a fotonok sűrűsége az összedűlő H-ét  
 azért van sok 13,6 eV, mert sokkal több foton  
 van összesen, mint proton  $\rightarrow \eta = \frac{n_B}{n_Y} \approx 10^{-9}$   
 sugárzás dominálta kor:  $R \sim t^{1/2}$   
 $T \sim R^{-1} \rightarrow T \sim t^{-1/2}$

az egyensúlyi időponthoz használtjuk

pl:  $\frac{T(1\text{MeV})}{T_{\text{eq}}} = \frac{t^{\frac{1}{2}}}{t(1\text{MeV})^{\frac{1}{2}}} \rightarrow t(1\text{MeV}) = t_{\text{eq}} \left( \frac{T_{\text{eq}}}{T(1\text{MeV})} \right)^2 \approx 1,5 \text{ s}$

$g_{*s}(1\text{MeV}) = 10,75$

$g_{*s}(E_Q = 0,9 \text{ eV}) = 2 + \frac{7}{8} 6 \left( \frac{T_Q}{T_r} \right)^3 = 3,909$

$t(1\text{MeV}) = 0,73 \text{ s}$

megjegyezni! 1 MeV  $\leftrightarrow$  1 s

kvark - hadron fázisátmenet	$\frac{200\text{MeV}}{(200)^2} \text{ s} = 0,25 \cdot 10^{-4} \text{ s}$
erős - elektrogyenge	$\frac{100\text{GeV}}{(100 \cdot 10^3)^2} \text{ s} = 10^{-10} \text{ s}$
Planck skála	$10^{19} \text{ GeV} \quad 10^{-44} \text{ s}$
<hr/>	
	$0,1 \text{ MeV} \quad 100 \text{ s}$
sugárzás - anyag	$0,9 \text{ eV} \quad 58000 \text{ év}$
rekombináció	$0,26 \text{ eV} \quad \text{H!}$
ma	$\frac{2,275}{11600} \text{ eV} \quad 13,6 \cdot 10^9 \text{ év}$

anyag dominálta az előzetet kell használni

sugárzás:  
 $\left( \frac{\dot{R}}{R} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \frac{\pi^2}{30} g_* T^4 = \left( \frac{1}{2} t^{-1} \right)^2$

$R \sim t^{1/2}$

$\dot{R} \sim \frac{1}{2} t^{-1/2}$

$H = \frac{1}{2} t^{-1}$

$t = \dots T^{-2} = 2,42 \frac{1}{\sqrt{g_*}} \left( \frac{T}{1\text{MeV}} \right)^{-2} \text{ s}$

$\rightarrow T = 0,8 \text{ MeV} \quad 10,75 = 2 + 4 \frac{7}{8} + 6 \frac{7}{8} \quad t = 1,15 \text{ s}$

ett  
 kulcsmomentum

$\rightarrow T = 0,07 \text{ MeV} \quad 3,36 \quad t = 269 \text{ s}$

$T = 0,8 \text{ MeV}$  gyenge kifagyás,  $T = 0,07 \text{ MeV}$  nukleosintézis

$Z$  proton +  $(A-Z)$  neutron =  $A(Z, N)$  atommag  
 nukleáris statisztikus egyensúly (NSE) = termikus

egyensúly nemrelativisztikusai

$$n_A = g_A \left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{\frac{\mu_A - m_A}{T}}$$

$$n_p = g_p \left(\frac{m_p T}{2\pi}\right)^{3/2} e^{\frac{\mu_p - m_p}{T}}$$

$$n_n = g_n \left(\frac{m_n T}{2\pi}\right)^{3/2} e^{\frac{\mu_n - m_n}{T}}$$

$$\mu_A = Z\mu_p + (A-Z)\mu_n$$

$$e^{\mu_A} = e^{\mu_p Z + \mu_n (A-Z)} = n_p^Z 2^{-Z} \left(\frac{2\pi}{m_p T}\right)^{3/2 Z} e^{Z\mu_p} n_n^{(A-Z)} 2^{-(A-Z)} \left(\frac{2\pi}{m_n T}\right)^{3/2 (A-Z)} e^{(A-Z)\mu_n}$$

$$n_A = g_A \left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{\frac{(m_A + Z\mu_p + (A-Z)\mu_n) - m_A}{T}} = n_p^Z n_n^{(A-Z)} \left(\frac{2\pi}{mT}\right)^{3/2 A} 2^{-A}$$

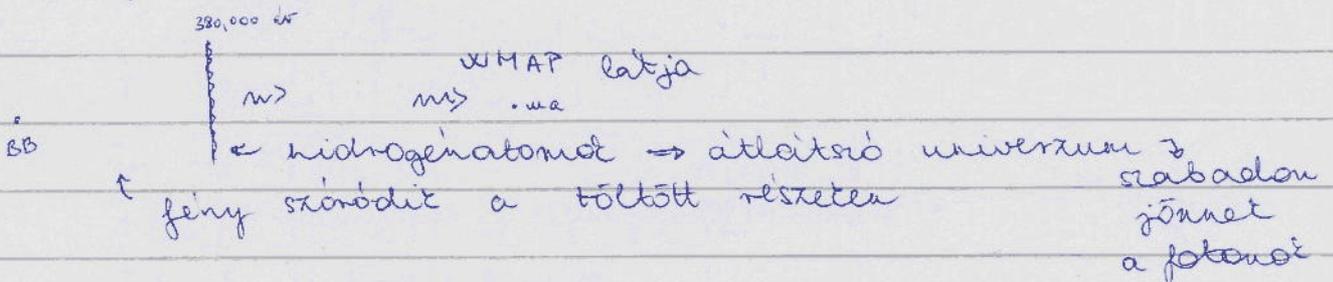
↑  
kötési energia

$m_n \approx m_p = m_N$

04.21.

$T_{rekombináció} = 0,26 \text{ eV}$

$t = \frac{t_0}{(Z+1)^{3/2}} \approx 380\,000 \text{ év}$



380000 évvel a gömbfelület a surface of last scattering → optikai távcsővel eddig látunk  
 primordialis nukleosintézis

nukleáris statisztikus egyensúly

$$n_A = g_A A^{3/2} \left(\frac{2\pi}{mNT}\right)^{3/2(A-1)} n_p^Z n_n^{(A-Z)} e^{\frac{BA}{T}}$$

	$B_A$	$g_A$	kötési energia
$^2\text{H}$	2,2 MeV	3	ebből $n_A(T)$ számolható
$^3\text{H}$	8,48 MeV	2	
$^3\text{He}$	7,7 MeV	2	
$^4\text{He}$	28,3 MeV	1	

$X_A = \frac{A n_A}{n_B}$   $n_B = n_p + n_n + \sum_A A n_A$

$\sum_A X_A = 1$  tömegarányt számoljuk

barionsűrűség

$n_p = X_p n_B$   
 $n_n = X_n n_B$

$X_A = \dots$

$$\eta = \frac{n_B}{n_X} \quad n_B = \eta n_X = \eta \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty p^3 T^3 \quad \text{itt is behelyettesítjük}$$

$$X_A = \underbrace{g_A \cdot 2}_{\theta(1)} \cdot \underbrace{\frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty p^3 T^3}_{\theta(1)} \cdot \underbrace{A^{5/2} X_p^z X_n^{A-z} \left(\frac{T}{m_N}\right)^{\frac{3}{2}(A-1)}}_{\eta^{A-1} e^{B_A/T}}$$

$$\eta(T) = \frac{n_B}{n_X} = \frac{N_B(T)}{\frac{4\pi}{3} R(T)^3} \cdot \frac{1}{\frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty p^3 T^3} = \frac{N_B(T_0)}{\frac{4\pi}{3} \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty p^3 R(T_0)^3 T_0^3} =$$

$$= \frac{n_B(T_0)}{n_X(T_0)} \frac{g_{*s}(T)}{g_{*s}(T_0)} = \eta(T_0) \frac{g_{*s}(T)}{g_{*s}(T_0)} \quad \begin{matrix} T = 10 \text{ MeV} & g_{*s} = 10,75 \\ T = T_{ua} & g_{*s} \approx 5,909 \end{matrix}$$

$\eta \approx$  konstans egyenlőség kedvéért

$$\eta = \frac{n_B}{n_X} = \frac{N_B}{V n_X} = \frac{g_B}{m_N n_X} = \frac{\Omega_B g_B}{m_N n_X} = \frac{\Omega_B \cdot 1,88 \cdot 10^{-23} \text{ h}^2 \frac{g}{\text{cm}^3}}{938 \text{ MeV} \cdot 411 \frac{1}{\text{cm}^3}} =$$

$$\frac{N_B m_N}{V} = g_B$$

$$= 2,74 \cdot 10^{-8} \Omega_B \text{ h}^2 \leq 1,46 \cdot 10^{-8}$$

$\uparrow$   $\uparrow$   
 $\leq 1$   $0,73$   $ua$

$\eta$  nagyon kicsi szám

$$\eta = 6 \cdot 10^{-10}$$

$$\left(\frac{T}{m_N}\right)^{\frac{3(A-1)}{2}} \eta^{A-1} e^{B_A/T} = 1$$

keressük azt a  $T-t$ , ahol  $X_A$  maximum = 1

$$\frac{3(A-1)}{2} \ln\left(\frac{T}{m_N}\right) + (A-1) \ln \eta + \frac{B_A}{T} = 0$$

$${}^4\text{He:} \quad T_{n.s.} = - \frac{B_A}{\frac{3(A-1)}{2} \ln\left(\frac{T}{m_N}\right) + (A-1) \ln \eta} = + \frac{\frac{B_A}{A-1}}{\frac{3}{2} \ln\left(\frac{m_N}{T}\right) + \ln \eta^{-1}}$$

$\uparrow$   
 nukleosintézis

iteratíván kell megoldani a transzcendens egyenletet

behelyettesítés után:  $T_{n.s.}^{(1)} = 0,299 \text{ MeV}$

$T_{n.s.}^{(2)} = 0,283 \text{ MeV}$

$T_{n.s.}^{(3)} = 0,282 \text{ MeV}$

	$T_{n.s.} \text{ (MeV)}$
${}^4\text{He}$	0,28
$2 \text{ H}$	0,07
$3 \text{ He}$	0,11

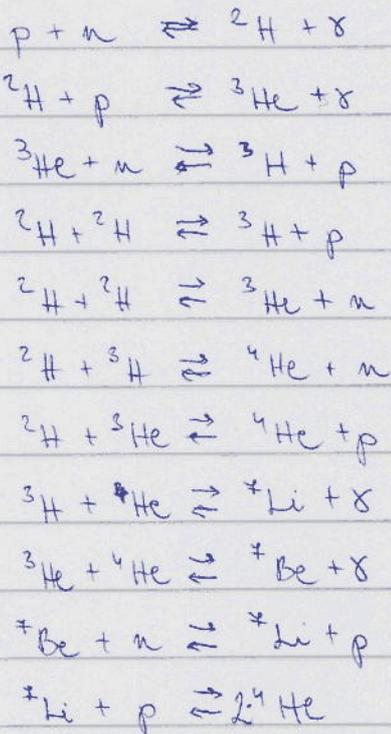
$$Z \cdot p + (A-Z) \cdot n \rightleftharpoons A$$

ez úgy nem zajlik le

csak létrehozható reakciókban mennek végbe

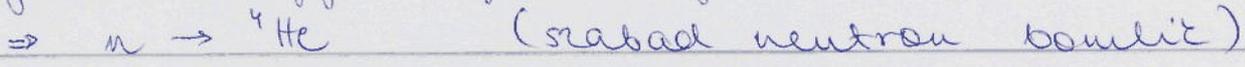
$$A + B \rightarrow C + \dots \quad \text{ráta: } n_A n_B \langle \sigma v \rangle$$

legfontosabb 11 reakció



az előbbi ellentmondás szerint 0,28 MeV - en már mindent  ${}^4\text{He}$ -nek kéne lenni, de 0,07 MeV - en körül a  ${}^2\text{H}$ , és csak akkor indulhat be a reakciók láncja 0,28 MeV fölött megszűnik a nukleáris statisztikus egyensúly  $\eta$  kicsi szám, ezért kell sokkal a kötési energia alá menni a hőmérséklettel

ert úgy hívják, hogy deutérium sűrűsítéssel amikor a reakcióláncot elindul kb. csak  ${}^4\text{He}$  keletkezik, mert vissza akar térni a gáz az egyensúlyi helyzet felé.

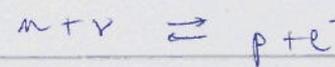
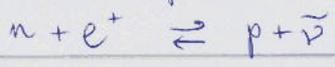


$T_{n.s.} = 0,07 \text{ MeV}$

$\approx$  magas hőmérsékleten egyensúlyban vannak

a neutron és proton

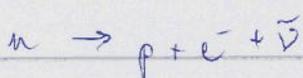
$$\frac{n}{p} = \frac{n_n}{n_p} = \frac{x_n}{x_p}$$



gyenge folyamatok  $\sim T^{-5}$

$$\frac{\Gamma}{H} < 1$$

$T = 0,8 \text{ MeV}$   
gyenge folyamatok WFO



ez független a hőmérséklettől

• ha  $T > 0,8 \text{ MeV}$

( $t < 1,15 \text{ s}$ ), akkor  $\frac{n}{p} = \frac{n}{p} \Big|_{\text{egyensúly}}$

• ha  $0,07 < T < 0,8 \text{ MeV}$

( $269 \text{ s} > t > 1,15 \text{ s}$ ), akkor

$$n(t) = n(t_{\text{WFO}}) e^{-\frac{t-t_{\text{WFO}}}{\tau_n}}$$

$\tau_n = 887 \text{ s}$  neutron élettartama

$$t_{1/2} = \tau_n \ln 2 \approx 10 \text{ perc}$$

• ha  $T = 0,07 \text{ MeV}$ , akkor az összes neutron befogódik  ${}^4\text{He}$ -ba.

ezeket mind számolva kaphatjuk meg a  ${}^4\text{He}$  tömegarányait a nukleosintézis után

$$n_n = 2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_n - m_p}{T}} \quad a = 1,293 \text{ MeV}$$

$$\frac{n}{p} \approx e^{(\mu_n - m_n - \mu_p + m_p)/T} = e^{-(m_n - m_p)/T} e^{(\mu_n - \mu_p)/T} = e^{-\frac{Q}{T}} e^{\frac{\mu_n - \mu_p}{T}}$$

$$n + \nu \rightleftharpoons p + e^-$$

$$\mu_n + \mu_\nu = \mu_p + \mu_e$$

$$\frac{\mu_e}{T} = ?$$

$$n_{e^-} - n_{e^+} = n_p \approx n_B = \eta n_\gamma = \eta \frac{2}{\pi^2} (1,202)^{-3} \cdot 10^{-3}$$

$$n_{e^-} - n_{e^+} = \frac{2}{2\pi^2} \left[ \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{e^{\frac{p + \mu_e}{T}} + 1} - \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{e^{\frac{p - \mu_e}{T}} + 1} \right] = \frac{\mu_e^3}{3} + \frac{\mu_e^2 T^2}{3} = \frac{T^3}{3} \left( \left(\frac{\mu_e}{T}\right)^2 + \pi^2 \left(\frac{\mu_e}{T}\right) \right)$$

$$= \frac{1}{3\pi^2} \left[ \frac{\mu_e}{T} \pi + \left(\frac{\mu_e}{T}\right)^2 \right] T^3 \approx \frac{\mu_e}{3\pi} T^2$$

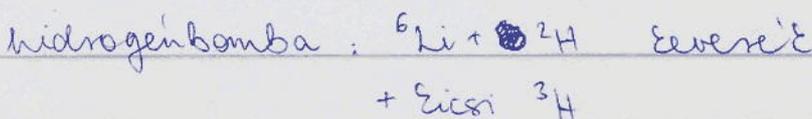
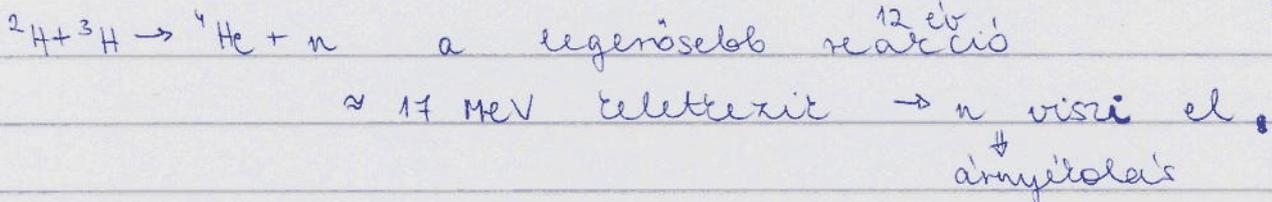
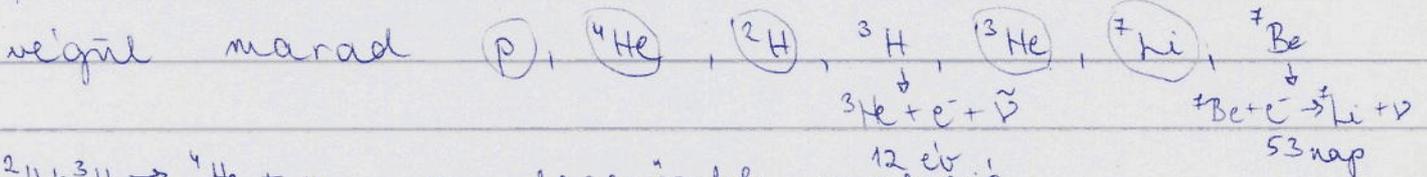
$$\frac{\mu_e}{T} \ll 1$$

• elhanyagolható  
 $e^{\frac{\mu_e}{T}} \approx 1$

ennek nagyon kicsinek kell lenni  $\Rightarrow \left(\frac{\mu_e}{T}\right)^3 \ll \frac{\mu_e}{T}$

nagy energián minden kémiai potenciál 0-hoz tart  
reakcióhálozat 0,03 MeV-ig tud menni, mert  
Coulomb-tasítást nem tudja leküzdeni és  
a neutronok elfogynak

$$0,03 \text{ MeV} \sim 900 \text{ s}$$



fizikós reaktor:



Elő olvadt fém fal → neutronárnyékolás és <sup>2</sup>H termelés és beuntartás is megoldva

nemrelativisztikus:  $n_e + n_{e^+} = 2 \left( \frac{m_e T}{2\pi} \right)^{3/2} \left( e^{\frac{\mu_e - m_e c^2}{T}} - e^{-\frac{\mu_e - m_e c^2}{T}} \right) =$

$\frac{1}{T^{3/2}} e^{-\frac{m_e c^2}{T}} \text{sh} \left( \frac{\mu_e}{T} \right) = 4,98 \cdot 10^{-14}$  (with 511 keV arrow pointing to  $m_e c^2$ )

$= 2 \left( \frac{m_e T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_e c^2}{T}} 2 \text{sh} \left( \frac{\mu_e}{T} \right) =$

$= n \frac{2}{\pi^2} \int (3) T^3$

adott hőmérsékleten

$\mu_e (100 \text{ keV}) = 246 \text{ eV}$

$\mu_e (20 \text{ keV}) = 10,6 \text{ keV}$

$\mu_e (30 \text{ keV}) = 0,0612 \text{ keV} \ll T = 30 \text{ keV}$

minden energián, ami számít 30 keV-ig a  $\frac{\mu}{T}$  elhanyagolható

neutrínóra  $n_\nu - n_{\bar{\nu}} = \frac{T^3}{6\pi^2} \left( \left( \frac{\mu_\nu}{T} \right)^3 - \frac{\mu_\nu \pi^2}{T} \right) = \frac{2}{\pi^2} \int (3) T^3$

feltételezés  $\frac{n_\nu - n_{\bar{\nu}}}{n_\gamma} \ll 1 \Rightarrow \frac{\mu_\nu}{T} \ll 1$

$\frac{n}{P} \Big|_{\text{egyensúly}} = e^{-\frac{Q}{T}} = \frac{x_n}{x_p} \quad Q = 1,293 \text{ MeV}$

$T > 0,07 \text{ MeV} \rightarrow x_p + x_n = 1$

$x_p + x_p e^{-\frac{Q}{T}} = 1$

$x_p = \frac{1}{1 + e^{-\frac{Q}{T}}} \quad x_n = \frac{e^{-\frac{Q}{T}}}{e^{-\frac{Q}{T}} + 1}$

$T = 0,8 \text{ MeV} \quad t = 1,15 \text{ s} \quad x_p = 0,83 \quad x_n = 0,17$

$x_n(t) = x_n(t_{\text{vfo}}) e^{-\frac{t - t_{\text{vfo}}}{\tau_c}}$

$x_n(t_{\text{vfo}} = 0,269 \text{ s}) = 0,1225$

$Y_p = x_{\text{He}} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 0,1225 = 0,25$

↑ 2 db n kell 4 keres a tömege m<sub>H</sub>

primordiális nukleoszintézis végén: 75% proton, 25% <sup>4</sup>He, és nyomokban <sup>2</sup>H, <sup>3</sup>He, <sup>7</sup>Li

$$X_A = \dots \frac{M}{m_N} \frac{A-1}{\left(\frac{T}{m_N}\right)^{\frac{3}{2}(A-1)}} e^{-\frac{B_A}{T}}$$

$T_{n.s.} = 0,07 \text{ MeV}$   $\hookrightarrow 1 \Rightarrow T_{n.s.}$

$T_{n.s.}^{4He} = 0,28 \text{ MeV}$

$\frac{n}{p} = e^{-\frac{Q}{T}} \approx m_n - m_p$  269s

egyensúly  
 $\frac{n}{p} \approx \frac{1}{5}$   
 $\frac{n}{p} \approx \frac{1}{7}$

$T_{wfo} = 0,8 \text{ MeV} \rightarrow$  exponenciálisan bomlik a neutron 1,25s

269s -kor befejeződik az összes maradvék n<sup>0</sup> <sup>4</sup>He -be

25% <sup>4</sup>He, 75% <sup>1</sup>H, D, <sup>3</sup>He, <sup>7</sup>Li (<sup>3</sup>H, <sup>7</sup>Be)

kicsit az egyensúlytól

$X_p \approx 0,75$  ,  $X_{4He} \approx 0,25$

fontos kiinduló paraméterek:  $\eta = \frac{n_B}{n_Y} \approx 6 \cdot 10^{-10}$

- $\tau_n$  neutron élettartama
- neutrínócsaládok száma  $N_\nu$

hogyan függ ezektől pl.  $X_{4He}$

$\hookrightarrow$  ha növeljük  $\eta$ -t  $\rightarrow$  magasabb lesz  $T_{n.s.} \rightarrow t_{n.s.} \downarrow$

$\Rightarrow t_{n.s.} - t_{wfo} \downarrow \rightarrow$  több neutron marad  $\Rightarrow X_{4He} \uparrow$

$\hookrightarrow$  ha  $\tau_n \uparrow \rightarrow$  több neutron marad  $\Rightarrow X_{4He} \uparrow$

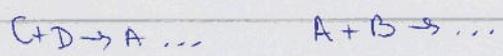
$\hookrightarrow N_\nu \uparrow \rightarrow$  gyorsabb hűlés  $g_* \uparrow$  miatt  $\rightarrow t_{wfo} \downarrow, t_{n.s.} \downarrow$

$\Rightarrow t_{n.s.} - t_{wfo} \downarrow \Rightarrow$  több neutron marad  $\Rightarrow X_{4He} \uparrow$

numerikus simulációt

$$\frac{dx_A}{dt} = R_{CD} X_C X_D - R_{AB} X_A X_B$$

minden izotóp

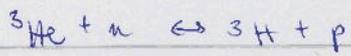


menyiségét így követjük

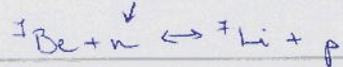
deuteronnál, tritonnál, <sup>7</sup>Li-nél csúcs van 0,07 MeV-en

$R_{AB} = n_A n_B \langle \sigma_{AB} v \rangle \rightarrow$  darabszámtól függ  $\rightarrow$  egy ideig

a teletterés, utána a pusztulás dominál



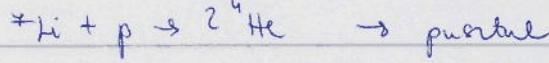
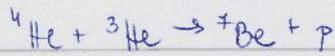
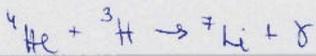
$\uparrow$  kicsi a neutronszám  $\rightarrow$  nincs csúcs



<sup>4</sup>He temetős a leghatékosabb, mert az van leggyorsabb

az egyensúlytól

<sup>7</sup>Li furcsa az  $\eta$  p-ében



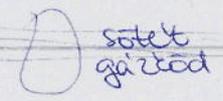
$\sigma \sim e^{-Z_1 Z_2}$  → Coulomb tasítás → függ a dolog

a hőmérséklettől

a tétő összege minimumos lesz

Mérféle meg mennyi primordiális  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^2\text{H}$ ,  ${}^7\text{Li}$  mai mennyiségét! → kijelöli  $\eta$ -t

Hogyan kell megmérni? Nagyon távoli fémben régegy galaktódot kell mérni   
 ↓   
 nagyon régi

◁  sötét galaktódot \* kell mögé egy kvazár   
 abszorpciós vonalattól:  $\text{H}/\text{He}$

méréset szerint  $6-7 \cdot 10^{-10}$  körül

$$\eta = (1,5-6) \cdot 10^{-10} \text{ volt a 70-es években}$$

$$\eta = 2,74 \cdot 10^{-8} \Omega_B \cdot h^2$$

$$\Omega_B = 0,01-0,04 \quad \uparrow 0,73$$

$\Omega_{tot} \approx 1$  kell legyen (már 70-es évek elején)

1-4% - a az univerzumot baromitus anyag

↳ akik ezt megmondták  sztar astrofizikusok lettek

↳ ötlet (Max, Salay) → neutrínókat van tömege 20 eV-es létezésükéig egyre

70-es évek Hot Dark Matter →  $\nu$ - $\bar{\nu}$  a sötét anyag

Univerzum

$10^{-5}$ -es fluktuáció a  $\delta$  hőmérsékletben ma a 20 eV-es neutrínó ki tudja simítani a fluktuációt is talán → nem jó az ötlet

ma már a hideg sötét anyagban hiszünk  
bármi is az

$$\Omega_{\text{tot}} = \Omega_{\text{anyag}} \approx 1$$

$$\Omega_{\text{anyag}} \supset \Omega_b \approx 0,04$$

gyorsabban távol az univerzum  $\rightarrow$  gyorsulva  
távol az univerzum

$$P = w\rho \quad \text{állapotegyenletben}$$

$w$ -nek  $< 0$  kell lenni  $\rightarrow$  tasító erő

$$\Omega_m \approx 0,3, \quad \Omega_{\text{dark energy}} \approx 0,7$$

$$\Omega_m = \Omega_B + \Omega_{\text{DM}}$$

$0,04 \quad 0,26$

az univerzum 4 %-át

ismerjük, 26% engedelmessé válik a gravitációnak,  
70% -ról görnőre sincs

a világitó anyag  $\Omega_{\text{barion}} < 0,01$



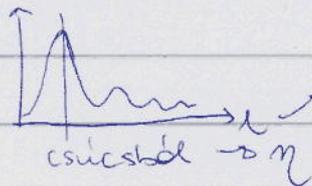
380 ezer éves univerzum

barion + foton plazmát

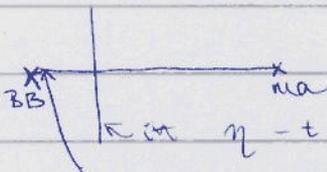
oscillációk vannak benne  $\rightarrow$  fluktuációkból

az oscilációk statája meghatározható  $\rightarrow$  ebből

a barionok számát meg lehet mondani



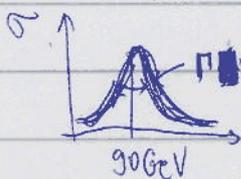
gömbi harmonikusok



itt a nullsorintérisből  $\eta$ -t meghatározhatjuk ebből

} kb. hasonló

$Z_0 \rightarrow \nu + \bar{\nu}$  (LEP) nem mérhető folyamat



latható sebesség (töltöttből)  
lathatatlan  $\nu$ -ből

$\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau, \dots$

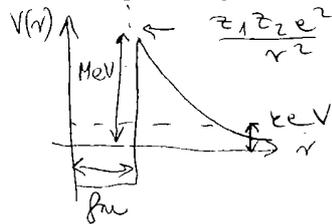
a neutrínócsaládok számára 3 jött ki a LEP-nél  
 ezet olyanok, amit  $m_\nu < 45 \text{ GeV}$  és csatlódnak  $Z_0$ -hoz  
 ↳ balkezes neutrínó

ha van pl. „steril” jobbkezes neutrínó, azt nem  
 vehetjük észre

nukleoninterakció  $m_\nu < 0,1 \text{ MeV}$  - re érzékeny

~~Hogyan~~

Honnan van a többi elem?



töltött magok közti potenciál

$$e^2 = 1,44 \text{ MeV fm}$$

MeV nagyságrendű potenciálfal

$1 \text{ MeV} \approx 10^{10} \text{ K}$  hőmérséklet

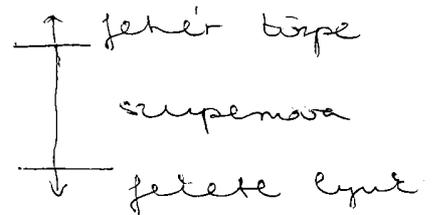
csillagokban lehet

luminositás • teljes életkor = teljes energia  $\sim M$

$$L \sim M^{3,5}$$

$$T \sim M^{2,5}$$

$\frac{M_*}{M_\odot}$	T	→ főleg töltött izó
1	$10^{10}$	e <sup>-</sup>
8	$5 \cdot 10^7$	e <sup>-</sup>
30	$2 \cdot 10^6$	e <sup>-</sup>



05.25.

Nap éialatulásakor: minden más

H 71%, <sup>4</sup>He 27%, fémek 2%.

Nap ma: H 34%, <sup>4</sup>He 64%, fémek 2%.

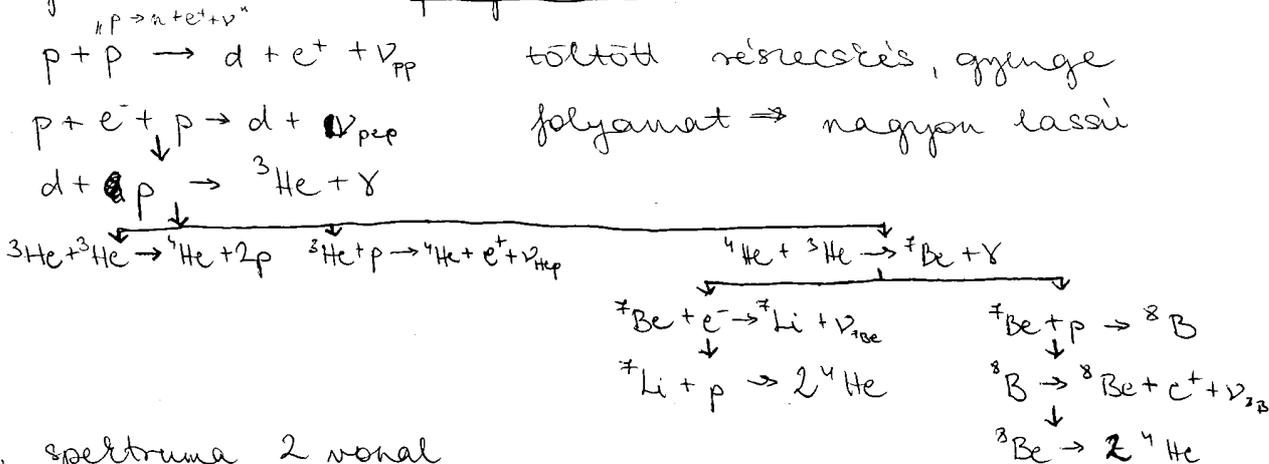
Kozmikus elemgyakorlat úgy alakul ki, hogy  
 csillagok alattjárt, főleg rövid életűek sorfűlét,  
 ami aztán éisörja a csillagóri teibe, ez  
 megy sor generáción keresztül ⇒ mindenből  
 ugyanaz lesz.

Napmodell:



5 differenciálegyenlet írja le a működését: nyomás és gravitációs egyensúly, luminositás energiatermelés, 2 transport egyenlet, sűrűség?

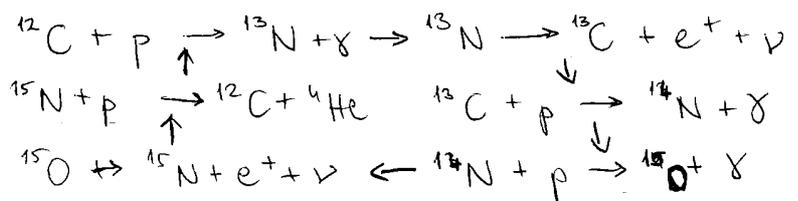
energiatermelés: p-p lánc



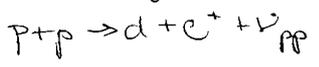
$\nu_{7Be}$  spektruma 2 vonal

$\nu_{8B}$  folytonos stb.

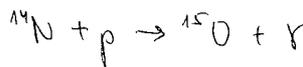
CNO ciklus:



$4p \rightarrow {}^4\text{He}$  az alapja C, O, N katalizátorral a leglassabb folyamat a p-p láncban a



CNO ciklusban



$\sigma_{14N} > \sigma_{15N}$   $\sigma_{14N+p} \ll \sigma_{15N+p}$

pp lánc, CNO ciklus  
Sommerfeld paraméter

$P(E) \approx e^{-\frac{1}{\hbar} \int_{R_n}^{R_c} \sqrt{8\mu(V(r)-E)} dr} \approx \exp\left(-\frac{2\pi z_1 z_2 e^2}{\hbar v}\right) = \exp(-2\pi \eta(E))$

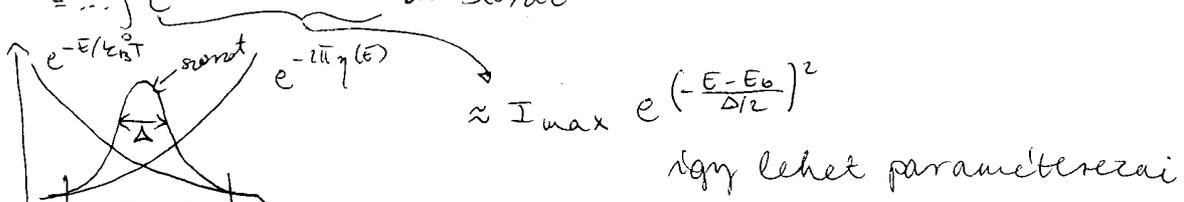
$\eta(E) = \frac{z_1 z_2 e^2}{\hbar v}$



$n_{3He} \sim 3He \langle \sigma_{3He3He} \rightarrow \alpha + 2p \nu \rangle$

$\sigma = \rho \sigma_{mc} = \rho \frac{1}{E} S(E) \leftarrow$  asztrofizikai S-faktor  
 $\uparrow \frac{4\pi}{E^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l \quad (kaE \ll \hbar^2 \rightarrow \sin^2 \delta_0)$

$\langle \sigma v \rangle = \dots \int_0^{\infty} E \sigma(E) e^{-E/k_B T} dE =$   
 $= \dots \int_0^{\infty} E \frac{1}{E} e^{-2\pi\eta(E)} S(E) e^{-E/k_B T} dE =$   
 $= \dots \int_0^{\infty} e^{-2\pi\eta(E) - E/k_B T} S(E) dE$



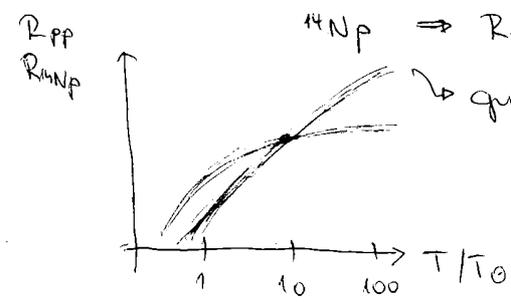
itt történik a reakció  $\rightarrow$  Gamow-ablak

$\langle \sigma v \rangle = A T^{-2/3} e^{-BT - 1/3}$

minden pontban  $T^n$ -nel közelíthető, mindig más n kitevő

leggyorsabb a pp  $\rightarrow R_{pp}$   
 ${}^{14}Np \rightarrow R_{{}^{14}Np}$

$T = T_0$	$T = 10T_0$	$T = 100T_0$
$T^{3,7}$	$T^{1,4}$	$T^{0,25}$
$T^{19,1}$	$T^{8,5}$	$T^{5,36}$



gyorsabban nő a hőm. fű-ében az  $R_{{}^{14}Np}$

Napban 98,5% pp, 1,5%  ${}^{14}Np$   
 $4p \rightarrow {}^4He + 2e^+ + 2\nu_e + Q$   $Q \approx 26,7 \text{ MeV}$

28,3 MeV kötési energia  $\uparrow$   
 $28,3 \text{ MeV} - 2 \cdot 1,3 \text{ MeV} + 2 \text{ MeV} \approx 27,7 \text{ MeV}$   
 $\uparrow$   $m_n - m_p$   $\uparrow$  annihilációból

27,7 MeV 97% -a fotóval megy el, 3%  $\nu$ - $e$   
 $\approx 27 \text{ MeV}$  energia megy minden irányban  
 napállandó  $\epsilon = 1366 \text{ W/m}^2$

$\epsilon \cdot 4\pi R_{N-F}^2$  a Nap által kisugárzott teljesítmény  
 másodpercenkénti reakciók száma:  $\frac{\epsilon \cdot 4\pi R_{N-F}^2}{27 \text{ MeV}} \approx 10^{38} \frac{1}{s}$

neutrínóáram  $2 \cdot 10^{22} \frac{1}{s} = \bar{I}_\nu$   
 neutrínófluxus a Földön  $\frac{\bar{I}_\nu}{4\pi R^2} \approx 6 \cdot 10^{10} \frac{\nu}{\text{cm}^2}$

fontos  $\approx 100$  ezer eV alatt jut ki, de a neutrínókat  
 rögtön eljőnének 8 perccel erelelőti Napot lehet  
 látni velük

neutrínódetektálás nehéz



${}^{37}\text{Ar}$  35 nap alatt bomlik

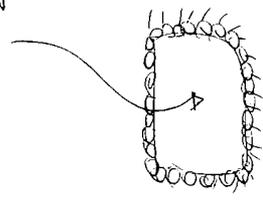


Davis  $\rightarrow$  hagyjuk 1 hónapig  $\rightarrow 10^{13}$  db  ${}^{38/40}\text{Ar}$  <sup>stabil</sup> izotópot adjuk  
 bele  $\rightarrow$  He gázt 1 napig keresztülrámoltatunk  $\rightarrow$  hideg  
 csapda a körbe  $\rightarrow$  kifagy a faszén csapdába minden  
 szennyeződés  $\rightarrow 10^{13}$  db  ${}^{38}\text{Ar} + {}^{37}\text{Ar} + \dots$  kifagy  $\rightarrow$  mérjük  
 a faszén csapdát  $\Rightarrow$  radioaktív <sup>50 db</sup> bomlások számolása,  
 tömegspektrométerrel a kinyerési hatásfok mérhető az  ${}^{37}\text{Ar}$   
 számolásával  $\rightarrow 95\%$   ${}^{37}\text{Ar}$  is megszámlálható

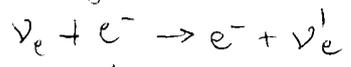
Végeredmény: neutrínófluxus az elméleti jóslatnak  
 kb. 1/3-a  $\Phi_\nu^{\text{mért}} \approx \frac{1}{3} \Phi_\nu^{\text{SM}}$

két másik galliumos detektor (drága)  $\rightarrow$  gallium  
 többet érlel a pp miatt is

Japán: 50 000 t víz  
 SuperKamiondande



egész felületen PM csövek

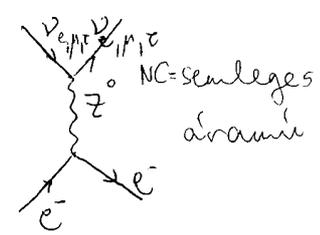
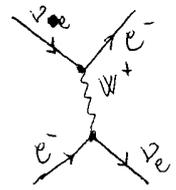


nagy energiát kap

irányra érzékeny  
 real-time

Eserentor - sugárzás

eredmény:  $\Phi_\nu^{\text{mért}} \approx \frac{1}{2} \Phi_\nu^{\text{SM}}$



NC = semleges áramú

Napneutrínó probléma

Cserenccsal

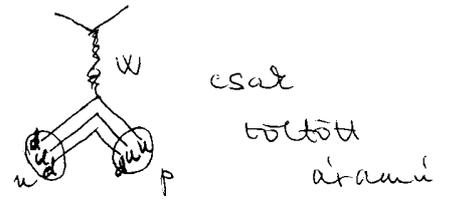
$$5 \sim CC + \frac{1}{6} NC$$

CC = töltött áramú reakció  $\rightarrow +$

FEJESZETEK

U :  $\phi_\nu^{mix} \approx \frac{1}{3} \phi_\nu^{SSM} \leftarrow CC$

SK :  $\phi_\nu^{mix} \approx \frac{1}{2} \phi_\nu^{SSM} \leftarrow CC + \frac{1}{6} NC$



SNO kísérlet  $\rightarrow$  víz helyett nehézvíz 1000 t  $D_2O$

nehévízben  $\nu + e^- \rightarrow \nu' + e^-$   $CC + \frac{1}{6} NC$   $(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$

$\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$   $CC$   $(\nu_e)$

$\nu + d \rightarrow p + n + \nu'$   $NC$   $(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau)$

Lb.  $\frac{1}{3} \nu_e + \frac{2}{3} (\nu_\mu/\nu_\tau)$

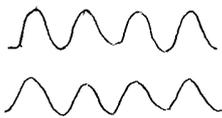
Napban minden töltött áramú folyamat  $\Rightarrow$  csak  $\nu_e - e$  lépnek ki, de a Földön többféle mérő

Tfh, neutrínónak van tömege (kicsi, de van)

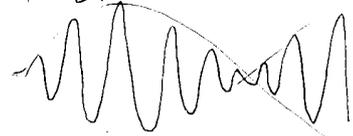
tömegsajátállapot lehet nem ugyanaz, mint az izsajátállapot

$|\nu_e\rangle = \cos\theta |\nu_1\rangle + \sin\theta |\nu_2\rangle$

$|\nu_\mu\rangle = \sin\theta |\nu_1\rangle - \cos\theta |\nu_2\rangle$



majdnem egyforma frekvencia



$m_1^2 - m_2^2$  és  $\theta$  jól összehangolt kell legyen a Nap - Föld távolsággal

Napban  $\vec{B}$   $\vec{R}$  MSW effektus

$\nu_e$  és  $\nu_{\mu,\tau}$  máshogy hat kölcsön a Nap anyagával  $\rightarrow$  valahol rezonancia

egy kritikus sűrűségnél  $\nu_e$  átfordul

$\Rightarrow m_1^2 - m_2^2 \approx 6 \cdot 10^{-5} eV^2 \Rightarrow \nu$  tömeg minimum  $10^{-2} eV$

$\tan \frac{\theta}{2} \approx 0,4$