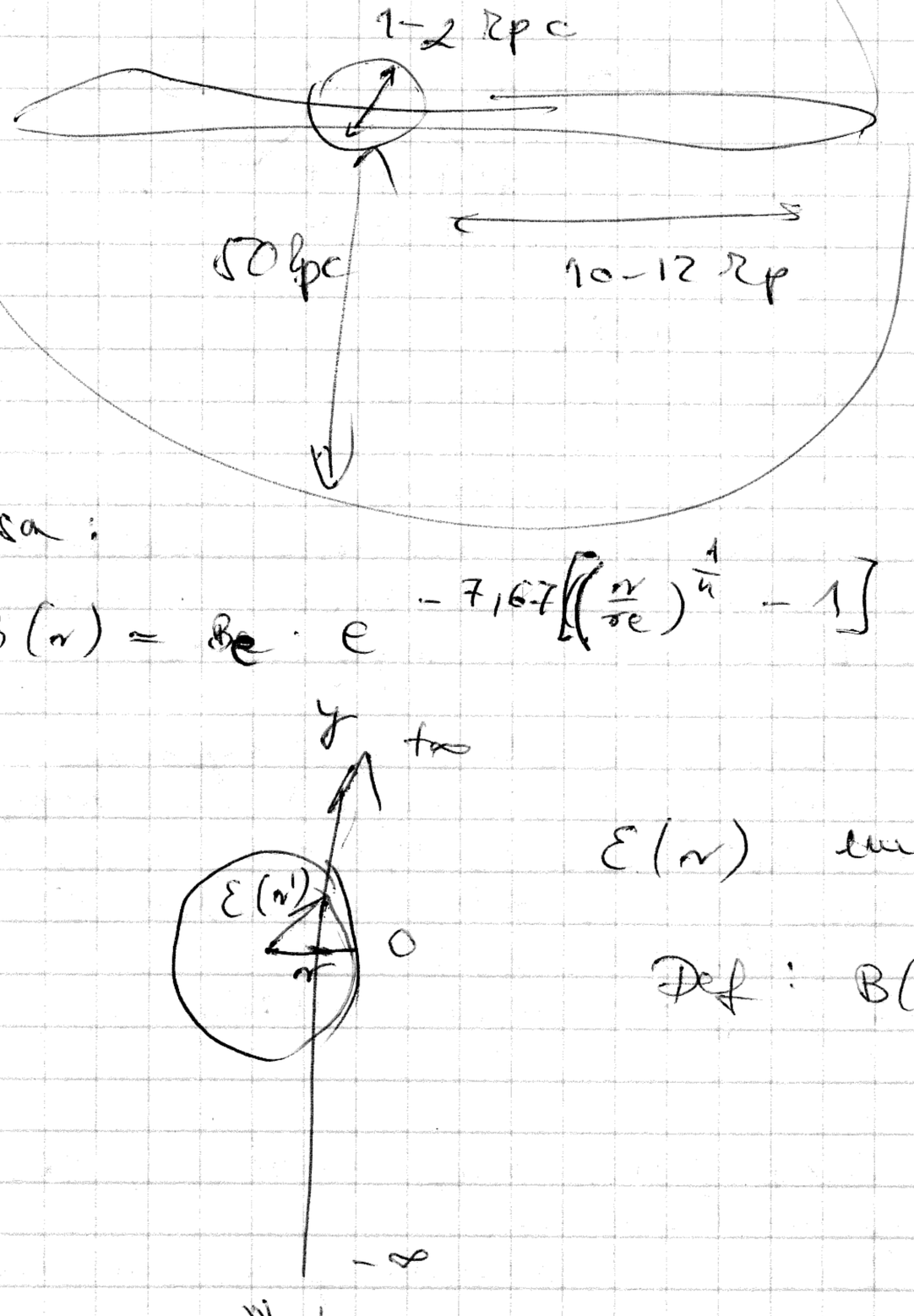
$10^{15} - 11^{45}$ (Extragalaktikus asztrofizika) 02.08

(gyakorlat: $12^{00} - 13^{30}$
helye: -2.04)

386 frei #6317 telefon
frei@zsolt-frei.hu
web is → teaching tematika

Galaktikus dinamika. Könyv: Binney & Tremaine:
Galactic Dinamics

Grand design Spiral: allatorosi kd — tanulmanyok ott olvash b



mag (bulge) 1:1
korong (disc)
halo

Mag eloszlas:

1958: $B(r) = B_e \cdot e^{-7{,}67\left[\left(\frac{r}{r_e}\right)^{\frac{1}{4}} - 1\right]}$

$r^{\frac{1}{4}}$ — profil

$\varepsilon(r)$ emissziotasi surusseg

Def: $B(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon\left(\sqrt{r^2+y^2}\right) dy =$

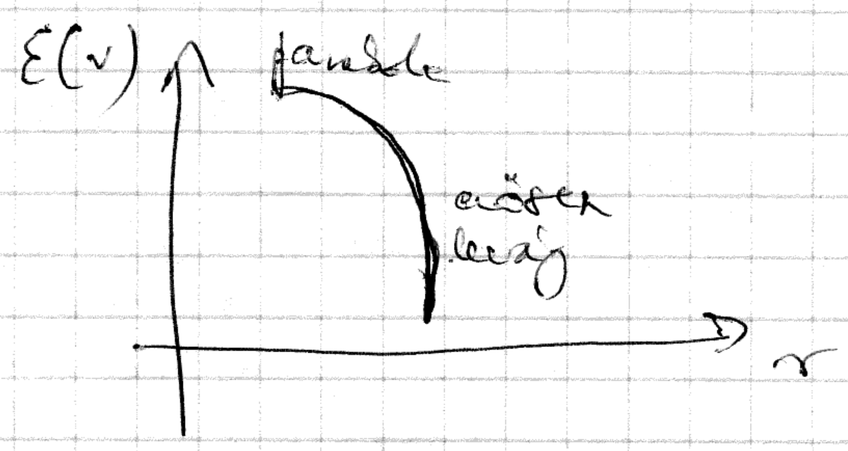
= fenti egylet

De: ilyen jo mo. ε-re.

Jaffe: Kell jo mo-t talalt

$$\varepsilon(r) = \frac{La}{4\pi} \frac{1}{r^2 (a+r)^2}$$

L: luminositas
a: tulajdonsagos dim-ju parameter az eloz-ben

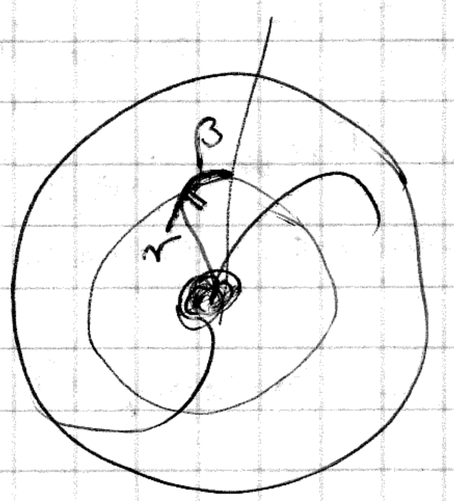


ha $a \gg r$: $\frac{1}{r^2}$ alaku
$r \gg a$: $\frac{1}{r^4}$

a: skalaparameter

Karoly:

$$B(r,\varphi) = B_0 e^{-\alpha r}\left[1 + C(r)\sin\left(m\left(\varphi - \underbrace{\frac{\lg r}{\operatorname{tg}\alpha}}_{\text{konst}} - \varphi_0\right)\right)\right]$$

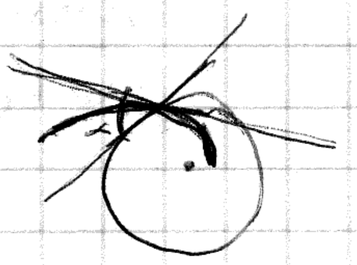


$\Rightarrow$ Nem exponenciális tagyér

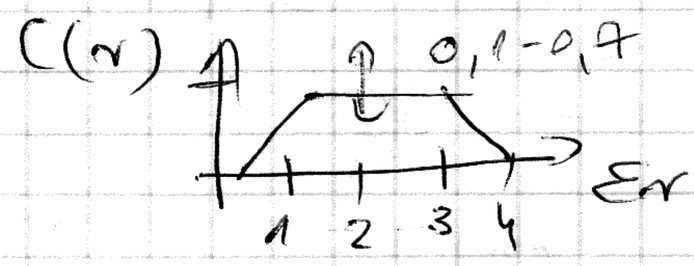
α: $\frac{1}{4\text{kpc}}$ mi galaxisunkban a Kalahom.

α: spirálkar nyíltsága

m: multiplicitás (spirálkarok száma)



$C(r)$: kontrasztja a spirálkaroknak



sűrűség

A csill. sűrűség és a fényességviszonyok, mert a ZAMS nem helyfüggő.

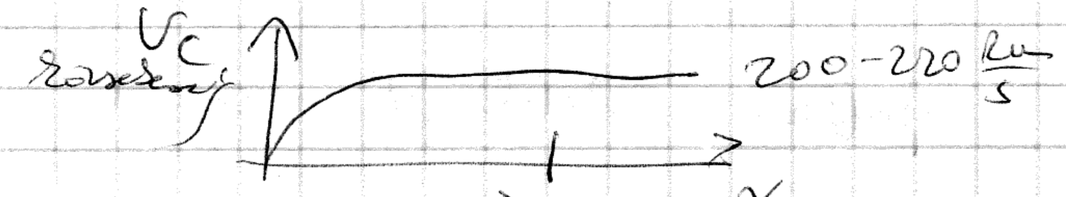
Másik elhanyagolás: a gáz eloszlása u. az, mint a csillagoké eloszlása. Lehet, mert folyamatosan változik — ahol összenyomja a gázt, kész a. részecskék — összetapad.

Spirálkar sűr. hullámai v. nyomáshullám

Két gondolkodik k. csillagok számára a magyarban.
Elemzik: akkretálódó fekete lyuk (kvazár) — magyar nő, nyomelem. (Kontakte élő csill. pályájának nyomkövetése → supermassive fekete részecskék, tömege milliárd ⊙ - nek adódik).
(Korai galaxisokban is működött.)
Nagy mikro fizikával a fekete lyuk működésével.

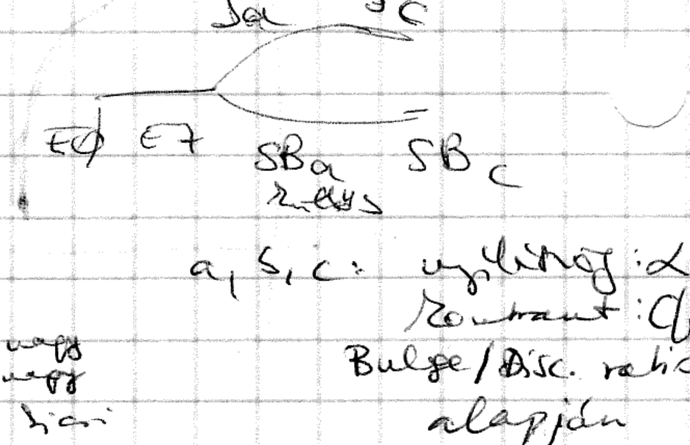
Halo: I: nagy sűrűségű, ős csillagok, halvány gömbhalmazok
II: sötét halo — valószínű gáz összetétel $\Rightarrow$

$$\rho(r) \sim \frac{1}{r^2}$$ elmélet sötét anyag



Gal. tömegének 90%-át
Halo adja.

Hubble-féle osztályozás: Hertzsprung diagram
Ellipszis gal: csak nagy halo és kevés vörös



a, b, c: nyíltság: α
Kontraszt: $C(r)$
Bulge/Disc. ratio alapján

c: α nagy
C nagy
$\frac{B}{D}$ kicsi

Luminositásfüggvény:

→ hogy hány lumen v. nagy lumen.

Hogy ez nagy gal.-ra: nem magyarázza meg.

Gal. elemzése = lum. fv. $\Phi(L)$

$$\delta N = \Phi(L)\, dL\, dV$$

gal. száma, melyek L körüli dL méretű $[L, L+dL]$ lum. intervallumba és dV térfogatintervallumba esik.

Luminozitásfüggvény: $n(L)$

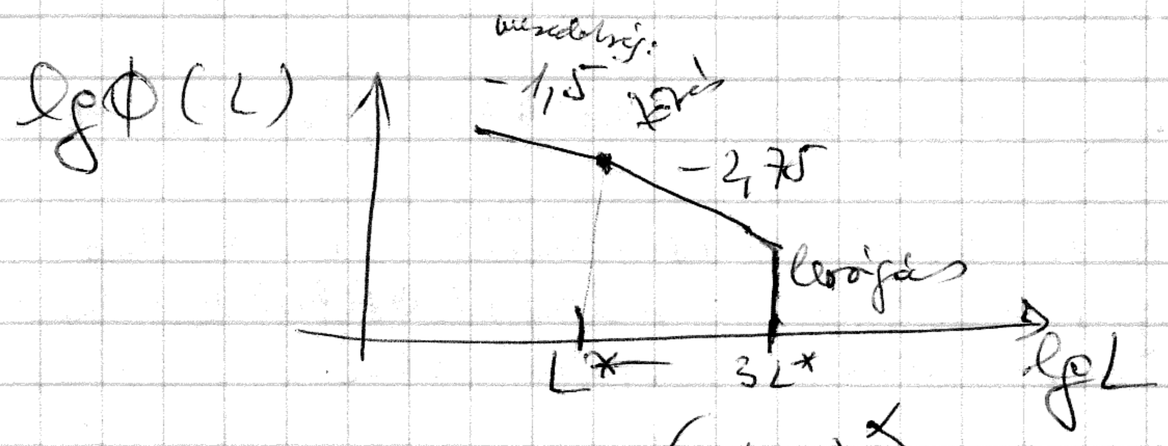
$$n(L)\, dL = \delta N$$

$$\Rightarrow n(L) = \Phi(L)\, dV$$

szám sűrűsége a $[L, dL]$ int.-ba tartozó galaxisoknak

Press-Schechter mérték 2.

$\Phi(L)$ mérése: gal. távolságmérés → luminozitás



törő és lenyíló karakterű.

$$\Phi(L) = \frac{N_0}{L^*}\left(\frac{L}{L^*}\right)^{\alpha} \exp\left(-\frac{L}{L^*}\right)$$

L^* Karakterisztikus luminozitás $= 3{,}4\cdot 10^{10} L_\odot$

$\alpha = -1{,}5$ ma: $-1{,}5$

N_0: ablakos gal. sűrűség az égen $= 1{,}6 \pm 0{,}3 \cdot 10^{-2} h^3 \frac{1}{Mpc^3}$

de: normált Hubble-Konstans

$h = \frac{H}{100 \frac{km}{s}\frac{1}{Mpc}} \approx 0{,}7$

↓

3h milliárd Nap luminozitása

↕

$M_V^* = -21{,}5$

3L*-nál fényesebb gal. ritkán

csak pár cD galaxis 10L*-nál.

Mi: Darabír (Gasmag) → Seifert (alkú magfal) + Zavarg → spirál (Zárlat)

↓ ütközés, összeolvadás

↓ elliptikus → összeolvadás → tömege a Tömegpont

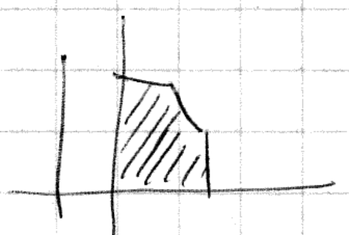
Ha sűrűn vannak a gal-ok: gyakoribb ütközés

→ nemcsak a halmazban nő a morfológia

Halmaz szegélyében: csak elliptikus = cD galaxis

Probléma a $\Phi(L)$ alakkal: empirikus módon

$N(>L) = ?$



$$= \int_L^\infty \Phi(L')\, dL' =$$

$$= N_0 \int_{x=\frac{L}{L^*}}^{\infty} x^{\alpha} e^{-x}\, dx = N_0\, \Gamma\left(A+\alpha,\ \frac{L}{L^*}\right)$$

Reltangmonkus Γ-fv. (inkomplett)

Ha $\alpha < -1$: integrál ∞

$\alpha \approx -1{,}5$ — a Gaj!-1 alatt van.

Galaxisok számra itt ∞ adódik.

De: összluminozitás rész. Trent.

$$L_{tot} = \int_{L}^{\infty} \Phi(L') L' dL' = N_0 \cdot L^* \Gamma(\alpha+2) = 1{,}77 N_0 L^*$$

komplett Γ-fv.

$2+\alpha$ pozitív!

fel viselkedő összluminozitás.

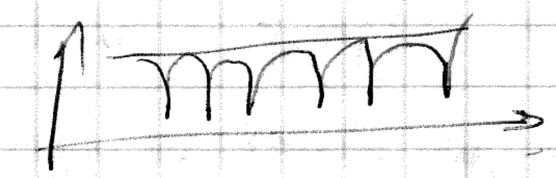
Ezzel elfogadjuk a Press-Schechter-féle fv.-t.

Mj: mi gal-val 10× kisebb gömbfelhőkről nem lesz galaxis. Problémás a dolog, mint a csillagpusztulásnál: hány gal-ról nem lehet tudni, h. hány v. talál van.

Most: a $\Phi(L)$-ből fv.-t szabva nem lehet folytatni, mert itt nincs tényleg ilyen sűrű a felhőkből.

Neve: Lyman-α felh.

Kvazár spektruma: Roppantmennyi elnyelési vonallal



Most mindkét H-felhőt ennek a fény útjában.



Lyman-α-t nyelik el. Tágulás miatt többszörös vagy vörösebbódás, Doppler-effektus...

1216 Å → 2,5× → vörösebbódással kell kb. számolni

A spektrum neve: Lyman-α erdő

Vonal intenzitása: emlőpúnkkel ⟹ felhők mérete adódik

Mérésből: legnagyobb Ly-α felhő 10× Tejútnyi méretű is lehet.

$\phi(L)$ meghatározása: L - adott anyagra L - ből mérve ∞
L - ből látszólagos vége.
Ezeket elfogadjuk...

$L_{\frac{1}{2}} = 0{,}7\, L_*$ relatív luminozitás

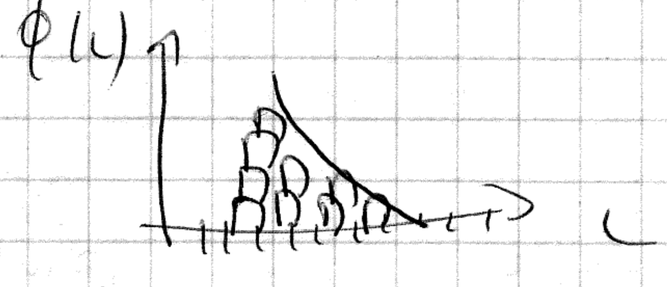
↳ Ezek van L_* - hoz. L_* vagy, mert
$\exists L_*$ - adott fényességű gal van belőle.
Ezért sincs gal nincs.

Analógia: $L_{M31} = L_{\frac{1}{2}}$

Tejút + Andr: Hogyan tehet a Hubble's törvénnyel?
↓
$2\times$ Tejút. $\Rightarrow$ $L_{Tejút} = 0{,}35\, L_* \Rightarrow$
Tejút nem túl nagy.

$\phi(L)$ meghatározása: mérés távolságból $\to L$

Ha mindegyiket u. olyan súllyal venné figyelembe:
bizáre ovna látnivalónk
épületünk.

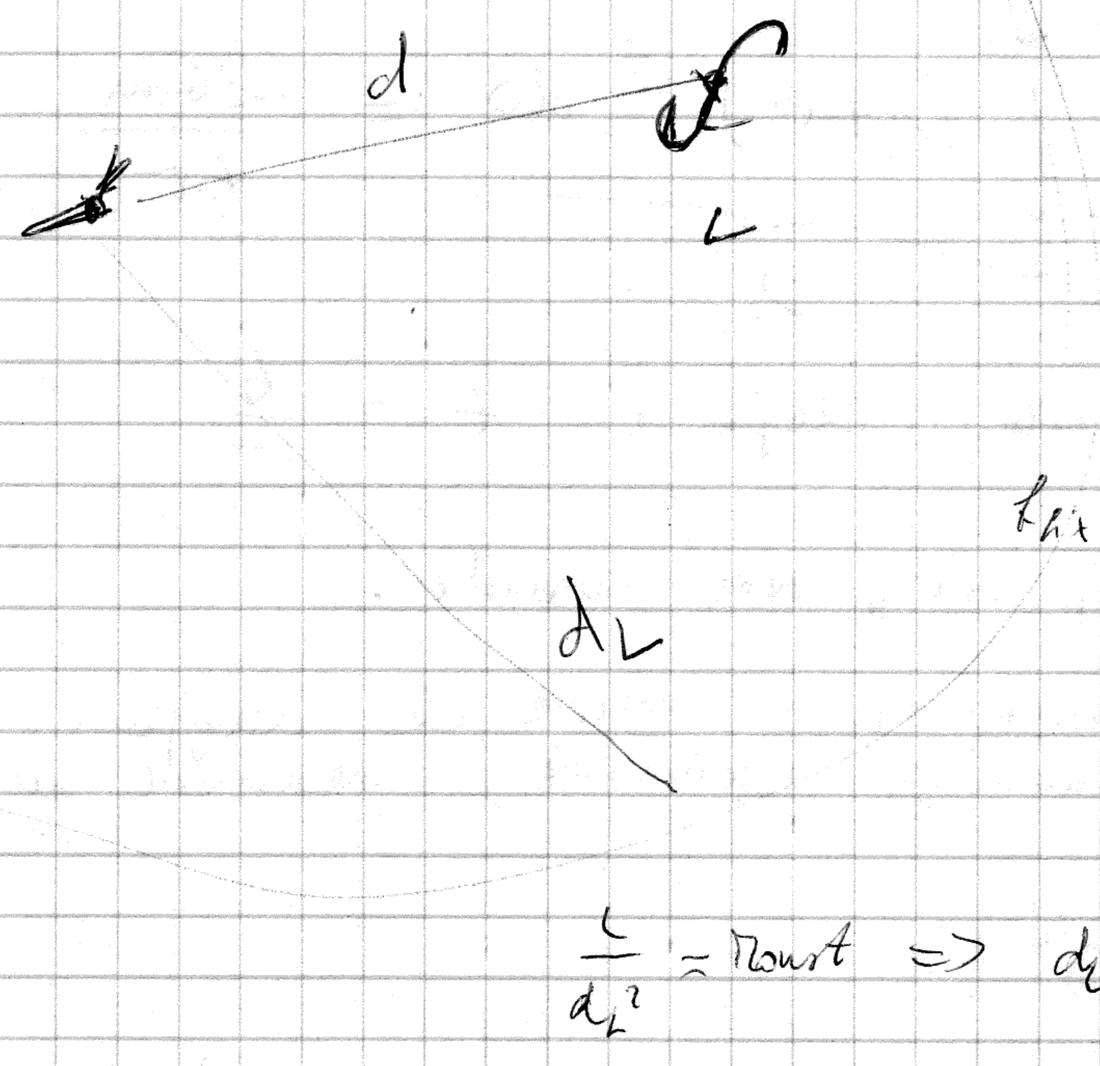


De: súlyozni kell, mert a távolságnak magnitúdóbeli vonzata van az intenzitás időbeli növekedésében.
+ súly: a gal térfogata / távolsághoz tartozó gömb felülete
Ez: súly $\sim L^{-\frac{3}{2}}$. Mert:

$$f = \frac{L}{4\pi d^2}$$

Legyen f fix: f_{fix}
min. fluxus, amit a magnitúdóbeli mérés még észlelünk.

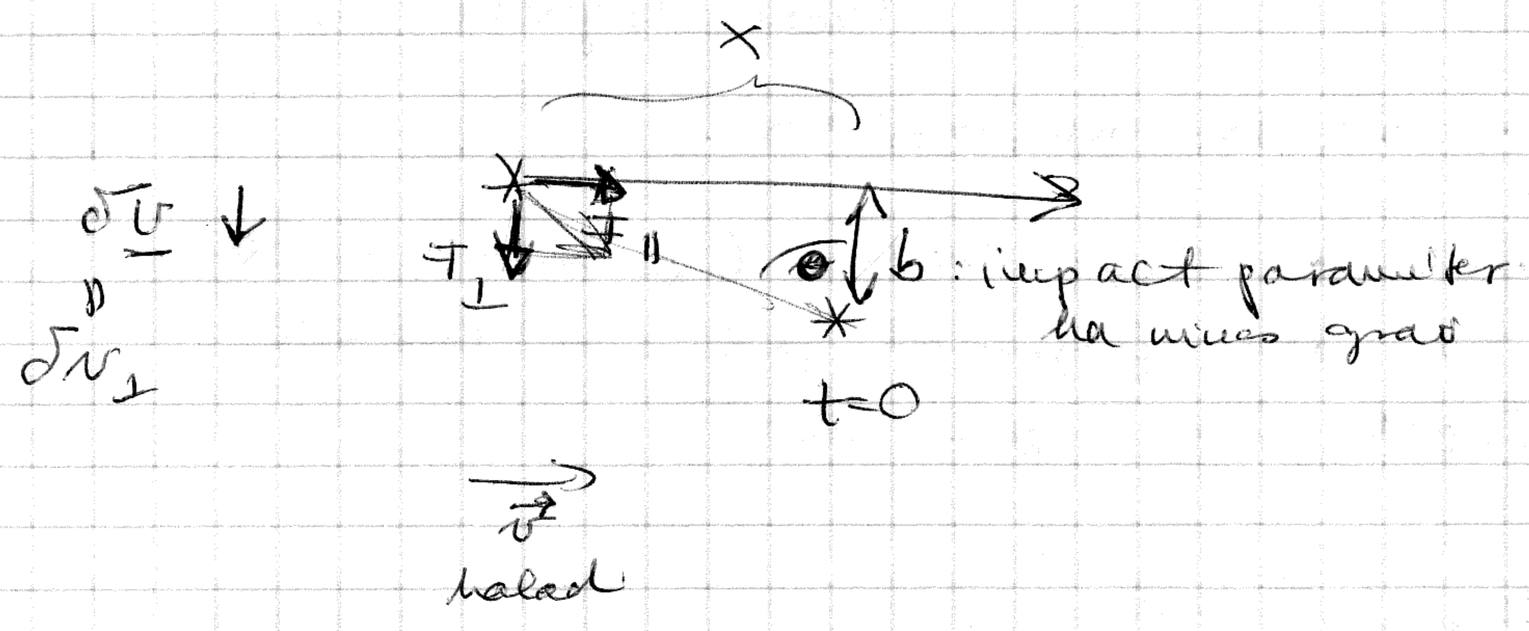
$d_L > d$



súly:
$$S = \frac{1}{d_L^3} \sim \frac{1}{L^{\frac{3}{2}}} \sim L^{-\frac{3}{2}}$$

$\frac{L}{d_L^2} \approx \text{konst} \Rightarrow d_L \sim \sqrt{L}$

Kettős - közelítésről és a galaxisról: elkalandozhatsz az „Rácsbuvárok Bolhaman – elgémberedett”?



$F_\parallel$: előre mutató, majd hátrafelé

$F_\perp$: előretartó

Feltevés: $\delta v \ll v$ azaz elhanyagolható.
Kettős rúdnak tekintjük, ha elhanyagoljuk mértékét $\vec{r}$ - nek:

$$\frac{\delta v}{v} \ll 1$$

$$F_\perp \doteq G\frac{m^2}{b^2+x^2}\cos\alpha = G\frac{m^2 b}{(b^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} =$$

$\cos\alpha = \frac{b}{\sqrt{b^2+x^2}}$

Egyforma tömegek $m_1 = m_2 = m$ vállalva

$$\doteq \frac{Gm^2 b}{\left(1+\frac{x^2}{b^2}\right)^{\frac{3}{2}} b^3} = \frac{Gm^2}{b^2\left(1+\left(\frac{x}{b}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{Gm^2}{b^2}\frac{1}{\left(1+\left(\frac{vt}{b}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

Merre mozdulnak el?

$s = \frac{vt}{b}$; $ds = \frac{v}{b}dt$

Karakterisztikus időtartam a mozgásra, $t=0$ - kor a kettős

$$m\dot{v}_1 = F_\perp$$

$$|\delta v_\perp| = \frac{Gm}{bv}\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}(1+s^2)^{-\frac{3}{2}}ds}_{2} = \frac{2Gm}{bv}$$

Kar. időtartam alatti ideje: $t = \frac{b}{v}$

Kaptuk: $\delta v = \delta v_\perp$, $\delta v_\parallel$ nem számít.

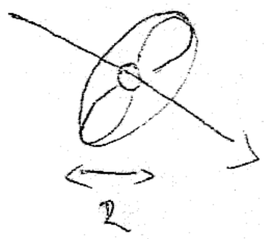
$\Rightarrow$ Egy síkban mellett elsiklva nem tűnik el rajtuk.
Gal - ok ütközésmentes mozgási elméletét ezennel el:

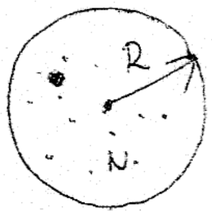
Óvd régi hiányosit!

02.08.
óra vége

Csillag galaxison halad át. Mennyi eltérülést szenved el összesen?

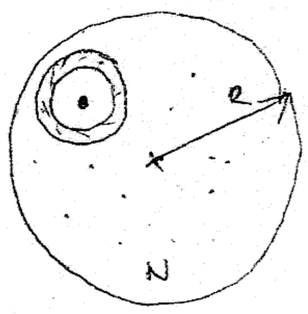
N számú csillag





Felületi sűrűség: $\frac{N}{\pi R^2}$

Csillagok random irányban vannak, csak a közelik számítanak ← durván kiátlagolják egymást



$$\frac{N}{\pi R^2} \underbrace{b\, 2\pi\, db}_{\text{körgyűrű}} = \frac{2N}{R^2}\, b\, db$$

Ha a körgyűrűben egyenletesen oszlanak el a csillagok $\Rightarrow$ $\overline{\delta v_\perp} = 0$

Kvadratikusan: $\frac{\delta v_\perp^2}{v^2}$

$$\delta v_\perp^2 = \left(\frac{2Gm}{bv}\right)^2 \frac{2N}{R^2}\, b\, db$$ ← irány nem számít

Egyén galaxison való áthaladás esetén: $\int_{b_{min}}^{b_{max}} d v_\perp^2$

$$\delta v_\perp = \frac{2Gm}{bv} = v \quad \Rightarrow \quad \frac{2Gm}{v^2} = b_{min}$$ (← a kerdőjelt. miatt)

$b_{max} = R$, a galaxis sugara

$$\Delta v_\perp^2 = \int_{b_{min}}^{R} \left(\frac{2Gm}{bv}\right)^2 \frac{2N}{R^2}\, b\, db = \int_{b_{min}}^{R} \frac{8NG^2m^2}{v^2R^2}\, \frac{1}{b}\, db = 8N\left(\frac{Gm}{vR}\right)^2 \ln\underbrace{\left(\frac{R}{b_{min}}\right)}_{\Lambda} =$$

$$\left(v^2 \simeq \frac{GmN}{R} \quad / \; E_{kin} = E_{pot} \text{ -ból} /\right)$$

$$= 8N\, \frac{G^2m^2R}{R^2\, GmN} \ln\Lambda = \frac{8Gm}{R} \ln\Lambda$$

$$\frac{\Delta v_\perp^2}{v^2} = 8N \ln\Lambda$$

$$\Lambda = \frac{R}{b_{min}} = \frac{2v^2}{2Gm} = \frac{2GmN}{2GmR} \approx N \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta v_\perp^2}{v^2} = \frac{8}{N} \ln N$$

Hányszor kell áthaladni a galaxison, hogy ez a hányados 1 legyen?

Relaxációs szám: $n_{relax} = \frac{N}{8} \frac{1}{\ln N}$ → ennyiszer kell oda–vissza áthaladni

$$n_{relax} \approx \frac{0,1N}{\ln N}$$

$$\boxed{t_{relax} = n_{relax} \cdot t_{cross}}$$, t_{cross} - crossing time, a galaxison való áthaladás ideje

$t_{relax} > T_{Hubble}$ => még nem tudott relaxálódni

Pl.: $N = 10^{11}$

$n_{relax} \approx 10^9$

$t_{cross} \approx 100$ millió év

7 nagyságrenddel több idő kellene a relaxációhoz, mint az univerzum életére => nem számít a kittest kölcsönhatás

Gömbhalmaz: pl csillag halojában; $\frac{1}{r^2}$ sűrűségeloszlás; 10^5 db csillag; $t_{cross} = 10^5$ év

$N = 10^5$

$t_{cross} = 10^5$ év

=> 100x relaxálódott mióta az univerzum keletkezett

Galaxishalmaz: 1,5 Mpc; virializálódott belső rész + belehulló cuccok

$v_{disp} \doteq 1000 \frac{km}{s}$ / mezőn lévő galaxis: $v_{disp} = 100 \frac{km}{s}$ /

$N = 1000$

$t_{cross} =$

$10^6 pc = 10^6 \cdot 10^5$ CSE =

$= 10^{11} \cdot 150 \cdot 10^6$ km $\Rightarrow$ $t_{cross} = \frac{10^{19}}{10^3} = 10^{16}$ s → $t_{relax} \sim 10^9$ s

Extragal

08.01.

1' fázistérbeli fogalmak egy részecskére:

$f(\underline{x}, \underline{v}, t)\, dx^3 dv^3$

↑
D. F.

$\underline{w} = (\underline{v}, \underline{a})$

$(\underline{x}, \underline{v}) = \underline{w}$

$f(\underline{x}, \underline{v}, t) = f(\underline{w}, t)$

Kontinuitási egyenlet:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \underline{\nabla}\,(f\underline{v}) + \underline{\nabla}_v\,(f\underline{a}) = 0$$

↓ térkoordináta szerinti deriv.

↓ sebességkoord. szerinti deriv.

Most:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^{6} \frac{\partial (f \dot{w}_\alpha)}{\partial w_\alpha} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial (f\underline{v})}{\partial \underline{x}} + \frac{\partial (f\underline{a})}{\partial \underline{v}} = 0$$

↓ ↘

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \cancel{f \frac{\partial \underline{v}}{\partial \underline{x}}} + \underline{v}\frac{\partial f}{\partial \underline{x}} + \cancel{f \frac{\partial \underline{a}}{\partial \underline{v}}} + \underline{a}\frac{\partial f}{\partial \underline{v}} = 0$$

$\cancel{\frac{\partial \underline{v}}{\partial \underline{x}}} = 0$; $\cancel{\frac{\partial \underline{a}}{\partial \underline{v}}} = 0$ → mert függetlenek a koordinátáktól

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \underline{v}\frac{\partial f}{\partial \underline{x}} + \underline{a}\frac{\partial f}{\partial \underline{v}} = 0 = \frac{\partial f}{\partial t} + \underline{v}\nabla f + \underline{a}\nabla_v f$$

$f(\underline{x}, \underline{v}, t)\, dx^3 dv^3 \longrightarrow \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^{6} \dot{w}_\alpha \frac{\partial f}{\partial w_\alpha} = 0 = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^{3}\left(v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} + a_i \frac{\partial f}{\partial v_i}\right)$

$$0 = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^{3}\left(v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} - \frac{\partial \phi}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial v_i}\right) = \boxed{\frac{\partial f}{\partial t} + \underline{v}\,\underline{\nabla} f - \underline{\nabla}\phi\,\underline{\nabla}_v f = 0}$$

$a_i = -\frac{\partial \phi}{\partial x_i}$

Teljes időszerinti deriváltat:

$\frac{Df}{Dt} = 0$ ← Liouville-tétel

7 változóból függ.

Ezt vették gyakorlatban alkalmazni a 7 változós widt.
Jeans: 3 egyenletes rendszert se, integrálva a sebességkoordinátákra. (1953)

$$0 = \frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{i=1}^{3} \left(v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} - \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial v_i} \right) \qquad / \int dv^3$$

① $\int \frac{\partial f}{\partial t} d^3v + \int v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} dv^3 - \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \int \frac{\partial f}{\partial v_i} d^3v = 0$

(Einstein-konvenció)

$$\frac{\partial}{\partial t} \int f d^3v + \frac{\partial}{\partial x_i} \int v_i f d^3v - \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \underbrace{\int \frac{\partial f}{\partial v_i} d^3v}_{=0} = 0$$

Gauss-tétel: f-nek v-ben eltelmenő felületen vett integrálja

A felületet olyan nagyra választjuk, h. a felületi sűrűség 0 legyen (ilyen fds. is rengeteg van).

Def. Sűrűség: $\rho \equiv \int f d^3v$ $\qquad \overline{v_i} = \frac{1}{\rho} \int f v_i d^3v = \frac{\int f v_i d^3v}{\int f d^3v}$

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \overline{v_i})}{\partial x_i} = 0}$$

Jeans I. egyenlet: f I

(Kontinuitási egy. – ez hasonlít picit de persze tök is van benne)

② $/ \cdot v_j / \int d^3v$

$$\int \frac{\partial f}{\partial t} v_j dv^3 + \int v_i v_j \frac{\partial f}{\partial x_i} dv^3 - \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \int v_j \frac{\partial f}{\partial v_i} dv^3 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int f v_j dv^3 + \frac{\partial}{\partial x_i} \int v_i v_j f dv^3 - \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \int v_j \frac{\partial f}{\partial v_i} d^3v = 0$$

↓ parc. int.

$$\int v_j \frac{\partial f}{\partial v_i} dv^3 = -\int \underbrace{\frac{\partial v_j}{\partial v_i}}_{\delta_{ij}} f dv^3$$

$$= -\int \delta_{ij} f d^3v = -\delta_{ij} \rho$$

$$\overline{v_i v_j} = \frac{\int f v_i v_j dv^3}{\int f dv^3} \quad \ldots \quad + \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \rho = 0$$

Def. Szerint: u. azaz

$$\boxed{\frac{\partial (\rho \overline{v_j})}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \overline{v_i v_j})}{\partial x_i} + \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \rho = 0}$$

Jeans II. tö-e: f II

Kódnév: $\int I \;/\cdot \bar{v}_j$

$\int I + \int II$

$$\frac{\partial(\varrho \bar{v}_j)}{\partial t} + \frac{\partial(\varrho \overline{v_i v_j})}{\partial x_i} + \varrho \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} - \bar{v}_j \frac{\partial \varrho}{\partial t} - \bar{v}_j \frac{\partial(\varrho \bar{v}_i)}{\partial x_i} = 0$$

$$\bar{v}_j \frac{\partial \varrho}{\partial t} + \varrho \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial t} - \bar{v}_j \frac{\partial \varrho}{\partial t}$$

Bevezet: $\sigma_{ij}^2 = \overline{v_i v_j} - \bar{v}_i \cdot \bar{v}_j$

Vezet: $\overline{v_i \cdot v_j} = \bar{v}_i \bar{v}_j + \sigma_{ij}^2$ → random mozgás

tenzor, 3×3

segédimpenzió

Pl. elliptikus gal. - x-y irányban forogjon, akkor:

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial \varrho(\sigma_{ij}^2 + \bar{v}_i \bar{v}_j)}{\partial x_i} = \frac{\partial \varrho \sigma_{ij}^2}{\partial x_i} + \frac{\partial \varrho \bar{v}_i \bar{v}_j}{\partial x_i}$$

$$\downarrow \; \bar{v}_j \frac{\partial \varrho \bar{v}_i}{\partial x_i} + \bar{v}_i \frac{\partial \varrho \bar{v}_j}{\partial x_i}$$

Kiesik!

Végeredmény:

$$\varrho \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial t} + \bar{v}_i \frac{\partial \varrho \bar{v}_j}{\partial x_i} = -\frac{\partial \varrho \sigma_{ij}^2}{\partial x_i} - \varrho \frac{\partial \Phi}{\partial x_j}$$

Jeans III: $\int III$

1959-ben adta meg nem voltak mérések, csak az elmélet.

Mire jó az:

Mekkora a sűrűség a Nap környezetében? Mekkora megmondani, h. hidrogénatom van benne (a gáz is gáz...).

Rossz: felnyos talaj, hidrogén Rossz is lehet ...

+ többi apró is van.

De: az egyenletekből $g-t$ kiesett, ha a többi valahogy kiszámítjuk.

Hengerkoordinátákban (gal-ban ilyen): (r, ℓ, z) (v_r, v_ℓ, v_z)

$$\sum_{\alpha=1}^{6} \dot{w}_\alpha \frac{\partial f}{\partial w_\alpha}$$

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \dot{r}\frac{\partial f}{\partial r} + \dot{\ell}\frac{\partial f}{\partial \ell} + \dot{z}\frac{\partial f}{\partial z} + \dot{v}_r \frac{\partial f}{\partial v_r} + \dot{v}_\ell \frac{\partial f}{\partial v_\ell} + \dot{v}_z \frac{\partial f}{\partial v_z} = 0$$

Ny: $\dot{r} = v_r$; $\dot{\ell} = \frac{v_\ell}{r}$; $\dot{z} = v_z$ (Jacobi-det)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_r \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{v_\varphi}{r}\frac{\partial f}{\partial \varphi} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + \left(\frac{v_\varphi^2}{r} - \frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)\frac{\partial f}{\partial v_r} = *$$

Mert: $\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = -\frac{\partial \Phi}{\partial r}$

Mert: $\dot{v}_r = -\frac{\partial \Phi}{\partial r} + r\dot{\varphi}^2 = -\frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{v_\varphi^2}{r}$

v_φ : perdületmegmaradás $\rightarrow \frac{d}{dt}(\dot{\varphi} r^2) = 0 \Longrightarrow$

$$\dot{v}_\varphi = \frac{-1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial \varphi} - 2\frac{v_r v_\varphi}{r}$$

$$* \quad -\frac{1}{r}\left(2 v_r v_\varphi + \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi}\right)\frac{\partial f}{\partial v_\varphi} - \frac{\partial \Phi}{\partial z}\frac{\partial f}{\partial v_z} = 0 \qquad / \cdot v_z \,/ \int dv_r^3 \quad (\int \text{II})$$

Kijön:

$$\frac{\partial(\rho \overline{v_z})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{v_r v_z})}{\partial r} + \frac{\partial(\rho \overline{v_z^2})}{\partial z} + \frac{\rho \overline{v_r v_z}}{r} + \rho \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0$$

$\parallel$
0, mert a tányér stacionárius (legyen)

$\downarrow$
elhanyagolható a 3. tag mellett

$\downarrow$
elhanyagolható az 5. tag mellett

$\downarrow$
z szerinti deriváltat tartalmaz az r szerinti deriváltakban lévő képest (is ontabilan)

$\downarrow$
?

$\rightarrow$ r vagy z-ben képest
$\parallel$ $\quad$ $\parallel$
8 kpc $\quad$ 10 pc

Marad:

$$\frac{1}{\rho}\frac{d(\rho \overline{v_z^2})}{dt} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

Laplace - Poisson - egyenlet: $\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 4\pi G \rho \Longrightarrow$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho \overline{v_z^2})}{\partial z}\right] = -4\pi G \rho$$

$v_z(z)$ sebesség profilja megmérhető

$\rho(z)$ sebesség változása megmérhető

Kijön: $\overrightarrow{\text{CONST}}$ - konstans: $\rho = 0{,}15\, M_\odot\, pc^{-3}$ $\quad \approx \frac{1}{6}$ naptömeg egyes egy a térfogat egy köbparszek

De: a nyíl előtt és nyíl után egy.

Extragal 03.08.

Á-I. $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{v}_i)}{\partial x_i} = 0$

Á-II. $\frac{\partial(\rho \bar{v}_j)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \overline{v_i v_j})}{\partial x_i} + \rho \frac{\partial \phi}{\partial x_j} = 0$ $\quad / \cdot x_k \quad / \int d^3x$

Á-III. $\rho \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial t} + \rho \bar{v}_i \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial x_j} - \frac{\partial(\rho \sigma_{ij}^2)}{\partial x_i}$

Virialtételt ez: mérlegegyenlet az energia tulajdonságaira.

Á-II: $\int x_k \frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{v}_j) d^3x + \int x_k \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \cdot \overline{v_i v_j}) d^3x + \int \underbrace{\rho x_k \frac{\partial}{\partial x_j}(\phi)}_{\Psi} dx^3 = 0$

A kinetikus en. tenzor-2 — A potenciális energia tenzora

Definíció az integráltérre:

$$W_{kj} \equiv -\int \rho(x) x_k \frac{\partial}{\partial x_j}(\phi(x)) d^3x \quad \text{(def.)}$$

$$\phi(x) = -G \int \frac{\rho(x')}{|x - x'|} d^3x' \quad \text{Gravitációs potenciál.}$$

x_j: $W_{kj} = W_{jk}$ szimmetrikus (belátható) $\Rightarrow$ diagonalizálható

Nyom $\rightarrow$ $\mathrm{Spur}(W) = \sum_{j=1}^{3} W_{jj} = -\frac{1}{2} G \int \rho(x) \int \frac{\rho(x)}{|x - x'|} d^3x' d^3x = W$

$-2K_{kj} = \int x_k \frac{\partial(\rho \overline{v_i v_j})}{\partial x_i} d^3x = -\int \delta_{ik} \rho (\overline{v_i v_j}) d^3x = -\int \rho \langle v_k v_j \rangle d^3x$

Kinetikus energia tenzora

Vett: ha $i \neq k \rightarrow$ (mérlegből 0-t integrálunk)

$i = k \rightarrow$ parciális integrálás

végtelen nagy felülettel venni korlátos a m-t, akkor a sűrűség már 0.

$x \frac{f}{0} \rightarrow \infty$

$$K_{jk} = \frac{1}{2} \int (\rho v_j v_k) d^3x$$

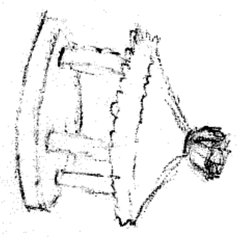
Másképp:

$$K_{ij} = T_{jk} + \frac{1}{2} \pi_{jk}$$

Ahol: $T_{jk} \equiv \frac{1}{2} \int \rho \bar{v}_j \bar{v}_k d^3x$ (rendezetlen mozgás tenzora)

$$\pi_{jk} = \int \rho \sigma_{jk}^2 d^3x \quad \text{(random mozgás tenzora)}$$

(ld. nehézkes, amíg a σ_{ij}^2 nincs)



x_k és t függetlenek: az első tag, lásd a lokálokra-tétel

$$\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial t}\int \rho(x_k \bar{v}_j + x_j \bar{v}_k)\, d^3x = 2T_{jk} + \Pi_{jk} + W_{jk}$$

Bevezet: $\int \rho x_j x_k d^3x = I_{jk}$ inercia(tenzor)

$$\frac{1}{2}\frac{\partial I_{jk}}{\partial t} = \frac{1}{2}\int \frac{\partial \rho}{\partial t} x_j x_k d^3x = -\frac{1}{2}\int \frac{\partial(\rho \bar{v}_i)}{\partial x_i} x_j x_k d^3x \overset{\text{parc. integrálás és Gauss-tétel ?}}{=}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{v}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (FI)$$

$$= +\frac{1}{2}\int \rho \bar{v}_i (x_k \delta_{ji} + x_j \delta_{ki}) d^3x = \frac{1}{2}\int \rho (\bar{v}_j x_k + \bar{v}_k x_j) d^3x$$

↓

Ez ugyanaz, mint a fenti eredmény Galileo-féle $\frac{\partial}{\partial t}$-vel.

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{2}\frac{\partial^2 I_{jk}}{\partial t^2} = 2T_{jk} + \Pi_{jk} + W_{jk}}$$

Newton-tenzor-virriál tétel

Speciális esetek: gravitációs virriál tétel, stacionárius esetre:

$$2K + W = 0$$

Elliptikus galaxisok rotációja – példa: miből lapult egy elliptikus galaxis? Két lehetőség: • a forgás miatt lapult (annyira gömbi lenne, ha csak körmozgások lenne, random pályákkal — de ha van imp. mom, közös → lapult lesz)

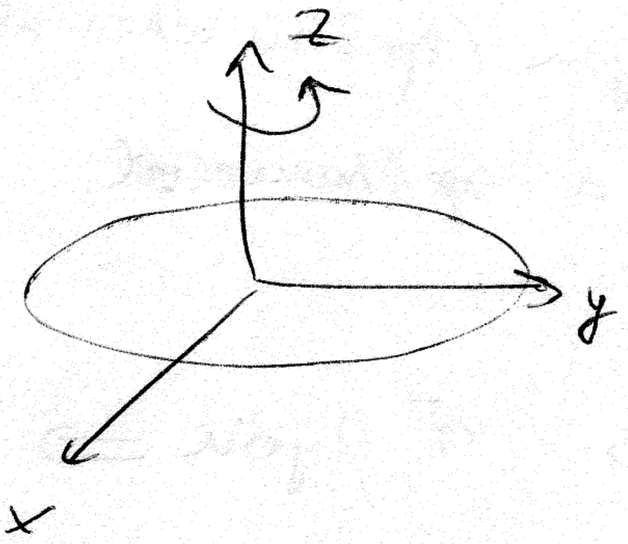
• ha nincs T_{jk} szerinti irány, de a Π_{xx}, Π_{yy} és Π_{zz} nem egyenlők (ha egyenlők, izotrop a sebességdiszperziós-tenzor)
→ a sebességdiszperziós tenzor anizotrop

$K_{jk} = T_{jk} + \frac{1}{2}\Pi_{jk}$ diagonalizálható, mert szimmetrikus

$K_{ij} = \cancel{T_{ij}} + \frac{1}{2}\Pi_{ij}$ nincs T_{ij}

$K_{jj} = \frac{1}{2}(\Pi_{xx}; \Pi_{yy}; \Pi_{zz})$

Legyen:



z irányban lapos, keményítő gél.

$$\omega_{xx} = \omega_{yy} \neq \omega_{zz}$$

$$\omega_{ij} = 0, \text{ ha } i \neq j \quad \text{(Átlóban a komponensek)}$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial^2 \delta_{jz}}{\partial t^2} = 2T_{jz} + \pi_{jz} + \omega_{jz}$$

Két ilyen egyenlet szükséges:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= 2T_{xx} + \pi_{xx} + \omega_{xx} \\ 0 &= 2T_{zz} + \pi_{zz} + \omega_{zz} \end{aligned}\right\} \quad \frac{2T_{xx}+\pi_{xx}}{2T_{zz}+\pi_{zz}} = \frac{\omega_{xx}}{\omega_{zz}}$$

Kelleher morgás: z körüli forgás, de $T_{zz} = 0$ z irányban.

$$2T_{xx} = \frac{1}{2}\int \rho\, \bar{v}_\ell^{\,2}\, dx^3 = \frac{1}{2} M v_0^{\,2} \quad \text{def.}$$

(tömeggel súlyozott átlagos lineáris sebesség négyzete)

Mert: $\dfrac{\int \rho \bar{v}_\ell^{\,2} d^3x}{\int \rho\, d^3x_M} = v_0^{\,2}$

$$\pi_{xx} = M\sigma_0^{\,2} \quad \text{def.}$$

(tömeggel súlyozott átlagos sebességdiszperzió négyzete)

$$\pi_{zz} = (1-\sigma)\pi_{xx}$$

$$\pi_{zz} = (1-\sigma) M\sigma_0^{\,2}$$

σ: Poisson-szám – a sebességdiszperziós tenzor anizotrópiájának mértéke

$$\frac{\frac{1}{2}Mv_0^{\,2} + M\sigma_0^{\,2}}{(1-\sigma)M\sigma_0^{\,2}} = \frac{\omega_{xx}}{\omega_{zz}}$$

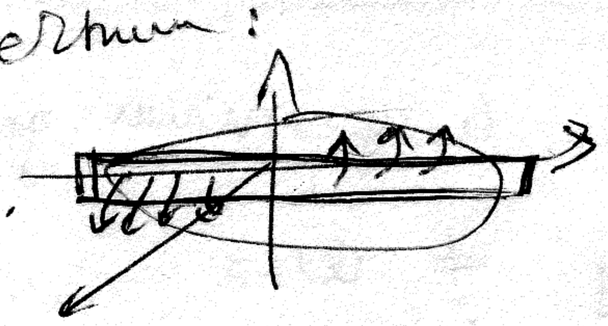
Átrendezve:

$$\frac{v_0^{\,2}}{\sigma_0^{\,2}} = 2(1-\sigma)\frac{\omega_{xx}}{\omega_{zz}} - 2$$

↓

Mérhető:

Spektrum:



forgó rész álló rész

$\Rightarrow$ v_0 fijön (spektrumonal növekszik)

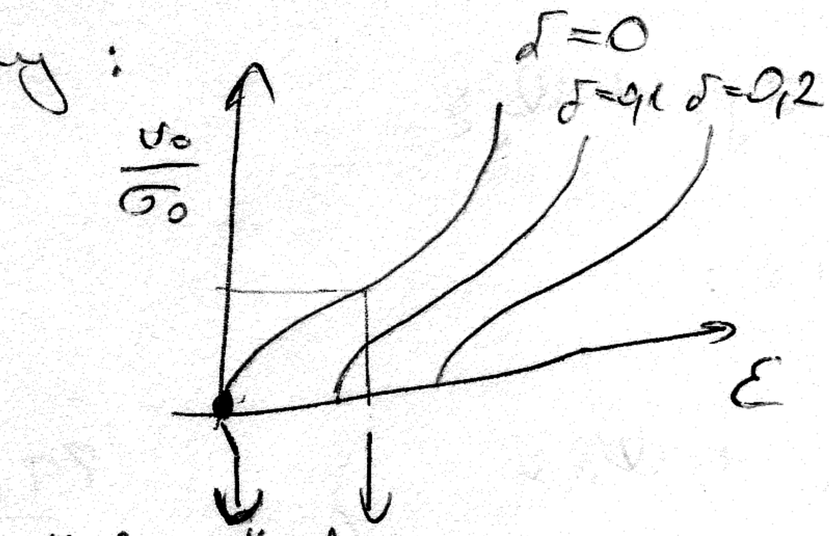
σ_0: a spektrumvonal kiszélesedése

excentricitás

Állítás: $\varepsilon = \frac{W_{xx}}{W_{zz}}$ is nekelő $\longrightarrow$ σ fijön $\Rightarrow$ anyira

lapult-e a galaxis, mint amennyire várjuk?

Vélgezdmény:



σ_0 kiszámítása van, valamelyik galaxis fajtánál lényeg.

gömbszerű: $v_0=0$, $\varepsilon=0$, $\sigma=0$

korong: $\sigma=0$ vonalon van, akkor minden anizotrópia

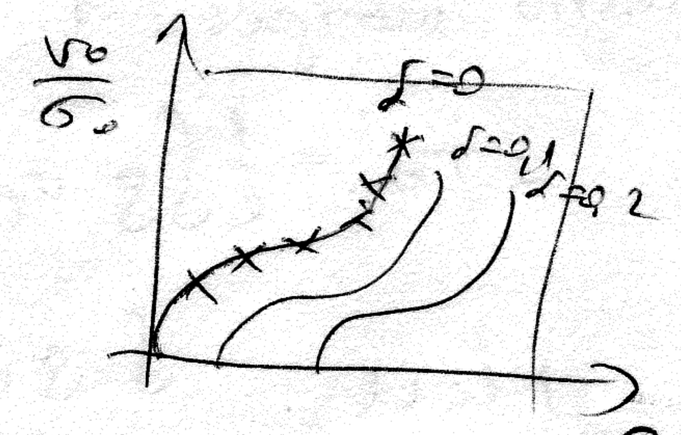
Kis galaxisok: $< 2{,}5 \cdot 10^{10} L_\odot$

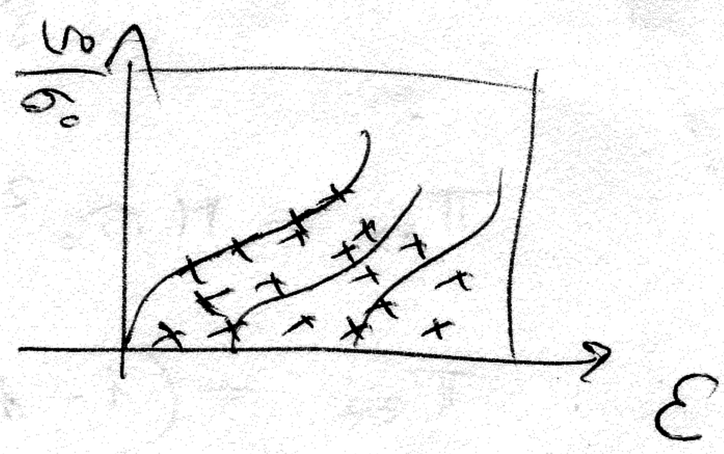
Csak a forgásból lapultak.

Nagy galaxisok: $> 2{,}5 \cdot 10^{10} L_\odot$

↳ sebesség diszp. tenzor anizotrop!

↳ a: valmely diagonalelem van.





Extragal 08.29.

Sürüdelgal. Adony Rotorgörbéjénél függőleges irányú sebesség szerepe:

Milyen a sűr.-eloszlás? Közepén éles csúcs sűrűsödés... (Nem infinitezimális a korong vastagsága.)

↓ vastagsága = 0 esetén exponenciálisan zérushoz tart

Es: szögsebességgel körülfordulás nélkül a vastagság (nem feltétlen exponenciálisan), és az összetartás megszűnik.

Hengerkoord.-ben: r, z, ϑ (ω irodalomban) (a korong közepénél.)

Poisson/Laplace-egyenlet:

$$-\nabla g = \nabla^2 \phi = 4\pi G \rho$$

$$\frac{\partial g_z}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r g_r) = -4\pi G\rho$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r g_r) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\left(-\frac{v_c^2}{r}\right)\right) = \frac{-2v_c}{r}\frac{\partial v_c}{\partial r}$$

ϕ: grav. pot.
ρ: gravitáló
$g_r = -\frac{v_c^2}{r}$
v_c: körsebesség

Bevezet: Oort-konstansok

$$A \equiv \frac{1}{2}\left(\frac{v_c}{r} - \frac{\partial v_c}{\partial r}\right)$$

$$B \equiv -\frac{1}{2}\left(\frac{v_c}{r} + \frac{\partial v_c}{\partial r}\right)$$

$$\Rightarrow A^2 - B^2 = \frac{v_c}{r}\frac{\partial v_c}{\partial r}$$

$$\frac{\partial g_z}{\partial z} = -4\pi G\rho + 2(A^2 - B^2)$$

difegy, mely leírja a vertikális irányú erőhatást

A és B: merev forgó test:

$A = 0$ $\quad (\omega \cdot r = v_c)$
$B = -\omega$ $\quad$ (ha az összes, A és B is az.)

galaxisra: $v_c = \text{konst.}$ (a 2p-tól távol)

$\omega(r)\, r = v_c \rightarrow A = -B = \frac{1}{2}\omega(r)$

nem konstans

$$-\frac{\partial g_z}{\partial z} = 4\pi G\rho - 2(A^2 - B^2) = \omega^2$$

ha z kicsi: harmonikus oszillátor ω-val

Mert: a potenciált másodrendűig sorfejtjük, az első rendet a szimmetria miatt elhagyjuk

$g_z = 0$, ha $z = 0$

$g_z \sim z$, ha z kicsi

Galaxisra: $A^2 = B^2 \Rightarrow$ $\underline{4\pi G\rho = \omega^2}$

ρ-t más kísérletekből (a Nap körül): $0{,}15 \frac{M_\odot}{pc^3}$ Neve: (Oort-limit)

Behelyettesítve és $s \to$ év átváltással:

$t_p = 10 \cdot 10^6$ év a periódusidő (a Naphoz közeli csillagoknál)

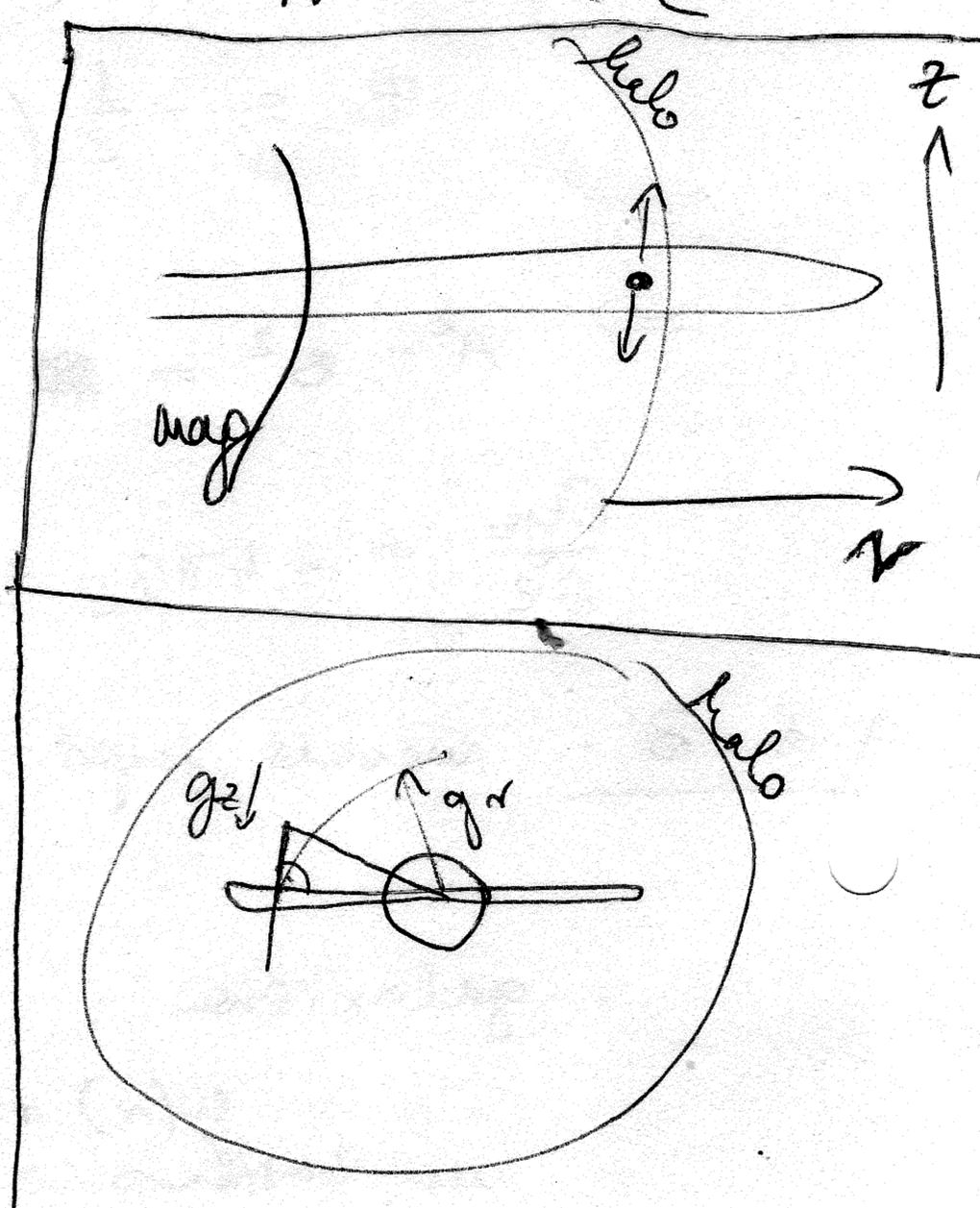
Így: ρ a tömegsűrűség síkjában, közepén van értelmezve, ahol $z = 0$.

Nap környékén: $A = \frac{1}{2}\omega(r) = \frac{1}{2} \cdot 220 \frac{km}{s} \frac{1}{8\,kpc} = 13{,}7 \frac{km}{s} \frac{1}{kpc}$

Kis távolságokon a halo sűr. elo-a z-től független. De: a többi rendben: 1. HALO

$$\rho_{Halo} = \rho_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^2$$ sűr. elo.

ρ_0, r_0: karakterisztikus hossz és sűr.



$$g_z = -4\pi G \rho_h \cdot z$$ (z szerint lineáris) z kicsi

$$g_r = \frac{GM_r}{r^2}$$

$$\frac{g_z}{g_r} = \frac{z}{r}$$ Mert: $\hookrightarrow$

$$M_r = 4\pi \rho_0 r_0^2 r = \int \rho(r)\, dV^3$$

$$g_r = -4\pi G \underbrace{\rho_0 r_0^2 r \frac{1}{r}}_{\rho_h} = -4\pi G \rho_h \cdot r$$

KOROND.

$$\frac{\partial g_z}{\partial z} = -4\pi G \rho_D$$

↓ korong

A vízszintes kiterjedésben a sűr. változás már nem elhanyagolható → helyesen kell integrálni

$$g_t = -4\pi G \int_0^z \rho_D(z')\, dz' = -2\pi G \int_{-z}^{z} \rho_D(z')\, dz' =$$

$\varepsilon'(z)$

felületi sűrűség z vastagságon belül

$$(\varepsilon'(\infty) - \varepsilon'(0) ?)$$

Def: $\varepsilon'_D = \varepsilon'(\infty)$

↓ függ r-től, exp-an szélen r-rel kifelé haladva

Legyen: σ_z = konst. sebességdiszperzió

$$\frac{\partial p_z}{\partial z} = \sigma_z^2 \rho \text{ „gyorsulás"}$$

$$\frac{\partial p_z}{\partial z} = \rho g_z = \frac{\partial}{\partial z}(\sigma_z^2 \rho)$$

$$g_z = -2\pi G \varepsilon'(z)$$

$$g_\rho = -2\pi G \varepsilon'(z) \rho$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\sigma_z^2 \rho) = -2\pi G \varepsilon'(z) \rho$$

$$\sigma_z^2 \frac{\partial \ln \rho}{\partial z} = -2\pi G \varepsilon'(z)$$

Külön-külön kis és nagy z-re:

↘ ↙

$$\rho(z) \approx \rho(z=0) \approx \rho_0$$

$$\sigma_z^2 \frac{\partial \ln \rho}{\partial z} = -2\pi G(\rho z \cdot 2) \quad / \int$$

↓ -t-től +z-ig int.

$$\sigma_z^2 \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = -4\pi G \rho_0 \left(\frac{z^2}{2}\right)$$

int. konstans

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{z^2}{2 z_0^2}} \quad \text{Gauss-görbe}$$

$$z_0^2 \equiv \frac{\sigma_z^2}{4\pi G \rho_0} \quad \text{(felületsűrűség)}$$



Napj z: ∞

$$\sigma_z^2 \frac{\partial \ln \rho}{\partial z} = -2\pi G \xi_D$$

$\xi_D(\infty)$ konst.

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{z}{H}}$$

$$H \equiv \frac{\sigma_z^2}{2\pi G \xi_D}$$ exponenciális lecsengés talvol

Konkrét rendszerekre az egész integrodifferenciálegyenletet:

$$H = \frac{z_0}{\sqrt{2}}$$ lejön $\left(\frac{\partial s}{\partial z} = \int \rho dt \text{ alakú}\right)$

$$\rho(z) = \rho_0 \operatorname{sech}^2 \frac{z}{(2z_0^2)}$$

$\frac{1}{\cos} = \sec$

sech: hiperbolikus fv.

ρ: ρ_D és ρ_{Halo} is lehet van.

$$\sigma_z^2 \frac{\partial \ln \rho}{\partial z} = g_z$$

Most: $\sigma_z^2 \rho \to \frac{\partial p_z}{\partial z} = \rho g_z$

$$\sigma_z^2 \frac{\partial \rho}{\partial z} = \rho g_z$$

$$\sigma_z^2 \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} = g_z$$

$$\sigma_z^2 \frac{\partial \ln \rho}{\partial z} = g_z$$

$$= g_D + g_H$$

Kicsi z-re:

$$\simeq -4\pi G(\rho_D + \rho_H) z$$

Bevezet:

$$\xi_D = \beta \rho_D z_0$$

β: 2,5-2,8 között mozog általában kétkomponensű $\parallel$ formafaktor $\parallel$

z_0: karakterisztikus a dinamikához

$$\hookrightarrow z_0^2 = \frac{\sigma_z^2}{4\pi G(\rho_D + \rho_H)} =$$

$$= \frac{\sigma_z^2}{\frac{4\pi G \xi_D}{\beta z_0} + \omega^2}$$

$\omega^2 = 4\pi G \rho_H$ csillagok mozgásához a gal. magja körül

átrendezve:

$$z_0 = \frac{4\pi G \xi_D}{2\beta\omega^2}\left[\sqrt{1 + \frac{4\sigma_z^2 \beta^2 \omega^2}{(4\pi G \xi_D)^2}} + 1\right]$$

$$Q_z = \frac{\beta \sigma_z \omega}{2\pi G \xi'_D} \Rightarrow z_0 = \frac{\sigma_z}{\omega} \frac{Q_z}{\sqrt{1+Q_z^2}+1}$$

σ_z, ω és ξ' : r-függő → Q_z alapj jellemzi a dinamikát

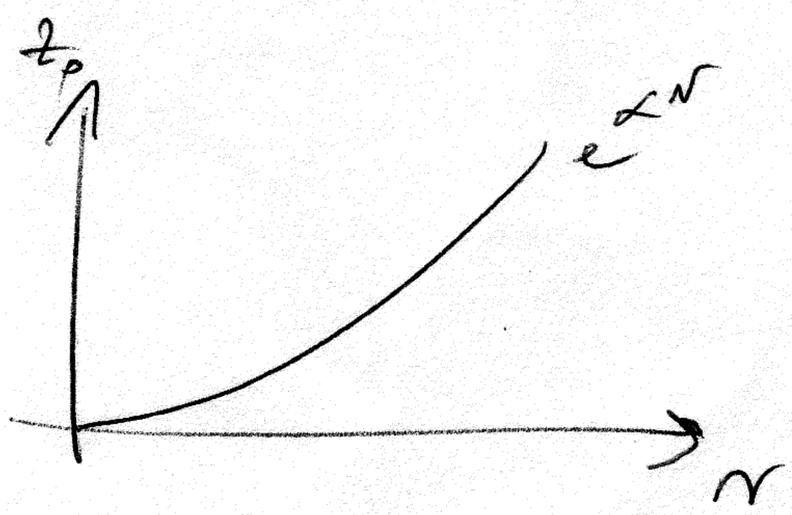
Q_z kicsi (ξ_D nagy – sekil): $z_0 \longrightarrow \frac{\sigma_z}{\omega} \frac{Q_z}{2} = \frac{\beta \sigma_z^2}{4\pi G \xi'_D}$

Q_z nagy: $z_0 \longrightarrow \frac{\sigma_z}{\omega} = \frac{\sigma_{zr}}{v_c}$ ↳ ρ D-tól függ

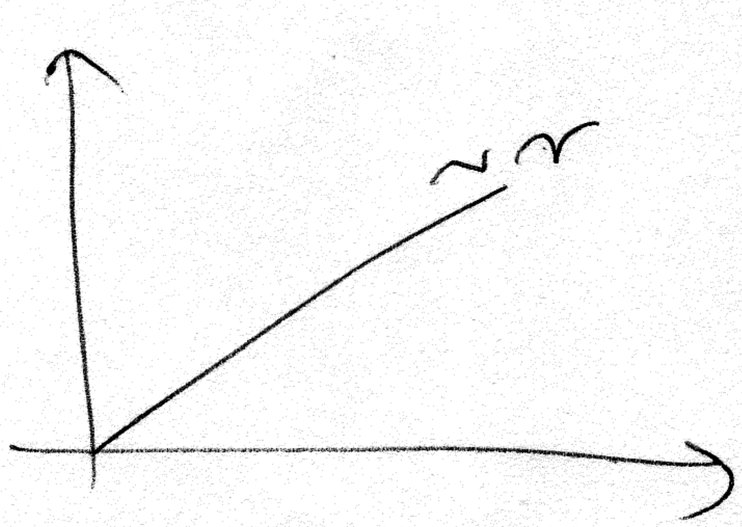
↳ ρ r-tól függ

Hogy függ a rotáció sebessége r-től: $z_0(r)$:

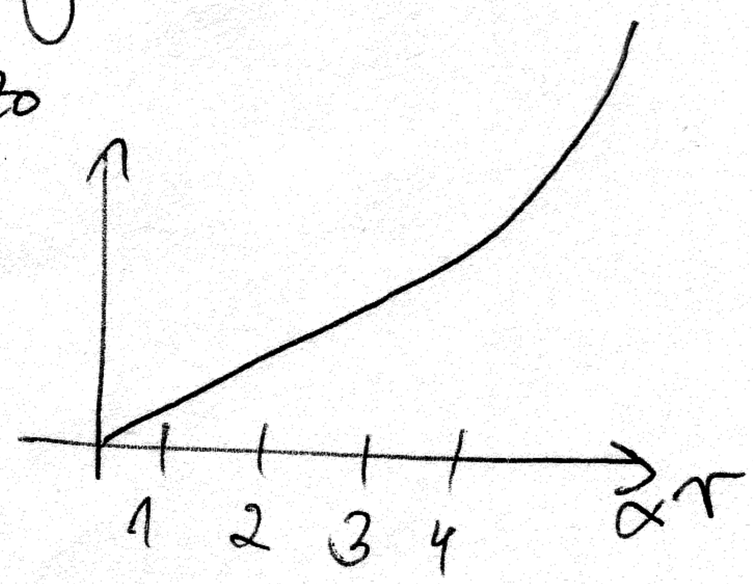
Q_z kicsi:



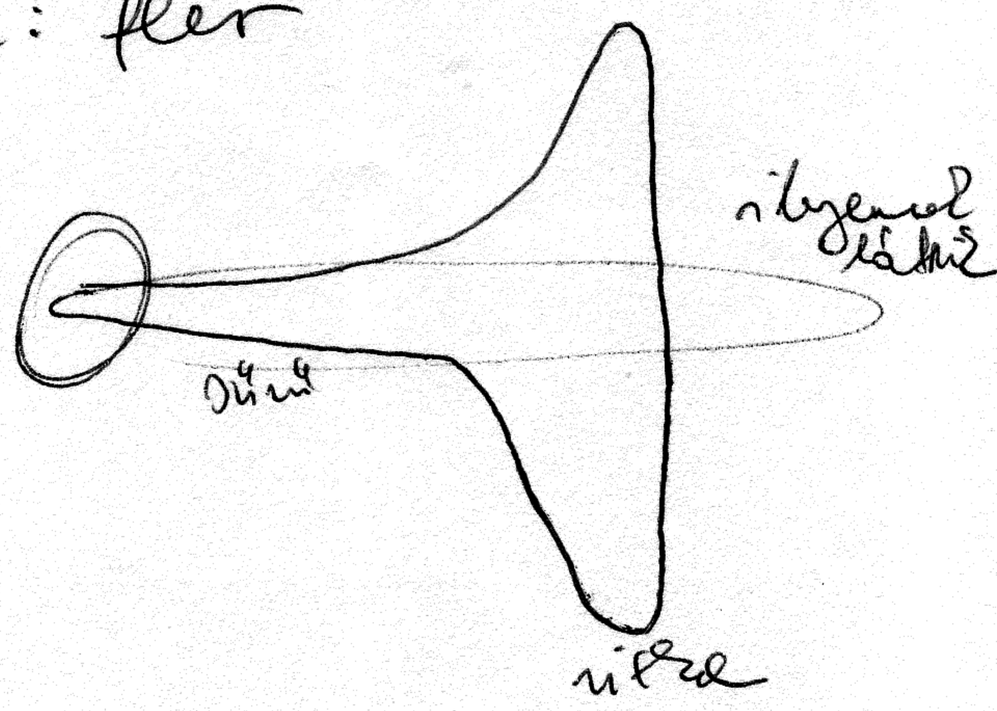
Q_z nagy:



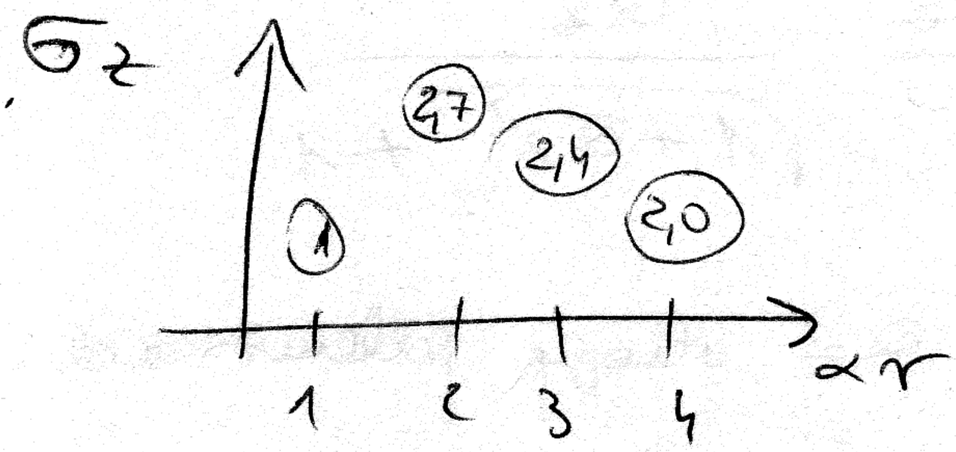
Valóság:



Ahol: fler



Q_z kicsi	sekil
ξ_D nagy	
sekil	
Sekil kinematikai	sekil exp-ban nő a rotációs sg.
által határozza meg a csillagok mozgását	halo hat. meg a sill. mozg. — itt kinyilvánul a sötét anyag jelenléte



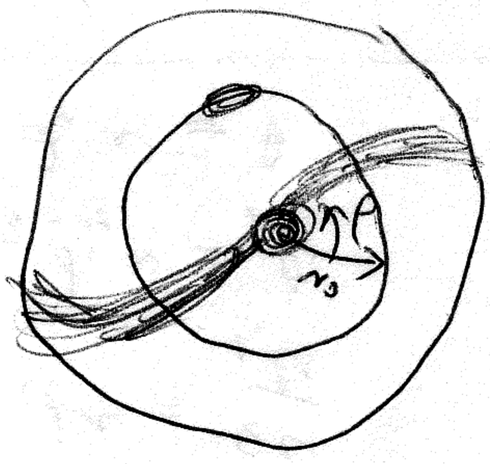
Einheit

te r függő irányban
σ_z -t elhagyjuk, mert
1 és 3 közötti változik
csak – a pici,
elhanyagolható az r
és a E/D változásához
képest.

Extragal

Ch. 12.

Epiciklus approximáció:



$$r = r_0(1+\xi)$$

$$\varphi = \underbrace{\Omega_0 t}_{\text{ha pont körmozgás}} + \xi \quad \xi \ll 1$$

→ eltérés a körmozgástól

lenne, csak ez lenne

Ω_0 : $\frac{v_{c0}}{r_0}$ → átlagos körsebesség

t szerint így megy körbe, h. a perdület megmarad:

$$j = r_0^2 \Omega_0 = r^2 \dot{\varphi} =$$

Ez feltétel arra, h. hogy morgunk az epiciklusban.

$$= r_0^2 \underbrace{(1+\xi)^2}_{1+2\xi+\xi^2} (\Omega_0 + \dot{\xi}) =$$

$$= r_0^2 (1+2\xi)(\Omega_0 + \dot{\xi}) = r_0^2 \Omega_0 + r_0 2\xi \Omega_0 + r_0^2 \dot{\xi}$$

$$\Rightarrow \quad r_0 2\xi \Omega_0 + r_0^2 \dot{\xi} = 0$$

$$\dot{\xi} = -2\xi \Omega_0$$

Centrifugális erő : $f = \frac{-v^2}{r}$

v_c : éppen elvileges körsebesség

r : -"- r

Sorfejtjük a $\frac{v_{c0}}{r_0}$ körül:

$$f = \frac{-v_{c0}^2}{r_0^2} \cdot \overbrace{-r_0\xi}^{\delta x} \frac{d}{dr}\left(\frac{v_c^2}{r}\right)_0 = -\frac{v_{c0}^2}{r} - r_0\xi\left[\frac{2v_c}{r}\frac{d}{dr}(v_c)_0 + v_{c0}^2 \frac{1}{r_0^2}\right] =$$

$$= \frac{-v_{c0}^2}{r_0} - 2v_{c0}\xi v_{c0}' + \xi\frac{v_{c0}^2}{r_0}$$

$$f = -\frac{v_{c0}^2}{r_0} - r_0\xi\left[2v_{c0}'\Omega_0 - \Omega_0^2\right]$$

Napfüggetlen megoldása r irányban: hogy megy a zillag az epiciklusban?

$f_r = a_r$ Egyszerűsítés tömegre nézve.

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = [r_0(1+\xi)]'' - r\dot{\varphi}^2 = \cancel{r_0''}^{=0} + r_0\ddot{\xi} - \frac{J^2}{r^3} =$$

$(r_0 + r_0\xi)$

$$= f = -r_0\ddot{\xi} 2\dot{r}_0 v_{c0}' + r_0 r_0^2 \xi - \frac{v_{c0}^2}{r_0}$$

Ez átrendezve: $\ddot{\xi} + 2r_0^2\xi + 2r_0 v_{c0}'\xi = 0$

Harmonikus oszcillátor

Nem kell:

$$\ddot{\xi} - \frac{J^2}{r_0 r^3} + 2\xi r_0 v_{c0}' - r_0^2\xi + \frac{v_{c0}^2}{r_0^2} = 0$$

$$3r_0^2\xi = \frac{v_{c0}^2}{r_0^2} - \frac{J^2}{r_0 r^3} r_0^2 r_0$$

$$= \left(\frac{v_{c0}^2}{r_0^2}\right)_{\text{állandó}} - \frac{r_0^2}{(1+\xi)^3} = r_0^2{}_{\text{állandó}} - r_0^2(1+\xi)^{-3} = \cancel{r_0^2} - \cancel{r_0^2} + 3\xi r_0^2$$

Nem kell:

$$J = r^2\dot{\varphi} \quad /()^2$$

$$J^2 = r^4\dot{\varphi}^2 \quad /r^3$$

$$\frac{J^2}{r^3} = r\dot{\varphi}^2$$

$$\frac{d}{dt}\frac{d}{dt}(r_0(1+\xi)) = \dot{r}_0(1+\xi) + r_0\dot{\xi} + r_0\dot{\xi} + r_0\ddot{\xi} = \cancel{\dot{r}_0} + r_0\dot{\xi} + 2\cancel{\dot{r}_0}\dot{\xi} + r_0\ddot{\xi}$$

Átalakítva: $\ddot{\xi} + 2r_0[r_0 + v_{c0}']\xi = 0$

$$\downarrow \qquad \downarrow$$

$$\frac{v_{c0}}{r_0} + \frac{dv_c}{dr}\Big|_0 = -2B \quad \text{Oszt-Kornt.}$$

$$\ddot{\xi} - 4r_0 B\xi = 0 \quad \text{Harm. osc.}$$

$$\ddot{\xi} + K^2\xi = 0$$

K: frekvencia

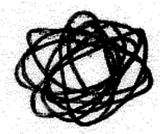
$$K^2 = -4Br_0$$

Neve: spiciális frekvencia

Probléma: K^2 nem lehet $\ominus$. B: negatív, ld. miért.

$$B = -\frac{1}{2}r_0$$

$$\Rightarrow K^2 = +2r_0^2 \rightarrow K = \sqrt{2}r_0$$

Amíg a deferens körön az epicyclus 1x megkerüli a gal-t, addig a nap az epicyclusán $\sqrt{2}$ -ször megy körbe: 

a számolás általánosan igaz: pl. Napra-sem Szlppóra is, csak a B lesz más.

$$B = -\frac{1}{2}\left(\Omega_0 + \frac{dv}{dr}\right)$$

Kepler:

$$v \sim \frac{1}{\sqrt{r}} \qquad \frac{dv}{dr} = -\frac{1}{2}\frac{1}{r^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{1}{r^{\frac{3}{2}}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{r}}}{r} = \frac{v}{r} = \Omega_0$$

$$-\frac{1}{2}\Omega_0$$

$$B = -\frac{1}{4}\Omega_0$$ Szlppóra, itt záródó ellipsis pálya jön ki.

A számolás volt: centrális pot-ban olyan körmozgás, mely infinitezimálisan kis epicyclus körül keringett. Erre merőlegesen → harm. osc. jön, benne B, amit a grav. pot. betalsz meg.

Pl. szilárd test: $B = -\Omega_0$ → $\kappa = 2\Omega_0$

De: $\xi = 0$ (virsen mozgás... :)

Milyen az epiciklus mozgás?

$$\kappa = \sqrt{2}\,\Omega_0$$

$$\dot{\eta} = -2\xi\Omega_0$$

Az amplitudó: harm. osc: $\xi = A\cos\kappa t$

ξ : A

η : $\sqrt{2}A$

↓

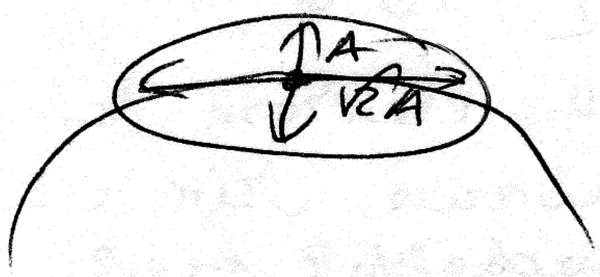
integrálom

$$\dot{\eta} = -2A\Omega_0\cos\kappa t \quad / \int$$

$$\eta = -2A\frac{\Omega_0}{\kappa = \sqrt{2}\Omega_0}\sin\kappa t =$$

$$= -\sqrt{2}A\sin\kappa t$$

→ az epiciklus egy ellipsis!



Tejút m.: $\sigma_r = 40 \frac{km}{s}$

~~$\sigma_\ell = 28 \frac{km}{s}$~~

$\sigma_z = 20 \frac{km}{s}$

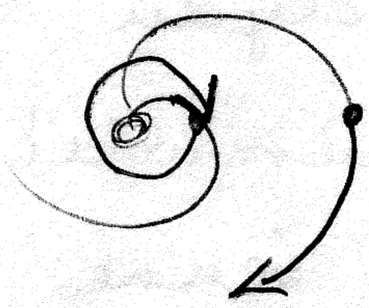
↻ 1·V2 ?: Pedig azt várnánk, hogy $\sigma_\ell = 56$ lenne.

Oka: az anyag megfigyelési nagyok! Ez σ_ℓ-t fekete csökkenti, σ_r-t nem változtatja meg ⇒ 28 az 56 helyett. Tehát: $\sigma_\ell = 56 \frac{km}{s}$

Ha elhisszük, h. a rotációs görbe lapos: a spirálkar nagyon-nagyon fölcsavarodna ...

De mind normális, amit látunk.

Hubble:

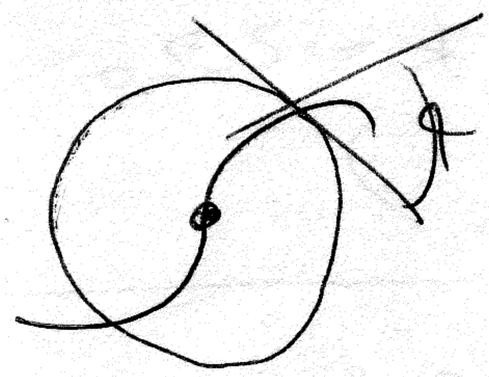




Sa Sb Sc

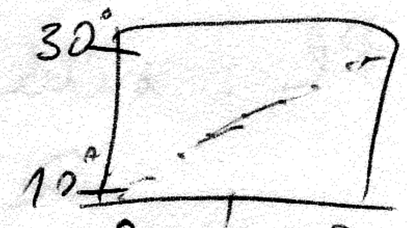
P/B





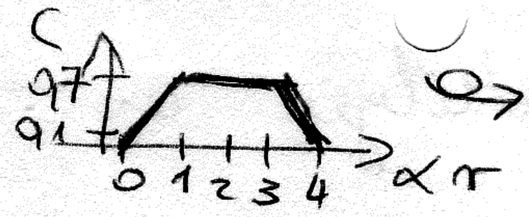
α gal. kar emelkedési szöge (nyílásszöge)

10° ↑ 30°



C 0,1 —— 0,7

koncentráció a spirálkarnál



⇒ azt gondoljuk, h. sűrűséghullámok a felelősek.

Sörös-sörös vagy adott sebességgel áthaladnak a spirálkaron, gázokon ...

Megnöveli a sűrűséget, összenyomja az anyagot → gáz → csill. keletkezik → felfényesedik a régió

Mert: $L \sim M^{3,5}$

$t \sim \frac{M}{L} \sim M^{-2,5}$

Nagytömegű csill. élettartama kicsi, de nagyon luminózus. Mire a sűrűséghullám áthalad, addig megmaradnak ezek.

A spinsűrűséget növelve: $\Omega_p = \text{konst.}$

(A csillagoké: $v_c = \text{konst}$, $\Omega_0 \sim \frac{1}{r}$.)

Valahol kell egy korotációs sugár, ahol u. olyan sebességű a v_c és a spirál. :) Nem mondta el, h. hol.

Korong: gáz és csillagok → gáz + részecskék, lapos korong
↓ ↓ ↓
nyomás sebességdiszperzió + gravitáció stabilitása.

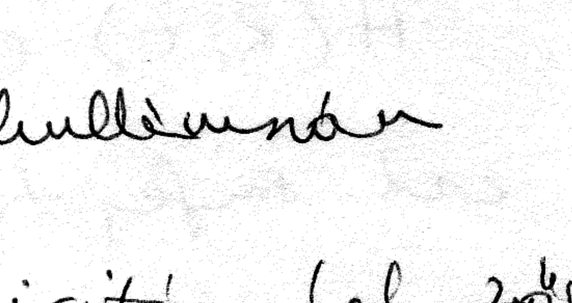
Milyen alakú instabilitásokra érzékeny a lapos korong?
Pl. Szaturnusz gyűrűi.

Toomre: vagyon felszínekkel (vagy gyűrűvel) tekintjük

Kifejtjük: csak körében van meg az instabilitás

↪ $E_1 = E_0 e^{-\alpha r}$

Valahol: $\alpha = \frac{1}{4\pi\rho c}$

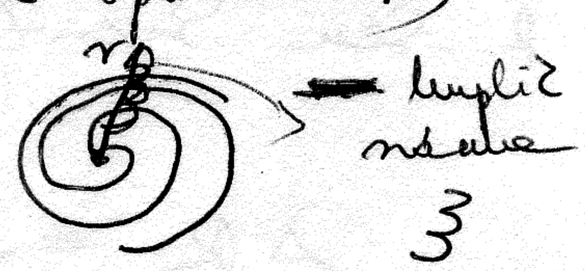


Kvantummechanika: W.K.B. - közelítés, vagy kváziklasszikus eset (?)

Emlékeztető: (quantization) : i

Ha: $\left|\frac{kR}{m}\right| \gg 1$ zárt felszínek

k: radiális hullámszám
R: sugár
m: multiplicitás (pl. 2-es spirálkar)



Felületi sűrűség: $E_1(R) = E_{1,0}(R) + E_{1,1}(R, \ell, t)$

$E_{1,0} e^{-\alpha r}$

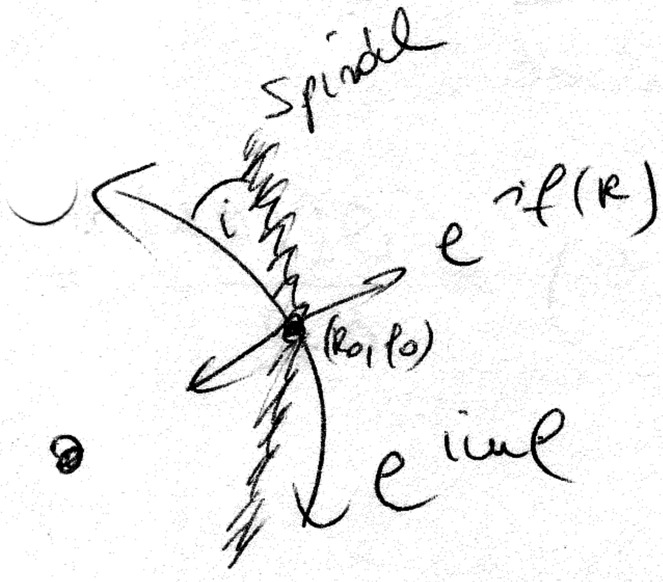
spirálstruktúrát leíja le

$H(\ell t) e^{im\ell} e^{i\Omega(R,t)}$

$= C(r)$ konstans

hány kapcsolási szám adott r-re

spirál alakja



$f(R,t)$ sorfejtése: $f(R,t) = f(R_0,t) + R(R_0,t)(R-R_0)$

$R = f'$

$m \cdot \ell + f(R,t) = \text{konst.}$, ha haladó vége a konst. értékű hullámhegyen.

$2\pi = |f(R+\Delta R, t) - f(R,t)|$ akkor

vagyunk újra hullám csúcsán.

ΔR: híjjétt menjünk ennyi a kör. sugárban ahhoz, hogy ismét csúcsot kapjunk. Minél kisebb ΔR, annál inkább felszínen.

~~Most~~:

Ha $f(R+\Delta R, t)$ Taylor-sor: sorfejtés

$$= f(R,t) + \Delta R\left(\frac{\partial f}{\partial R}\right) + \text{X}$$

$\underbrace{\qquad\qquad}_{2\pi}$

Most:

Első órán:

$$B_0 \cdot e^{-\alpha R}\left[1 + C(\tau)\sin\left(\omega\left\{t - t_0 - \frac{\ln r}{\operatorname{tg} i}\right\}\right)\right]$$

$$\downarrow \qquad H(R,t)\, e^{i\omega t}\, e^{i f(R,t)}$$

Ha ez sorfejthető, $\frac{1}{r}$-es lesz. ω és t függ.

R-ben Taylor-sorba ρ-ben szintén Taylor-sorba.

$$\Delta R = \frac{2\pi}{\partial f/\partial R}$$

radiális hullámhossz – a hullámnak ΔR-enként ismétlődő egymásra.

Hullámszám: ΔR reciproka: $k(R,t) = \frac{\partial f(R,t)}{\partial R} =$

k: radiális hullámszám

$k = f'$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\Delta R}$$

$$\frac{\partial f(R,t)}{\partial R} = \varkappa(R,t) = \frac{2\pi}{\Delta R}$$

Erősen folyamatok: i skála, m vagy.

(R_0, l_0) pont körül sűrűségmaximumok kialakítja a spirálstruktúrát: csak a korlátot kell figyelembe venni az oldalnál.

No. ten: morfológiákat analitikusan megoldani.

① Laplace - Poisson - egyenlet: $\rho_{kr} \Rightarrow \Psi$
(kétszeres grav. pot.)

② $\Psi \Rightarrow \rho_{kr}$

③ $\rho_{kr} = \rho_{be}$, stb. ... önkonzisztens mo-ig iterálják.

Fontos, h. erősen folyamatok a spirálkar.

①

Pontosabban ρ helyett Σ kell (Ψ helyett ϕ-vel jelöljük a potenciált)

$$\nabla^2\phi = 4\pi G\rho = 4\pi G \Sigma(R)\delta(z)$$

$$\Sigma(R) = \Sigma_0 (1 + \delta e^{ikr} e^{i\omega t})$$

$$\delta \ll 1$$

Σ': felületi sűr. elh., rövid hull. hosszú, erősen folyamatok esetében → grav pot a cél.

$$\phi = \phi_0 + \delta\phi$$

$$\phi_0 + \phi_1 e^{ikr} e^{i\omega t} f(z)$$

↓ a potenciál egy infinitezimálisan vékony korong fölött és alatt is ekkora.

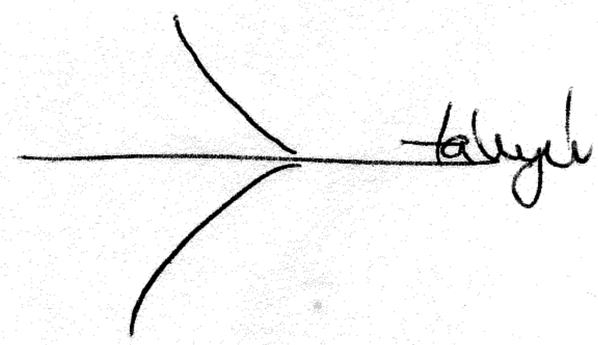
~~$\phi_1(R, z, t)$~~

$$\nabla^2\phi_0 = 4\pi G \Sigma'_0 \delta(z)$$

$$\nabla^2\phi_1 = 4\pi G \Sigma'_1 \delta(z)$$

0-ás tag perturbálatlan

ϕ:



$$\lim_{\xi \to 0} \int_{-\xi}^{+\xi} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2}\, dz \left(= 4\pi\sigma\, \xi_1 \right) = \lim_{\xi \to 0} \left. \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right|_{-\xi}^{+\xi}$$

$$\phi_1 = -\frac{2\pi\sigma\varepsilon' / a}{|k|}\, e^{i(\vec{k}\vec{r}_e - \omega t)}\, e^{-|k z|}$$

Lehegge: $\phi_0 + \phi_1$ elsheperé Louthaks a pots alwyy

a E_1 is. Iát λ-P. - eggenlet.

ϕ_1 rijön:

$E_1 a$: approximator, ahhez közelítünk az iterációval.

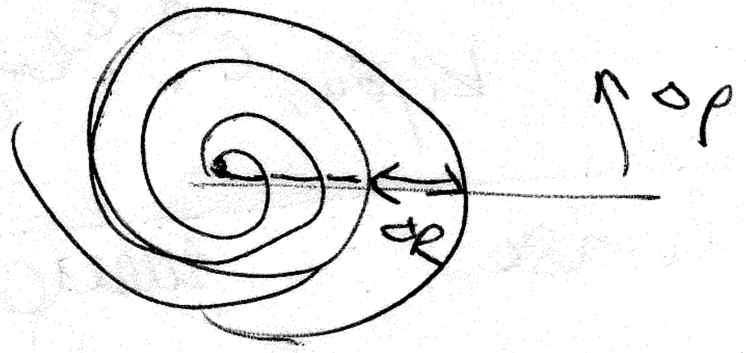
rejd jön (2) és (3).

(Extrapol)

Milton: összefoglalása: (vizsgán nem lesz ez)
↳ csak a lényege

Spináltruktúra: részecskehullám — mert ha egyáltmozgó csillagok lennének, rotációs görbe → nagyon felcsavarodnának. De csak $i=10°-30°$ -os „inclination angle"-t látunk.

Mikor indított a korong egy perturbációra?
Közegből valamor indított, itt maradhat meg a pert.
Javulit: Saturnus gyűrűi → gyűrűben áll össze az anyag → sorid hullámokon - Roche-lebeny vizsgáljuk a gal-t:



Önkonzisztens mo-t keresünk: grav. pot → Laplace-Poisson egyenletből → ϕ újra. Korrigáljuk mo-a → hogy morog, visza kell adnia azt a sűr. elo-t, amit az előző kaptunk vele. Ez 2 egyenlet, 2 ismeretlen:

$\phi \leftrightarrow \Sigma$.

$\phi = \phi_0 + \phi_1$
↙ ↘
állapot perturbáció
nem csak a $z=0$ síkban van!

$\Sigma = \Sigma_0 + \Sigma_1$
↳ $\rho = \Sigma \cdot \delta z$

⌣: approximáció, ezzel oldjuk meg.

$\Sigma_a = A(R_0,t)\, e^{imL}\, e^{iA(R_0,t)}$

m: multiplicitás, hány hullámhosszon megfelel ugyanaz a fázis

$e^{if(R_0,t)}$ .. megmutatja, h. hullámfelület hogyan változik. f tartalmazza, h. milyen alakú a logaritmikus spirál.

$$\phi_a = \frac{2\pi G \xi_a}{|k|} e^{if(R_0,t)} - \frac{2\pi G}{|k|} H(R,t) e^{imv} e^{if(R,t)}$$

k: radiális hullámszám, $k(R,t) = \frac{\partial f(R,t)}{\partial R}$

$H(R,t)$: a kontrast

$$\nabla^2 \phi_a = 4\pi G \xi_a \delta(z)$$

$$\phi_a = -\frac{2\pi G \xi_a}{|k|} e^{ikx} e^{-i\omega t} e^{-|kz|}$$

a hullám alakja

Kijön, h. ilyen alakú.

Ui. rés: morgolódó felület feltárása: mozgásegy.

z függés: nem fgl vele, mert anyag csak $z=0$-ban van.

$$\frac{\partial v_R}{\partial t} + v_R \frac{\partial v_R}{\partial R} + \frac{v_\varphi}{R} \frac{\partial v_R}{\partial \varphi} - \frac{v_\varphi^2}{R} = -\frac{\partial \phi}{\partial R} - \frac{1}{\xi' R} \frac{\partial p}{\partial R}$$

ξ'!

ed:

Navier-Stokes Boltzmann-egyenlet

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + v_R \frac{\partial v_\varphi}{\partial R} + \frac{v_\varphi}{R} \frac{\partial v_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{v_\varphi v_R}{R} = -\frac{1}{R} \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} - \frac{1}{\xi' R} \frac{\partial p}{\partial \varphi}$$

Korong: folyó, gáz + kicsit R

$p = K \xi'^{\gamma}$ határfelt.: $v_s^2 = \frac{\partial p}{\partial \xi'} = \gamma K \xi'^{\gamma-1}$

hangsebesség

Ha nem lenne nyomás: $\frac{\partial h_0}{\partial R} \sim$ elő $\sim v^2$ körpályán

v^2 mellett?
↳ 220 $\frac{km}{s}$ rot. görbe

$\frac{\partial h_0}{\partial R} \sim v_s$

v_s^2 mellett? Ez ottani sűr-en és nyomáson

$v_s \approx 10 \frac{km}{s}$

Mert a gáznak is $\approx 10 \frac{km}{s}$ a részecskéinek sebessége. (?)

Ezért: $\phi_0 \gg h_0 \Rightarrow h_0 \approx 0$ elhanyagolható!

$$\sqrt{R \frac{\partial \phi_0}{\partial R}} = v_{\varphi 0} = R \cdot \Omega(R)$$

↓

szögsebessége

$\frac{\partial u_R}{\partial t}$

II.: $v_{\rho 0} = \text{konst.}$ Nem ad infót.

I.: $(R, 1)$ $\boxed{\frac{\partial v_R}{\partial t} + \Omega \frac{\partial v_R}{\partial \varphi} - 2\Omega v_{\varphi 1} = -\frac{\partial}{\partial R}(\phi_1 + h_1)}$ ment: *

$(\cancel{R}, 1)$

$v_R = v_{R1}$ def. nevünk, mert $v_{R0} = 0$

$v_\varphi = v_{\varphi 0} + v_{\varphi 1}$

$h = h_0 + h_1$

$\phi = \phi_0 + \phi_1$

* [illegible]

$$\frac{\partial (v_{\varphi 0} + v_{\varphi 1})}{\partial t} + v_{R1} \frac{\partial (v_{\varphi 0} + v_{\varphi 1})}{\partial R} + \frac{(v_{\varphi 0} + v_{\varphi 1})}{R} \frac{\partial (v_{R0} + v_{R1})}{\partial \varphi} -$$

$$- \frac{(v_{\varphi 0} + v_\varphi)^2}{R} = \dots$$

Entalpia: $h = \int_0^p \frac{1}{\rho} dp = \frac{\gamma}{\gamma-1} K \rho^{\gamma-1}$

$$-\frac{\partial \phi}{\partial R} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial R} = -\frac{\partial \phi}{\partial R} - \gamma K \rho^{\gamma-2}\frac{\partial \rho}{\partial R} = \frac{-\partial}{\partial R}(\phi + h)$$

Mert:

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial \rho} \ldots \quad ? \quad \text{letörölve} \ldots :($$

$$\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{\gamma}{\gamma-1} K \rho^{\gamma-1}\right) = \frac{\gamma}{\gamma-1} K \rho^{\gamma-2}(\gamma-1)\frac{\partial \rho}{\partial R}$$

(Ha a egyenlet nem homogénre el.)

v_{R1} : a sűr. hullám miatt ráadódott perturbáció

$v_R = v_{R0} + v_{R1}$

$v_\ell = v_{\ell 0} + v_{\ell 1}$

Külön-külön fújva a magas. egyenletet a két homogénre: szabad.

Ha a rot. görbe konstans: $v_{R0} = 0$

Hs: $\frac{\partial \phi_0}{\partial \ell} = \frac{\partial p_0}{\partial \ell} = 0$ egyelőre nem vizsgálom

Mozg. egy (Euler-egy):

$$(I_R)^0_1 \quad \frac{\partial v_R}{\partial t} + v_R\frac{\partial v_R}{\partial R} + \frac{v_\ell}{R}\frac{\partial v_\ell}{\partial \ell} - \frac{v_\ell^2}{R} = -\frac{\partial}{\partial R}(\phi + h)$$

$$(II_\ell)^0_1 \quad \frac{\partial v_\ell}{\partial t} + v_R\frac{\partial v_\ell}{\partial R} + \frac{v_\ell}{R}\frac{\partial v_\ell}{\partial \ell} + \frac{v_\ell v_R}{R} = \underbrace{-\frac{1}{R}\frac{\partial \phi}{\partial \ell}}_{-\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial \ell}(\phi+h)} - \frac{1}{\rho R}\frac{\partial p}{\partial \ell}$$

$$I: (R,0) \quad -\frac{v_{\ell 0}^2}{R} = -\frac{\partial}{\partial R}(\phi_0 + h_0) \quad (R)$$

$\hookrightarrow \frac{\partial h_0}{\partial R} \sim v_S$

$$\frac{\partial v_{R1}}{\partial t} + \quad + v_{R1}\frac{\partial v_{R1}}{\partial R} + \underbrace{\frac{v_{\phi 0}}{R}\frac{\partial v_{R1}}{\partial \phi}} + \frac{v_{\phi 1}}{R}\frac{\partial v_{R1}}{\partial \phi} -$$

$$- \cancel{\frac{v_{\phi 0}^2}{R}} + \frac{2 v_{\phi 0} v_{\phi 1}}{R} - \frac{v_{\phi}^2}{R} = -\frac{\partial}{\partial R}(\Phi_1 + h_1)$$

$$\frac{\partial v_R}{\partial t} + \varkappa \frac{\partial v_R}{\partial \phi} - 2\Omega v_{\phi 1} = -\frac{\partial}{\partial R}(\Phi_1 + h_1)$$

A másodrendű tagokat elhagyjuk.

Ill. a ϕ-s egyenlete is:

$$\boxed{\frac{\partial v_{\phi 1}}{\partial t} + \left[\frac{\partial (\Omega R)}{\partial R} + \varkappa\right] v_{R1} + \Omega \frac{\partial v_{\phi 1}}{\partial \phi} = -\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial \phi}(\Phi_1 + h_1)}$$

Tett: epiciklus approximáció miatt körmozgás → a deriváltja ill. akkora, mint önmaga

Oort - Lindblad:

$$B(R) = -\frac{1}{2}\left[\frac{\partial v_\phi}{\partial R} + \frac{v_\phi}{R}\right) = \frac{-1}{2}\Omega(R)$$

↓ galaxisra ez 0 → R

$-4BR = \varkappa^2$ epiciklus frekvencia

(nem a gáz ill. egyenletéből lett kapva)

Et numerikusan oldható meg, fel fogjuk írni a mot.

Most főleg a mop. egyenletet, és 0-s 1-es komponensekből tudjuk. A többi felesleges egyenlet a tut. (ez eggyel kisebb, mint 0.)

Vizsgára: vetet tételek, az utolsó 2 nem kell.

Extragal

Ch.26.

Felírtuk a mozgásegyenleteket. 0: átlag, 1: hullám perturbációja

$$\frac{\partial v_{R1}}{\partial t} + \Omega \frac{\partial v_{R1}}{\partial \varphi} - 2\Omega v_{\varphi 1} = -\frac{\partial}{\partial R}(\Phi_1 + h_1)$$

$$\frac{\partial v_{\varphi 1}}{\partial t} + \underbrace{\left[\frac{\partial(\Omega R)}{\partial R} + \Omega\right]}_{\downarrow} v_{R1} + \Omega \frac{\partial v_{\varphi 1}}{\partial \varphi} = -\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial \varphi}(\Phi_1 + h_1)$$

$$B(R) = -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_\varphi}{\partial R} + \frac{v_\varphi}{R}\right) = -\frac{1}{2}\Omega \rightarrow \text{galaxisonal}$$

$$-2B v_{R1}$$

$$\frac{v_{\varphi 0}^2}{R} = \frac{\partial}{\partial R}(\Phi_0 + h_0)$$

volt 2 ördöd erelődt: Körelelés volt is, approximator...

Két egyenlet, önkonzistens mo-át keressük: Laplace-Poisson-egy. ↓ mozgásegy.

amiben pkuciált seletettük, a kijövő sűr-elo. visszadja a pkuciált.

A sűr-elo és a pot. matematikai alakja csak egy z-ben különbözött: a pot. kell.

Följebb a valószínűségeket:

Φ_1, ρ_1, h_1, v_{R1}, $v_{\varphi 1}$:

ρ_1: sűr. elo.

$$v_{R1} = \underbrace{Re}_{\text{valós rész}}\left[v_{Ra}(R)\, e^{\overbrace{im\varphi}^{\text{nappu felsorait}}}\, e^{-i\omega t} \right]$$

hullám formája

v_{Ra}: approximator: ez az eredmény

Kijön az eredmény:

$$v_{Ra} = -\frac{i}{\Delta}\left[(m\Omega - \omega)\frac{\partial}{\partial R}(\Phi_a + h_a) + \frac{2m\Omega}{R}(\Phi_a + h_a)\right]$$

$$v_{Ra} = \frac{1}{\Delta}\left[-2B\frac{\partial}{\partial R}(\phi_a + h_a) + \frac{(m\Omega - \omega)}{R}(\phi_a + h_a)\right]$$

$\Delta = \kappa^2 - (m\Omega - \omega)^2$

↳ csak ekkor lehet 0-t csinálni.

$\Omega(R), \kappa(R) \Rightarrow \Delta(R)$

Ha $\Delta = 0 \rightarrow v_{Ra}, v_{Ra}$ divergál, nincs mo.

Mikor $\Delta = 0$? Ha $\kappa = \pm(m\Omega - \omega) = \pm(m\Omega - m\Omega_p) =$

$= \pm m(\Omega - \Omega_p)$

Error nincs epicikluskor (ezen elmélet nem ismer).

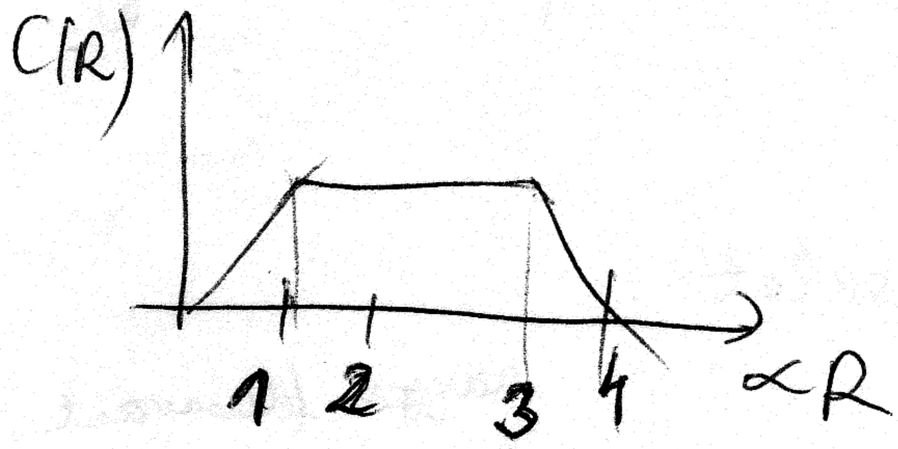
$$\Omega(R) = \pm \frac{\kappa(R)}{m} + \Omega_p$$

↓

Nevük: Külső és Belső Lindblad-rezonancia

Megfigyelés: egy bizonyos sugárnál Kívül & Belül mindkét spirálkar.

Emiatt van:



De: a mozgásegyenlet egyedül nem elég! Kell a kontinuitási egyenlet is, azt is ki kell elégíteni: így sincsenek v-ből E-t, h. a kontinuitás megmarad.

Így kapjuk meg a E-t, amivel meg kell egyezni a ϵ-val, amit az elején bekezdtünk.

κ: epicikluskörfrekvencia:

$\kappa = \sqrt{2}\,\Omega$

galaxisunk

ω: a "pattern" sebessége

h. a spirálkar milyen sebességgel mozog.

$\Rightarrow \omega = m\Omega_p$

↓

mert minden spirálkar csinál kulbúnkeget/körget

(Korotációs rádiusz: ahol a csillag épp a pattern sebességével halad.)

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial t} + \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(R \xi_0 v_{R1}\right) + \Re \frac{\partial \xi_1}{\partial \varrho} + \frac{\xi_0}{R}\frac{\partial v_{\varrho 1}}{\partial \varrho} = 0$$

Elhanyagoltuk a magasabbrendű tagokat.

Essék ξ_1 Richardtb.

Berjuk v_{R1}-et és $v_{\varrho 1}$-et:

(4) $$i(m\Re - \omega)\,\xi'_{1a} + \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\left(R \xi'_{10}\, v_{Ra}\right) + \frac{im\xi'_0}{R} v_{\varrho a} = 0$$

(1) $v_{Ra} = \dots$

(2) $v_{\varrho a} =$

(3) $h_a = \dfrac{\vec{v_s}^2\, \xi'_{1a}}{\xi'_{10}}$ $\left(= \gamma K \xi_0^{\gamma-2} \xi'_{1a}\right)$ hangsebesség : *

Kell egy (5) ↓ Laplace-Poisson-egy. az 5 ismeretlenhez: $v_{Ra}, v_{\varrho a}, h_a, \phi_a, \xi_{1a}$

(5) $$\phi_a = -\frac{2\pi G \xi_{1a}}{|\Re|}$$

numerikusan lehet csak precízen megoldani.

* forgó gáz ξ sűrűségét tart. tényező stabilitási kritériumait keressük. Most a gáztényezőra oldjuk meg, majd lehetne külön a sűrűségtényezőra, és összeadni. ~~De a sűrűségek nem is tele, mert~~ ?

hangseb. gá esetén = ξ seb. diszperziós sűrűségek esetén precíz reggdgrendelgg azonosak.

Analitikus v. mo. nincs. (WKB-approximációval lehetne analitikus mo.)

analitikusan:

$$\phi_a(R) = F_1(R)\, e^{i f(R)}$$

$$\xi'_a = F_2(R)\, e^{i f(R)}$$

$$h_a = F_3(R)\, e^{i f(R)}$$

ez még a tavaló lo-nitmizes spiralkart.

Hasonlóak.

$$v_{Ra} = \dots \frac{\partial}{\partial R}(\phi_a + h_a) \dots \dots (\phi_a + h_a) = \frac{(m\Omega - \omega) k (\xi_a + h_a)}{\Delta}$$

↳ a valtozás erős!

Ezzel az elhanyagolással ehet analitikus mo-t sikerlni.

$$v_{\theta a} = -\frac{2B i k (\phi_a + h_a)}{\Delta}$$

④. egyenletben is elhanyagolni a nem dominált tagot: ezért megoldva

$$(m\Omega - \omega)\,\xi'_a + k\xi'_0 v_{Ra} = 0 \Longrightarrow$$

$$\xi'_a \left(1 + \underbrace{\frac{k^2 v_s^2}{\Delta} - \frac{2\pi G \xi'_0(z)}{\Delta}}_{=0} \right) = 0$$

Mechanikában ez: diszperziós reláció (kapcsolat k és ω (Δ) között)

Átrendezve, a táblázatra:

$$(m\Omega - \omega)^2 = \kappa^2 - 2\pi G \xi'_0 |z| + k^2 v_s^2$$

Gáz: van nyomása
Csillag: ütközésmentes

Ennek alapján kell vizsgálni a stabilitási kritériumokat (a gáztalyeknál).
Ez lesz lépkörnek.

Tellelsor: neten.

Diszperziós reláció: $(\omega - \omega)^2 = k^2 - 2\pi G \varepsilon_0 |\varepsilon| + \varepsilon^2 v_s^2$

↑ GÁZRA! ↓ hullámok.

Ha van valós rész: stabil a tályek.
Ha nincs: instabilitás kritikus.
Határeset: $0 = 0$

Def: $Q \equiv \frac{v_s k}{\pi G \varepsilon_0} < 1$ ekkor lokalizált rés. az egyenlet jobb oldalára.

Elvégezte a számolást: Toomre ⇒ „Toomre - Q"
a stabilitás kritikus

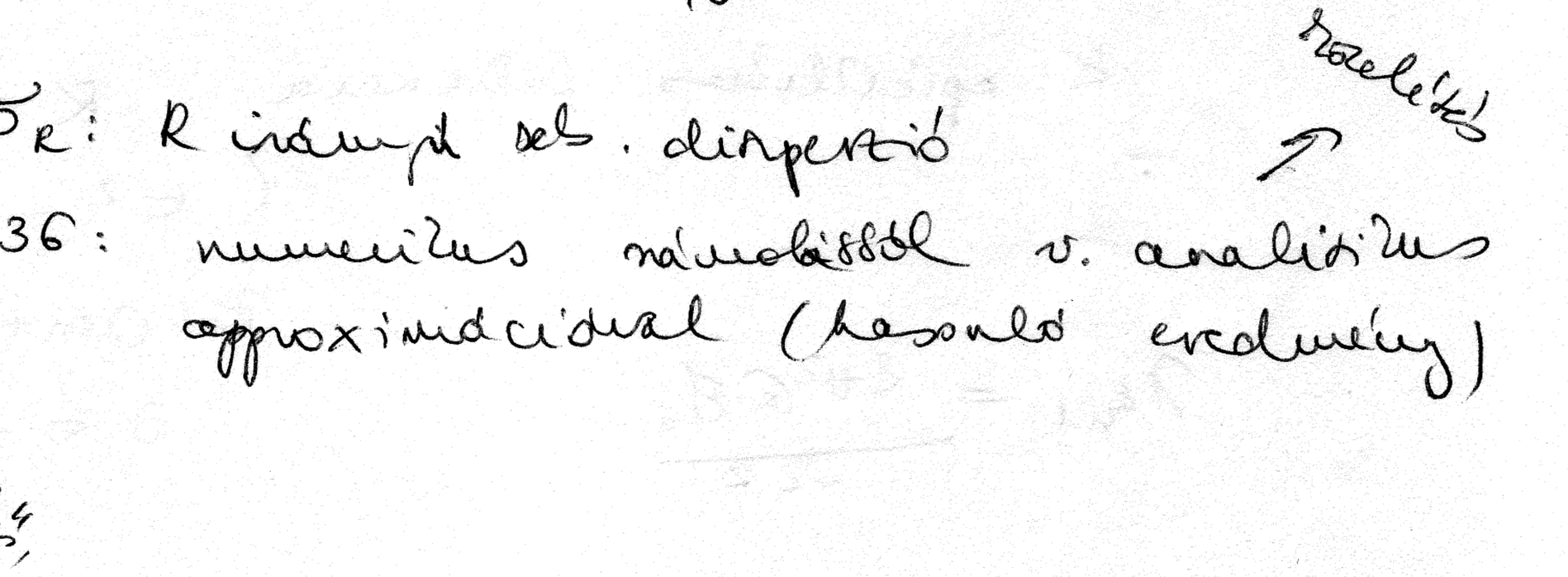
forgó gáz + részecske - korong stabilitásának vizsgálatát. Ez az eddigi számolás a gáz - korongra vonatkozik.

Gyakorlat: $Q \equiv \frac{\sigma_R k}{3{,}36 \cdot G \cdot \varepsilon_0}$

σ_R: R irányú sebességdiszperzió
3,36: numerikus számolással v. analitikus approximációval (hasonló eredmény)

↑ közelítés

≈ 10 km/s nagyságrendű, ebből a v_s is

Stabilitás: 

① : tartomány: k nagy (λ kicsi) $\Rightarrow$ tőle elhanyagolható

a ξ^2-es tag mellett: $\xi^2 v_s^2$

Ez megfelel: a hanghullámok diszperzió relációjának.

② : lehet instabilitás $(\dots v)^2 < 0$ (mivel ω.)

③ : k^2 a dominánus: a fő. k^2-hez tart.

ha $(\;) < 0$: lehet egy perturbáció exponenciálisan, ezért lehet gravitáció.

$\lambda = \frac{2\pi}{|k|}$ hullámhossz

Amikor a gömbre a mi-ét vesi föl: $\lambda = \lambda_{krit}$

$$\lambda_{krit} = \frac{4\pi^2 G \xi_0}{k^2}$$

K: kritikus frekvencia: $K = \sqrt{2}\,\Omega$

$(k^2 = -4B\Omega)$

B: Oort-állandó

$$B = -\frac{1}{2}\left(\frac{v_c}{r} + \frac{\partial v_c}{\partial r}\right)$$

Toomre-Q: $Q(R) = \dfrac{\sqrt{2}\, v_s \Omega}{\pi G \xi_0}$ (k kiszámításával, specifikusan galaktikára, nem általánosan)

itt: $v_s(R)$, $\Omega(R)$, $\xi_0(R)$

R fv-ében lesz stabil és instabil ω. tartománya is legyűrűi vonásnak gravitálnak.

Q enteén a mi gal-sen (a Nap környékén):

$$\xi' = 75 \frac{M_\odot}{pc^2}$$

$$\xi_{70}$$

(kivéve, összeütközésben a csillagpárat, emmyit lökhet)

$$K = 36 \frac{km}{s} \frac{1}{kpc}$$

rend: $200 \frac{km}{s}$ a rot. görbe plafója → Nap scs.-is, & kpc-re van a Ly-tól, ez nagyon Ω-vel.

$$\sigma_R = (30-45) \frac{km}{s}$$

Numerikus számolásokból: 29 konstans kerül a képletbe a π helyére. (a csill. és gáz Q-ját (π és 3,36) összehasonlítva és $\bar{r}/\bar{Q}$-t véve, h. vastag a tárgyak, jön ki)

$$\Rightarrow \quad Q = 1,7 \quad \text{jön ki,} \quad > 1 \Rightarrow \text{stabil.}$$

Feelig várnak, mert az ősrobbanás-galaxis is várnak & kpc-re a Ly-tól ...

$\lambda_{krit} = 10$ kpc. (minimális: ez lehet az első megjelenő hullám)

Ennyien (sőt azért többet) számoltunk: így tűnik, itt az nem lehet...

Ennél kevesebb:

$$\frac{\lambda}{R} \ll 1 \quad \text{itt nem áll fenn.}$$

De a feltétel: $|\lambda \cdot R| \gg 1 \Rightarrow \frac{\lambda}{R} \ll 2\pi$

$\lambda = 10$ kpc, $R = 8$ kpc $\Rightarrow$ teljesül! ☺

Nem vagyunk vagy sajnos ...

$Q = 1,7$ nem olyan nagy ahhoz képest, h. mennyit közelítettünk ... Talán numerikus számolás pontos eredményét kell elfogadni.

Vidner: endchint K-val

Bevezet: $\boxed{v = \frac{\omega}{K}}$

$$v^2 = 1 + \frac{\sigma_R^2}{K^2 \mathcal{R}^2} - \frac{2\pi G \Sigma_0}{K^2 \mathcal{R}}$$

↓

$\mathcal{R}$-vonals: $\mathcal{R} = \frac{1}{|R|}$

$$(\omega \mathcal{R} - \omega)^2 = K^2 - 2\pi G \Sigma_0 |R| + R^2 v_s^2$$

$$v^2 = 1 + \frac{\sigma_R^2}{K^2 \mathcal{R}^2} - \frac{\mathcal{R}_{krit}}{\mathcal{R}}$$

Fontos: $\mathcal{R}_p$ (pattern) : $\mathcal{R}_p = \mathcal{R} - \frac{\omega}{m}$

↓

konstans mozgás-jel rendelkező alakzat mozgása.

R-től függ

$$(\mathcal{R}_p - \mathcal{R}) \frac{m}{K} = v$$

$m = 2$ multiplicitás

Diszkrét: $\mathcal{R} = \frac{1}{\lambda}$ a mo. (terjedő nyír. hullám)

hullámhossz, sal oldalon a frekvenciája.

$(m \mathcal{R}_p)^2 = (m \cdot \mathcal{R} - \omega)^2$ def. mentén. $\Rightarrow \mathcal{R}_p = \mathcal{R} \ominus \frac{\omega}{m}$

itt ez az előjel ⊕ valós

$$\frac{\omega}{K} = p \longrightarrow \mathcal{R} - \mathcal{R}_p = \frac{\omega}{m} = \frac{vK}{2}$$

$$v = \frac{2(\mathcal{R} - \mathcal{R}_p)}{K} = \frac{2}{K}(\mathcal{R} - \mathcal{R}_p)$$

v átrendezése: egyenlő, mint az előző görbe re

$$v = -\frac{2}{K}(\mathcal{R} - \mathcal{R}_p) = \mathcal{R}\left(1 - \frac{\mathcal{R}_p}{\mathcal{R}}\right) =$$

$$= \mathcal{R}\left(1 - \frac{r}{r_{co}}\right) = re \longrightarrow$$

↓

forgatási sugár

Ris tal-olon R nagy

nagy tal-on R kicsi ⇒

van egy olyan R_t ahol port olyan gyorsan a csillag, mint a spirálkar → forgatási sebesség

$\mathcal{R} \sim \frac{1}{R}$

$\mathcal{R}_p$: R-től függ: $\mathcal{R}_p \sim \frac{1}{R_{co}}$

$\omega \doteq \sqrt{2}\left(1 - \frac{R}{R_{c0}}\right)$

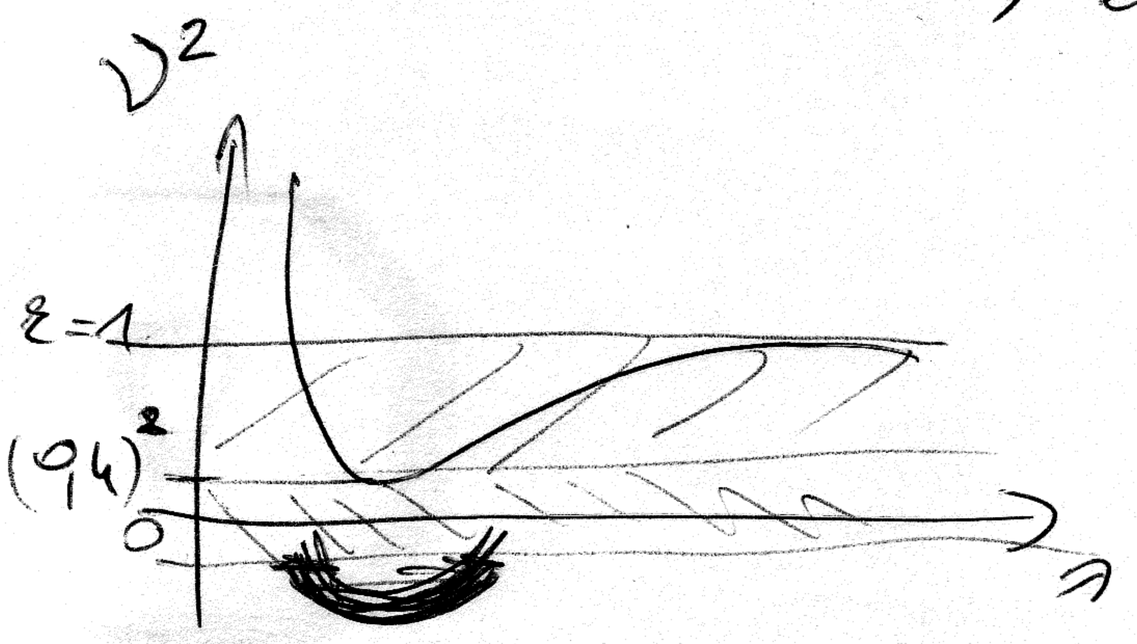
$\Downarrow$

itt az előjel nem. A jó mw.: $\nu = \sqrt{2}\left(\frac{R}{R_0} - 1\right)$

$\lambda_p = \lambda + \frac{w}{m}$: w - vak R - hiperbolák reál ágai, a.
az R R - hiperbolák képzetes ágai, és
λ_p R - ellen lépjen.

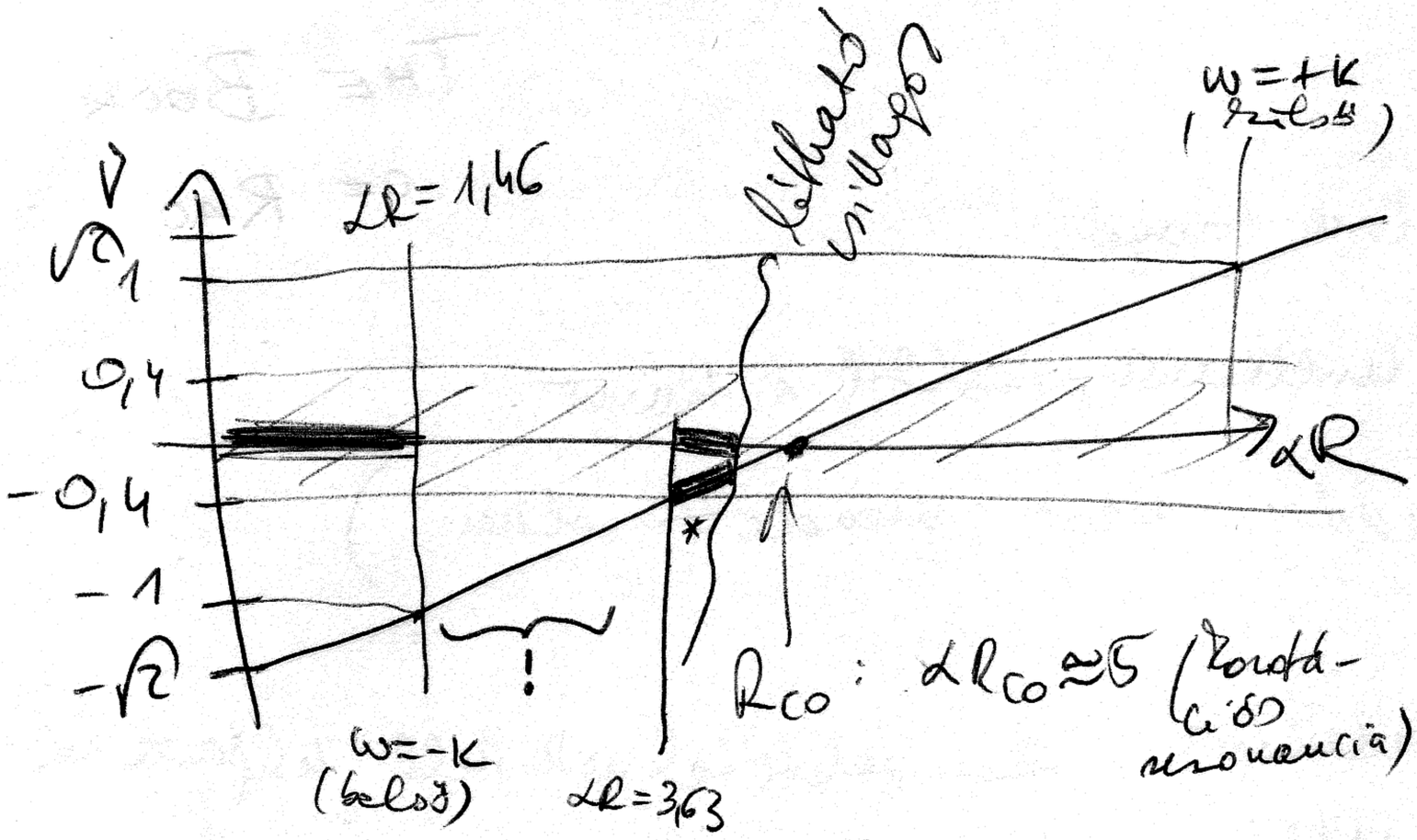
Végső diszkusszió:

Numerikus számolásokból: $Q = 1,1$ elég az instabilitáshoz, error $\nu = 0,4$



$Q = 1,1$

} ha itt lenne ν^2: nem lenne instabil.



$|\nu| = \sqrt{2}\left(\frac{R}{R_{c0}} - 1\right)$

λl-sen A körül van a kavics kéthéjú nélk. (?)

Ha sikerül a $[0,4 - (-0,4)]$ sávba: anyira kell van a O-hoz

$\Rightarrow$ A kavicsos rádiusz körül van a csillapítás! (A kavics kéthéjú nélkül.)

$w = \pm K$: Első és hátsó Lindlad-rezonanciák

Ott keletkezik a rezonálás elvékonyosodása: ezeken kívül vannak erős spirálkarok.

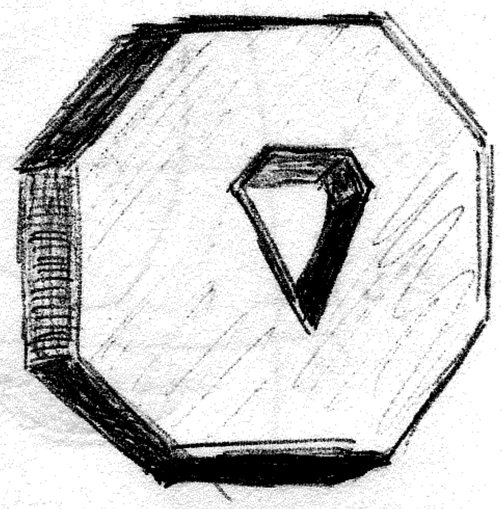
* helyen túl lesz $\dot{V} \hat{=} 0$, ezért vannak spirálkarok A 2Ω/κ tartományon kívül lehet.

Ha $|V| = [0,04]$: κ-ban kijelölöl, h. hol vannak a spirálkarok.

Hogy legyen ro-a az egyenletnek:

$$\left| \frac{\nu_{s2}}{\pi \sigma_0} \right| < 1$$

$$Q < 1$$



THE BOOK OF RAO

Ha van ro-a : stabil a tárgyak.

$Q > 1$ esetén kulcskérdés, instabil a tárgyak.

(Telítődik a jó, ha eddig nőtt maradott volna.)

Akkor, h. lehetnek spirálkarok: 2 feltételnek kell teljesülnie:

$|V|$ legyen kellőképpen negatív.

ν_p κ-ban konstans, rendelkezzen egyértelmű max. kulcsban / alakkal. Ehhez: ω megfelelő legyen.

$\Rightarrow$ e kettőből jön ki, h. a !-os tartományon van spirálkar.

Vizsgán ennyit csak a lényegét kell tudni.