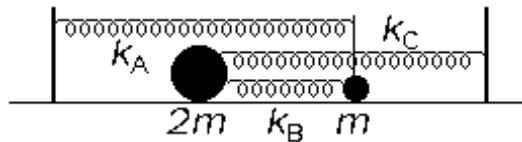


Elméleti mechanika B  
Zárthelyi dolgozat, 2. témakör  
Pótalkalom  
2015. január 5., hétfő

Minden feladatot 0 és 4 pont között értékelek. Az egyes feladatokra adott értéket az ott feltüntetett faktorral szorzom, és az így adódó pontszámok összege adja a ZH összpontszámát. Maximális összpontszám: 20 pont.

1. Az ábrán látható golyós-rugós rendszerben az A jelű rugó *csak* az  $m$  tömegű testhez, a C jelű rugó pedig *csak* a  $2m$  tömegű testhez csatlakozik a megfelelő falon kívül. A rendszer a rugók nyújtatlan állapotában egyensúlyban van. Számítsuk ki rendszer sajátfrekvenciáit! (Elegendő a sajátfrekvenciák négyzetét megadni, és ezeket nem szükséges egyszerű alakra rendezni.)

(1x-es szorzó)



2. Mozogjon egy ismert  $m$  tömegű tömegpont a

$$V(r) = V_0 \sin(kr)$$

potenciálban, ahol  $V_0, k > 0$  ismert paraméterek. Legyen a tömegpont impulzusmomentuma

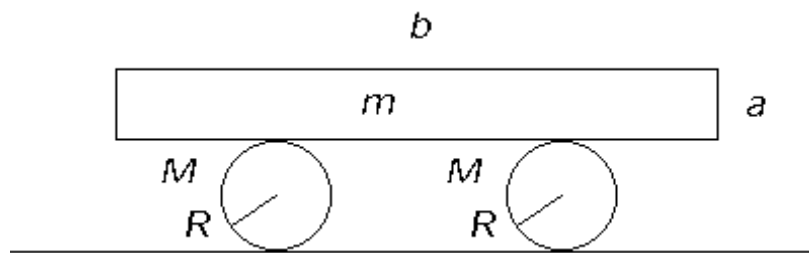
$$N = \sqrt{8\pi^3 \frac{mV_0}{k^2}}.$$

Mekkora a lehetséges legkisebb körpálya sugara, amin a tömegpont mozoghat? Stabil-e ez a körpálya? (A kis rezgések körfrekvenciáját nem szükséges meghatározni.) Mekkora  $E$  mechanikai energiával tud a tömegpont ezen a körpályán haladni? Legyen  $E'$  kétszer ekkora mechanikai energia, azaz  $E' = 2E$ . Ha egy  $m$  tömegű tömegpont energiája  $E'$ , impulzusmomentuma a fent definiált  $N$ , és az origótól mért távolsága megegyezik az imént meghatározott körpálya sugarával, akkor hogyan viszonyul egymáshoz a radiális és a tangenciális sebességkomponensének a nagysága?

(2x-es szorzó)

3. Egy vízszintes felületen két, egyenként  $M$  tömegű és  $R$  sugarú henger tisztán gördül. A hengerekre egy  $m$  tömegű,  $a$  és  $b$  élhosszúságú téglatestet helyezünk (lásd az ábrát). A téglatest és a hengerek érintkezésénél szintén tiszta gördülés lép fel. Írjuk fel a rendszer Lagrange-függvényét, és származtassuk belőle az Euler–Lagrange-egyenlete(ke)t! Keressünk megmaradó fizikai mennyiséget a mechanikai energián kívül! Megegyezik-e ez a mennyiség a testek vízszintes irányú összimpulzusával? (Egy  $m$  tömegű,  $a$  és  $b$  élhosszúságú téglatestnek a tömegközéppontján átmenő, a harmadik élével párhuzamos forgástengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka  $\Theta = m(a^2 + b^2)/12$ . Egy  $M$  tömegű,  $R$  sugarú hengernek a tömegközéppontján átmenő, az alkotójával párhuzamos forgástengelyre vonatkozó tehetetlenségi nyomatéka  $\Theta = MR^2/2$ .)

(2x-es szorzó)



Jó munkát!