

Elméleti mechanika B / Mechanika 2
Zárthelyi dolgozat, 1. témakör, *kedd*
2015. október 20.

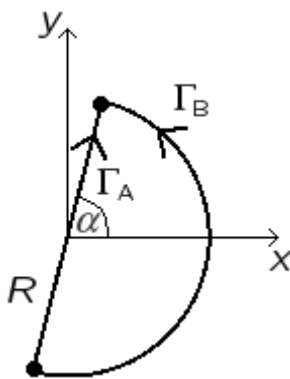
Minden feladatot 0 és 4 pont között értékelek. Az egyes feladatokra adott értéket az ott feltüntetett faktorral szorzom, és az így adódó pontszámok összege adja a ZH összpontszámát. Maximális összpontszám: 20 pont.

1. Tekintsük a következő erőteret:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -k\mathbf{r},$$

ahol $k > 0$ egy konstans paraméter. Számítsuk ki az erő által végzett munkát az ábrán jelölt Γ_A görbe mentén! (A Γ_A görbe mindkét végpontja az origótól R távolságra van.) Röviden indokoljuk, hogy a Γ_B görbe (egy R sugarú körív) mentén végzett munka 0! Lehet-e az eredmények alapján az erőter konzervatív?

(1x-es szorzó)



2. Tekintsük a következő egydimenziós potenciált:

$$V(x) = \begin{cases} -kax & , \text{ ha } x \leq 0, \\ \frac{1}{2}kx^2 & , \text{ ha } x > 0, \end{cases}$$

ahol $k, a > 0$ konstans paraméterek. Mozogjon egy tömegpont ebben a potenciálban úgy, hogy a mozgás fordulópontjai az origótól egyenlő távolságra vannak. A k és az a paraméterrel, továbbá a tömegpont m tömegével kifejezve írjuk fel a vonatkozó fázistérbeli trajektória koordináta-geometriai egyenletét, és nevezzük meg, milyen alakzatról van szó! Ugyanezen három paraméterrel adjuk meg, hogy mekkora sebességgel halad át a tömegpont az $x = 0$ ponton! Rajzoljuk fel ezek alapján a fázistérbeli trajektóriát!

(2x-es szorzó)

3. Az ábrán látható gyűrű alakú medencének a külső sugara $R_2 = R$, a belső sugara $R_1 = R/2$. Ebben a medencében a víz úgy áramlik, hogy a sebességének a radiális és a tangenciális komponense is az origótól mért távolságtól függ:

$$v_{fr} = \frac{u_0}{R}(R - r),$$

$$v_{f\varphi} = \frac{u_0}{R^2}r^2.$$

A $t = 0$ időpillanatban egy szondát indítunk el az $x = R$, $y = 0$ pontból (tömör karika). Tudjuk, hogy az origótól mért távolsága az időnek a következő függvénye:

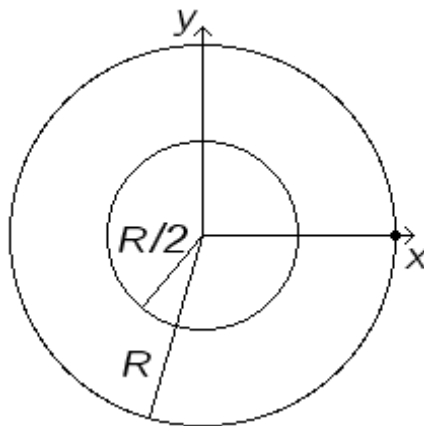
$$r = R - u_0 t.$$

A vízhez viszonyított relatív sebességének a tangenciális és a radiális komponense minden időpillanatban egyenlő:

$$v_{rel\varphi} = v_{relr}.$$

Döntsük el, hogy az origó körül összességében pozitív vagy negatív (tehát az óramutató járásával ellentétes vagy megegyező) irányban sodródik el a szonda az eredeti pozíciójához képest, mire a belső peremhez ér! (Használjuk fel a gondolatmenet legvégén, hogy $\ln \frac{1}{2} \approx -0.693$.)

(2x-es szorzó)



Jó munkát!