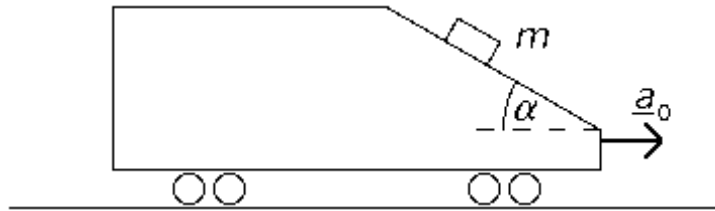


Elméleti mechanika B  
Zárthelyi dolgozat, 1. témakör  
Pótalkalom  
2014. december 23., kedd

Minden feladatot 0 és 4 pont között értékelek. Az egyes feladatokra adott értéket az ott feltüntetett faktorról szorzom, és az így adódó pontszámok összege adja a ZH összpontszámát. Maximális összpontszám: 20 pont.

1. Az ábrán látható kocsi  $\mathbf{a}_0$  gyorsulással kezd jobbra mozogni. A mozgás kezdetekor a rajta lévő,  $m$  tömegű test éppen nyugalomban van. Mekkora legyen a kocsi gyorsulása, hogy a test ne mozduljon el a lejtő mentén?

(1x-es szorzó)



2. Tekintsük a következő egydimenziós potenciált:

$$V(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}\gamma a^2 & , \text{ ha } x < -a \text{ (I. tartomány)}, \\ -\frac{1}{2}\gamma x^2 & , \text{ ha } -a \leq x \leq b \text{ (II. tartomány)}, \\ -\frac{1}{2}\gamma b^2 & , \text{ ha } x > b \text{ (III. tartomány)}, \end{cases}$$

ahol  $\gamma, a, b > 0$  konstans paraméterek, és  $a > b$ . Adjuk meg a potenciál egyensúlyi pontjainak a helyét (de ne foglalkozzunk a tartományokat határoló  $x = -a$  és  $x = b$  pontokkal)! Mekkora  $E$  mechanikai energia mellett lehet a tömegpont az imént meghatározott egyensúlyi pontokban nyugalomban? Tekintsünk egy olyan  $E$  mechanikai energiát, ami ezen energiák közül a legkisebb kettő között van. Ha egy tömegpontnak ekkora az energiája, akkor a szóban forgó egyensúlyi pontok közül melyeken tud áthaladni, és mekkora sebességgel? Vizsgáljuk meg alaposabban is ezt a mozgást. Lesz-e fordulópontja, és ha igen, hol? Rajzoljuk fel a fázistérbeli trajektóriáját!

(2x-es szorzó)

3. Egy  $R$  sugarú, kör alakú szárazulat körül víz áramlik. Az ábrán jelölt koordináta-rendszerben a víz radiális sebességkomponse 0, a víz szögsebessége pedig a helynek a következő függvénye:

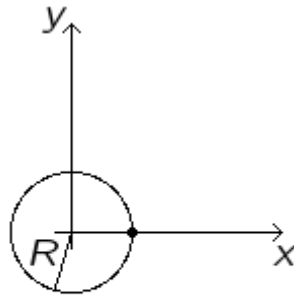
$$\omega_f = \omega_0 \frac{R}{r},$$

ahol  $\omega_0 > 0$  konstans. A  $t = \tau > 0$  időpillanatban egy szondát indítunk el a vízhez viszonyított relatív kezdősebesség nélkül az  $x = R, y = 0$  pontból (tömör karika az ábrán). A vízhez viszonyított relatív sebességének tangenciális komponense nincsen, a radiális komponensének az időderiváltja pedig a következő:

$$\dot{v}_{\text{rel}r} = \tau^2 \frac{v_\varphi}{t^3},$$

ahol  $v_\varphi$  a szonda teljes sebességének a tangenciális komponense az aktuális időpillanatban. Legfeljebb milyen nagy radiális sebességet közelíthet meg tetszőlegesen a szonda? Független-e a szárazulat  $R$  sugarától a szonda pozícióját leíró  $\varphi(t)$  függvény?

(2x-es szorzó)



Jó munkát!