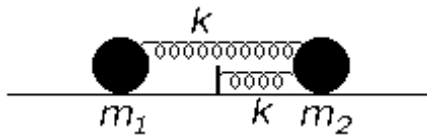


Elméleti mechanika B / Mechanika 2  
Zárthelyi dolgozat, 2. témakör, hétfő  
2015. december 7.

Minden feladatot 0 és 4 pont között értékelek. Az egyes feladatokra adott értéket az ott feltüntetett faktorral szorzom, és az így adódó pontszámok összege adja a ZH összpontszámát. Maximális összpontszám: 20 pont.

1. Az ábrán látható golyós-rugós rendszerben az alsó rugó bal vége egy falhoz van rögzítve. Adjuk meg a rendszer sajátfrekvenciáinak a négyzetösszegét, vagyis az  $\omega_I^2 + \omega_{II}^2$  kifejezés értékét!

(1x-es szorzó)



2. Tekintsük a

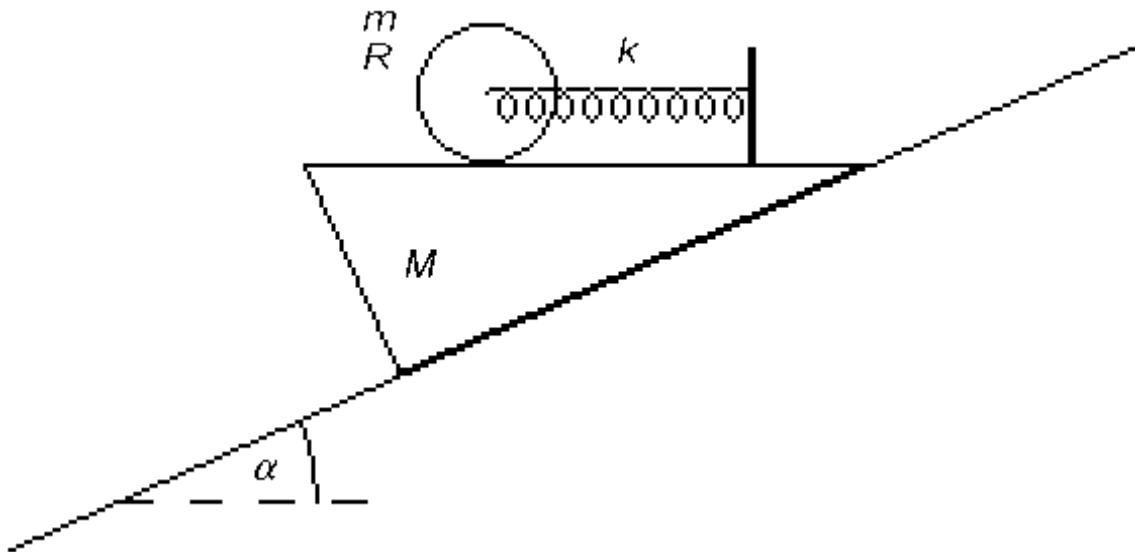
$$V(r) = -\frac{\alpha}{r^4}$$

centrális potenciált, ahol  $\alpha > 0$  egy ismert paraméter. Indítsunk el benne egy  $m$  tömegű tömegpontot az  $x = 0$ ,  $y = a$  helyen,  $v_y = 0$  kezdősebesség-komponenssel. A kezdősebességének a  $v_x$  komponensét jelöljük  $u$ -val. Mekkora a választhatjuk  $u$ -t a feladatban megadott többi paramétertől függően, ha azt szeretnénk, hogy a tömegpont kezdeti helye legyen a tömegpont síkbeli pályájának az origóhoz legközelebb eső pontja? (Válaszoljunk egy egyenlőtlenség formájában. Számos úton eljuthatunk az eredményhez, az egyikben alkalmazhatjuk Viète formuláit a másodfokú egyenlet megoldásaira: ha  $Ax^2 + Bx + C = 0$ , akkor  $x_1 + x_2 = -B/A$  és  $x_1x_2 = C/A$ , ahol  $x_1$  és  $x_2$  a két megoldás.)

(2x-es szorzó)

3. Egy  $M$  tömegű test (egy háromszög alapú hasáb) egy  $\alpha$  hajlásszögű lejtőn súrlódásmentesen csúszhat. A test teteje éppen vízszintes. A test tetejéhez rögzítünk egy (elhanyagolható tömegű) rugót, amelynek a másik végét egy henger szimmetriatengelyéhez kötjük az ábra szerint. (Habár ez csak a három dimenziós térben képzelhető el, a rendszer mozgása síkbelinek tekinthető.) A henger tömege  $m$ , sugara  $R$ , és a tömegközéppontján átmenő, az alkotójával párhuzamos tengelyre vett tehetetlenségi nyomatéka  $mR^2/2$ . A henger a másik test tetején tisztán gördül. Írjuk fel a rendszer Lagrange-függvényét, és származtassuk belőle az Euler-Lagrange-egyenlet(ek)et!

(2x-es szorzó)



Jó munkát!