

60p

MÁJER IMRE
1. lap 1. oldal

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_{cr} \Rightarrow \rho_{cr} = \frac{3H^2}{8\pi G} \checkmark$$

$$1.) \left. \begin{aligned} \rho_m &\sim R^{-4} \\ \rho_m &\sim R^{-3} \end{aligned} \right\} \frac{\rho_m}{\rho_{cr}} \sim R \checkmark$$

$$\frac{\left(\frac{\rho_m}{\rho_{cr}}\right)_{ma}}{\left(\frac{\rho_m}{\rho_{cr}}\right)_{EQ}} = \frac{R_{ma}}{R_{EQ}} = \left(\frac{\rho_m}{\rho_{cr}}\right)_{ma} = \frac{1}{R_{EQ}} = 2e_9 + 1$$

$$\rho_m^{ma} = \rho_{cr} \Omega_m = \frac{3H^2}{8\pi G} \Omega_m \approx 3,046 \cdot 10^{-25} \frac{kg}{m^3} \approx 9,475 \cdot 10^{-27} \frac{kg}{m^3} \approx 3$$

$$\rho_{cr}^{ma} = \frac{\pi^2}{30} g_*^{ma} T_0^4 \approx 2,946 \cdot 10^{-15} eV^4 \rightarrow 61,01 K^4$$

$g_*^{ma} = 2 + 3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{7}{8}} \approx 3,363$ <p> γ: polarizáció ν: 3 generáció $\frac{T_\nu}{T_\gamma} = \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{1}{3}}$ $T_\gamma = 2,725 / 11600 eV \checkmark$ </p>	$H = 73 \frac{km/s}{Mpc}$ $1 Mpc = 3,08 \cdot 10^{19} km$ $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$ $\Omega_m = 0,3$
---	---

$$\rho_{cr}^{ma} = 3,946 \cdot 10^{-15} (eV)^4 = 2,163 \cdot 10^{-34} K^4 = 2,769 \cdot 10^{-63} \frac{kg}{m^3}$$

$$1K = 11600 eV$$

$$1K^4 = 1,28 \cdot 10^{-32} \frac{kg}{m^3}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_m}{\rho_{cr}^{ma}} = 9,180 \cdot 10^{-39}$$

$$1 \text{ K}^4 = 1,28 \cdot 10^{-32} \text{ kg/m}^3$$

$$S_{\text{un}}^{\text{ma}} = 9,475 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 740\,234 \text{ K}^4$$

$$S_{\text{r}}^{\text{ma}} = 61,01 \text{ K}^4$$

$$\Rightarrow \left(\frac{S_{\text{un}}}{S_{\text{r}}} \right)_{\text{ma}} \approx \underline{12\,133} \approx 3850$$

$$\left(\frac{S_{\text{un}}}{S_{\text{r}}} \right)_{\text{ma}} = \frac{1}{R_{\text{EQ}}} = Z_{\text{EQ}} + 1$$

$$\frac{R_{\text{un}}}{R_{\text{EQ}}} = Z_{\text{EQ}} + 1$$

$$\Rightarrow Z_{\text{EQ}} = 12\,132$$

$$\frac{R_{\text{un}}}{R_{\text{EQ}}} = \frac{T_{\text{EQ}}}{T_{\text{un}}}$$

~~anyagdominancia~~

RT=all.

anyagdominancia

(EQ utah) mindenteljes ✓

$$T_{\text{EQ}} = T_{\text{un}} \left(\frac{S_{\text{un}}}{S_{\text{r}}} \right)_{\text{ma}} =$$

$$= 2,725 \text{ K} \cdot 12\,133 \approx \underline{33\,000 \text{ K}} \approx 10500 \text{ K}$$

$t = ?$ mitkor volt?

15p

(sok számolás) hibás volt, ezért nem
vontuk le pontot. $t-t$ még biztos
elfelejtette 1 de a 4. feladatban tudta hogy hely

2.)

1,5 MeV -nél csatlakozik le a ν

Tudjuk: $g_{*s} R^3 T^3 = \text{áll.}$

még nincs lecsatlakozva

1,5 MeV: ~~$g_{*s} R^3$~~ $g_{*s, \nu, \gamma} R_1^3 T_1^3 + g_{*s, \nu, \nu} R_1^3 T_1^3$ ✓

lecsatlakozott neutrínokra igaz: $R_1 T_1 = R_2 T_2$ ✓

0,5 MeV alatt
 $e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma$

$g_{*s, \gamma} R^3 T^3 + g_{*s, \nu} R^3 T^3$

ez állando! ✓

$g_{*s, \nu, \gamma} R_1^3 T_1^3 + g_{*s, \nu, \nu} R_1^3 T_1^3 = g_{*s, \gamma} R^3 T^3 + g_{*s, \nu} R^3 T^3$

hiszen $R_1 T_1 = R T_2 \rightarrow$

~~$g_{*s, \nu, \gamma} R_1^3 T_1^3$~~ $= g_{*s, \gamma} R^3 T^3$

$\frac{T_2}{T} = \left(\frac{g_{*s, \gamma}}{g_{*s, \nu, \gamma}} \right)^{1/3} = \left(\frac{4}{11} \right)^{1/3}$ ✓

igaz 0,5 MeV alatt

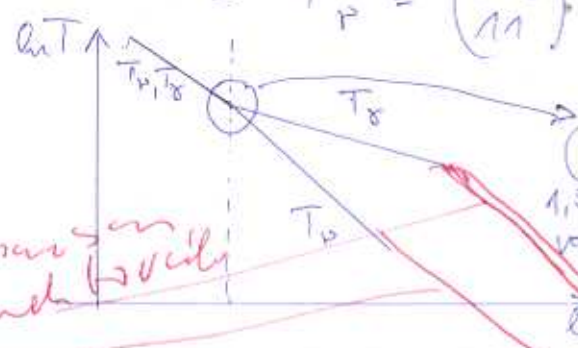
$g_{*s, \nu} = 2$

$g_{*s, \nu, \gamma} = 2 + 2 \cdot 2 \cdot \frac{7}{8} = 5,5$

10p

miel $T = 2,725 \text{ K}$ ma

$\Rightarrow T_2 = \left(\frac{4}{11} \right)^{1/3} \cdot 2,725 \approx 1,945 \text{ K}$ ✓



piros körben van minden bűvös!

azért csökken lassabban T_2 , mert g_{*s} csökken. (0,5 - 1) MeV körül 1,5 MeV-nél szétcsatlakoznak, de csak akkor valójában szét, amikor $e^- + e^+ \rightarrow 2\gamma$ reakció bevezetődik. Szétvalnak, mert nagyobb a ν δ -k \rightarrow ν -száma \rightarrow ν -száma meg változik

3.)

Nem exponenciálisan $n_p \approx n_n \approx n_N$ ✓

~~WFO~~

$$\frac{X_n}{X_p} = \frac{n_n}{n_p} = \frac{2 \cdot \left(\frac{m_p T}{2\pi}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m_n - m_p}{T}}}{2 \cdot \left(\frac{m_p T}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-\frac{m_p - m_p}{T}}} \approx e^{-\frac{m_n - m_p}{T}} \quad \checkmark$$

μ_i -k tartanak 0-hoz
ha $T \rightarrow \infty$ és a korai
Univerzumról van szó,
ahol még csak p^+ és n^0 van

$Q := m_n - m_p = 1,29 \text{ MeV}$ ✓

⇓

$X_n + X_p = 1$ ✓

$$\left. \begin{array}{l} \frac{X_n}{X_p} = e^{-Q/T} \\ X_n + X_p = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} X_p = \frac{1}{1 + e^{-Q/T}} \\ X_n = \frac{e^{-Q/T}}{1 + e^{-Q/T}} \end{array} \quad \checkmark$$

~~Kukkoszintézis zajlik: WFO-tól n.s.-ig~~
weak f

WFO: $n + \nu_e \leftrightarrow p + e$ megszűnik, alatta bomlanak
a n -ok: $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$ ✓

$T_{WFO} = 0,8 \text{ MeV}$ ✓
 $t_{WFO} = 1,155 \text{ MeV}^{-1} \text{ sec.}$

$T \approx 0,28 \text{ MeV}$ -nél van megfelelő energia a ${}^4\text{He}$
szintéziséhez, de alapvetően ${}^2\text{H}$ -lél lesz, máshogy,
egy lépésben kicsi a valószínűsége.

${}^2\text{H}$ $T = 0,07 \text{ MeV}$ -nél keletkezik. Ez lesz a
kukkoszintézis hőmérséklete ✓

3.1 feladat

$$T_{ns} = 0,07 \text{ K}$$

$$t_{ns} = 269 \text{ s}$$

✓
eddig kimentek a n° -ak,
~~ami~~ ekkor úgy vesszük, hogy
rögtön ${}^4\text{He}$ -gyé válnak

$$X_n(t_{ns}) = X_n(t_{\text{veto}}) \cdot e^{-\frac{t_{ns} - t_{\text{veto}}}{\tau}} \quad \text{ahol } \tau = 887 \text{ s}$$

$$X_n(t_{\text{veto}}) = \frac{e^{-Q/T_{\text{veto}}}}{1 + e^{-Q/T_{\text{veto}}}} \approx 0,166 \quad \checkmark$$

$$X_n(t_{ns}) = 0,166 \cdot e^{-\frac{269 - 1,155}{887}} \approx 0,123 \quad \checkmark$$

$${}^4\text{He} \text{ részaránya: } \frac{1}{2} X_n(t_{ns}) \cdot k \approx 0,25 = 25\% \quad \checkmark$$

$$k = \frac{m_{{}^4\text{He}}}{m_n} \approx 4$$

pár reakció a t_{ns} időpontban:



+ még 7 reakció!

további reakciókkal ${}^7\text{Li}$ és ${}^7\text{Be}$ is keletkezett

4.)

$$T_{rec} = 0,28 \text{ eV}$$

0,9 eV alatt anyagdominált univerzum: ✓

$$R \sim t^{2/3} \quad \checkmark$$

$$RT = \text{all.}$$

$$\frac{R_{ma}}{R_{rec}} = \frac{t_{ma}^{2/3}}{t_{rec}^{2/3}} = \frac{T_{rec}}{T_{ma}} \Rightarrow t_{rec} = \left(t_{ma}^{2/3} \cdot \frac{T_{ma}}{T_{rec}} \right)^{3/2} = t_{ma} \cdot \left(\frac{T_{ma}}{T_{rec}} \right)^{3/2}$$

$$t_{ma} = 13,6 \cdot 10^3 \text{ év}$$

$$T_{ma} = \frac{2,725}{11600} \text{ eV}$$

$$T_{rec} = 0,28 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow t_{rec} \approx \frac{49000 \text{ év}}{370000 \text{ év}} \quad \checkmark$$

$$\frac{R_{ma}}{R_{rec}} = Z_{rec} + 1 \Rightarrow Z_{rec} = \frac{R_{ma}}{R_{rec}} - 1 = \frac{T_{rec}}{T_{ma}} - 1 =$$

$$\approx 1106 \quad \checkmark$$

5P

5.) Sugárodomináns korszakban:

körülbelül $1s \leftrightarrow 1 \text{ MeV}$ megfeleltetés, valamint

$$\left. \begin{array}{l} \cancel{R \sim T} \\ \cancel{R \sim T^2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} R \sim T^{-1} \text{ közelítés} \\ R \sim t^{1/2} \end{array} \Rightarrow$$

$$t = 0,0001 s$$

$$\Rightarrow \frac{R_{1\text{MeV}}}{R} = \frac{T}{T_{1\text{MeV}}} = \frac{t^{1/2}_{1\text{MeV}}}{t^{1/2}} \Rightarrow T = \left(\frac{t_{1\text{MeV}}}{t} \right)^{1/2} \cdot T_{1\text{MeV}} =$$

$$= \left(\frac{1}{0,0001} \right)^{1/2} \cdot 1 \text{ MeV} = 100 \text{ MeV} \quad \checkmark$$

Ilyen körülmények között $T_\gamma = T_\nu = T_{e^\pm} \quad \checkmark$

5P

$$6.) \quad g_{*ma} = 2 + 3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{4}{11} \right)^{3/4} \cdot \frac{7}{8} \approx \cancel{3,909} \quad 3,363 \quad \checkmark$$

1.) feladat

$$g_{*10\text{MeV}} = 2 + 3 \cdot 2 \cdot \frac{7}{8} + 2 \cdot 2 \cdot \frac{7}{8} = 10,75 \quad \checkmark$$

$$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$$

$$T_\gamma = T_\nu = T_{e^\pm}$$

$$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$$

$$e^-e^+ \quad e^- \quad \text{fermion}$$

spin

5P

7.)

skála faktor · anyagdominált: $R \sim t^{2/3}$ ✓

sugárzás dominált: $R \sim t^{1/2}$ ✓

energiasűrűség: anyag: $\rho_m \approx \rho_m \sim R^{-3} \sim t^{-2}$ ✓

sugárzás: $\rho_r \approx \rho_r \sim R^{-4} \sim t^{-2}$ ✓

8.) $\rho_m \sim R^{-3} T^3 = \text{áll.}$ Így függ ✓

Ha a foton lecsabulódott: $RT = \text{áll.}$ ✓

$\Rightarrow T \sim R^{-1}$ ✓

SP