

A válaszokat indokolja, illetve számításokkal támassza alá!

Alapösszefüggéseket, mint például a skálafaktor időfüggése, a sugárzás energiasűrűsége, a foton számsűrűsége, nem kell bizonyítani. Ha valaki mégis számolni akar, a szöveg végén van néhány képlet.

1. Írja fel a  $J = 3$  teljes impulzumomentumhoz tartozó összes lehetséges kétnukleon szórási állapotot (a spektroszkópiai jelölésükkel együtt)! Mindegyiknél adja meg, hogy az  $n+n$ ,  $n+p$ , illetve  $p+p$  párok közül melyekben valósulhat meg az adott állapot, és miért! (5 pont)
2. Írja fel a radiális Schrödinger-egyenletet (nem kell levezetni). Írja fel a reguláris szórási megoldásának (ez szerepelt az órán) aszimptotikus alakját rövid hatótávolságú centrális potenciál esetén! Részletesen indokolja meg, hogy miért ilyen alakú! Milyen a fázistolás energiasűrűsége, mit jelent ez a potenciálra nézve és miért? (5 pont)
3. Adja meg az  $S = 1$ ,  $\nu = 0$  spinhez és spin vetülethez tartozó kétnukleon-spinfüggvényt az egynukleon-spinfüggvények segítségével! Adja meg az  $T = 0$ ,  $T_z = 0$  izospinhez és izospin vetülethez tartozó kétnukleon-izospinfüggvényt az egynukleon-izospinfüggvények segítségével! Milyen szimmetriatulajdonságuk van ezeknek a függvényeknek? (5 pont)
4. Mi a  ${}^3P_2$  kétnukleon-állapot spinje, paritása és izospinje? A  $p+p$ ,  $n+n$ , illetve  $p+n$  szórások közül melyekben jöhet létre ilyen állapot, és miért? Milyen kétnukleon-állapotot tud csatolni ezzel az állapottal a tenzorérő? (5 pont)
5. Adja meg a nukleon-nukleon kölcsönhatás általános alakját (részletesen kiírva az egyes tagokat), és írja fel a deuteron kvantumállapotát (hullámfüggvényét)! (5 pont)
6. Számolja ki, hogy mikor volt a világegyetembeli anyag és sugárzás energiasűrűsége azonos (Hubble-konstans:  $73 \text{ (km/s)/Mpc}$ ;  $\text{Mpc} = \text{megaparsec}$ ;  $1 \text{ parsec} = 3.08 \cdot 10^{13} \text{ km}$ ; Newtoni gravitációs állandó:  $6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$ ; az anyag sűrűségparamétere ma:  $0.3$ ;  $1K^4 = 1.28 \cdot 10^{-32} \text{ kg/m}^3$ )! Mennyi volt ekkor az univerzum fotonhőmérséklete, illetve a vöröseltolódás értéke? (10 pont)
7. Az első csillagok akkor születtek, amikor a világegyetem 400 millió éves volt. Mennyi volt ekkor a hőmérséklet és a vöröseltolódás? Mennyi volt ekkor a kozmikus neutrínóhátter hőmérséklete? Mennyi volt ekkor az entrópiához tartozó effektív defeneráció foka ( $g_{*s}$ )? (5 pont)
8. Adja meg a sugárzás energiasűrűségének időfüggését a sugárzás-dominálta és anyag-dominálta korszakokban! Adja meg az anyag energiasűrűségének időfüggését a sugárzás-dominálta és anyag-dominálta korszakokban! Ábrázolja sematikusan log-log ábrán a sugárzás, anyag és kozmológiai konstans energiasűrűségének időfüggését a korai univerzumtól máig! (5 pont)

$$\frac{12}{12} = \frac{3 \cdot 4}{3} 8$$

9. A Friedmann-egyenletből kiindulva, adja meg a pontos  $t(T)$  – idő(hőmérséklet) függést analitikusan, a sugárzás dominálta korai univerzumban ( $1/\sqrt{G} = m_{\text{Planck}} = 1.22 * 10^{19}$  GeV;  $1 \text{ eV} = 1.52 * 10^{15} \text{ 1/s}$ )! (5 pont)
10. Határozza meg a barion-foton arány mai értékét, pusztán annak definíciója alapján, felhasználva a szükséges fizikai és kozmológiai adatokat ( $\rho_{\text{krit.}} = 1.88 * 10^{-29} * h^2 \text{ g/cm}^3$ ,  $1 \text{ eV} = 1.78 * 10^{-36} \text{ kg}$ )! (5 pont).
11. Határozza meg a deuteron nukleoszintézis-hőmérsékletét, felhasználva azt, hogy az  $A$  atommag tömegaránya jó közelítéssel  $(T/m_N)^{3*(A-1)/2} * \eta^{A-1} * \exp(B_A/T)$  alakú (ne lepődjön meg, ha nem pontosan azt az eredményt kapja, amit az órán használtunk)! (5 pont)
12. Adja meg a korai univerzumbeli neutron/proton arány hőmérsékletfüggését az általunk használt analitikus, hirtelen közelítéses modellben, 10 MeV-től 0.03 MeV hőmérsékletig! (5 pont)
13. Határozza meg a BBN(=big-bang nukleoszintézis)-ben keletkezett  $^4\text{He}$  tömegarányát! Az  $n/p$  arány időfüggését veheti adottnak (9. és 12. feladat). (5 pont)
14. Írja fel a napbeli energiatermelő magreakciók lényegét egyetlen reakcióba sűrítve! Mennyi termikus energia szabadul fel egy ilyen reakcióban? Hány ilyen reakció zajlik le másodpercenként a Napban? Mennyi tömeget veszít a Nap másodpercenként? A válaszokat rövid számításokkal indokolja! (5 pont)
15. Írja fel a mélyen a Coulomb-gát alatt lezajló töltött részecskés reakciók hatáskeresztmetszetét (a hatáskeresztmetszet energiafüggését), és pár-reakciórátáját (nem kell részletesen kiszámolni, csak a fenti hatáskeresztmetszetet a ráta formulájában használni)! Ezt felhasználva, mutassa meg, hogy mi a Gamow-ablak! (5 pont)

$$\int_0^\infty \frac{x^2}{e^x + 1} dx = \frac{3}{2} \zeta(3) \quad (1)$$

$$\int_0^\infty \frac{x^2}{e^x - 1} dx = 2\zeta(3) \quad (2)$$

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x + 1} dx = \frac{7\pi^4}{120} \quad (3)$$

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15} \quad (4)$$

$$\int_0^\infty \frac{x^2}{e^{ax-b} + 1} dx - \int_0^\infty \frac{x^2}{e^{ax+b} + 1} dx = \frac{b^3}{3a^3} + \frac{\pi^2 b}{3a^3} \quad (5)$$

$$\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}, \quad \int_0^\infty e^{-x^2} x^2 dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4}, \quad \int_0^\infty e^{-x^2} x^4 dx = \frac{3 * \sqrt{\pi}}{8} \quad (6)$$

$e^{-\frac{E}{kT}}$   $e^{-\mu}$   $\mu \sim \frac{1}{\sqrt{E}}$