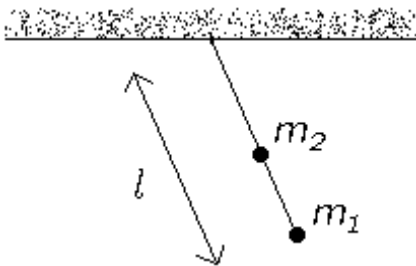


Elméleti mechanika B  
Zárthelyi dolgozat, 2. témakör, pótalkalom  
2013. december 30., hétfő

1. Egy elhanyagolható tömegű,  $l$  hosszúságú rúd végére egy elhanyagolható méretű,  $m_1$  tömegű tömegpontot rögzítünk. A rúd mentén egy elhanyagolható méretű,  $m_2$  tömegű gyöngy tud súrlódásmentesen mozogni. A rúd felső végpontja egy súrlódásmentes csukló segítségével van rögzítve a plafonhoz, így a rúd ezen rögzítési pont körül szabadon lenghet, de az ábra síkját nem hagyhatja el. Írjuk fel a rendszer Lagrange-függvényét, és származtassuk belőle az Euler–Lagrange-egyenlete(ke)t!

(13 pont)



2. Egy  $m_1$  tömegű tömegpont  $r_1^*$  sugarú körpályán mozog a

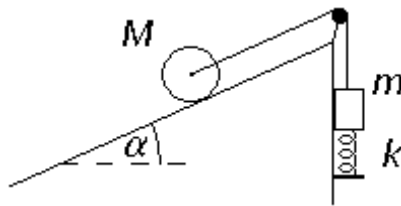
$$V(r) = \alpha\sqrt{r}$$

síkbeli potenciálban, ahol  $\alpha > 0$  konstans paraméter. Egy  $m_2$  tömegű tömegpont ugyanebben a potenciálban  $r_2^* = 4r_1^*$  sugarú körpályán mozog. Az  $m_2$  tömegű tömegpont  $N_2$  impulzusmomentuma az  $m_1$  tömegű tömegpont  $N_1$  impulzusmomentumához a következő módon viszonyul:  $N_2 = \sqrt{32} N_1$ . Milyen viszonyban van az  $m_2$  és az  $m_1$  tömeg? Mi a kapcsolat a két tömegpont szögsebessége között? (A tömegpontok egymással nem hatnak kölcsön.)

(8 pont)

3. Egy  $M$  tömegű,  $R$  sugarú henger egy  $\alpha$  hajlásszögű lejtőn tisztán gördül. A henger tengelyéhez egy kötelet rögzítünk úgy, hogy a kötel nem tekeredik a tengelyre, de súrlódásmentesen csatlakozik ahhoz. A kötelet a lejtővel párhuzamosan egy csigáig vezetjük. A csigán túl a kötel függőlegesen halad, és a végpontja egy  $m$  tömegű test tetejéhez csatlakozik. Az  $m$  tömegű test alja egy  $k$  direkciós állandójú rugóhoz van csatlakoztatva. Az  $m$  tömegű test csak függőleges irányban mozoghat, és eközben mindvégig felfekszik a falra. A kötel, a csiga és a rugó tömege elhanyagolható, a kötel nyújthatatlan és mindvégig feszes, a rendszerben sehol nincs súrlódás. Határozzuk meg a rendszer Lagrange-függvényét, és származtassuk belőle az Euler–Lagrange-egyenlete(ke)t! (Egy  $M$  tömegű,  $R$  sugarú henger tehetetlenségi nyomatéka a tömegközépponton átmenő, az alkotóval párhuzamos tengelyre vonatkozóan  $\theta = \frac{1}{2}MR^2$ .)

(7 pont)



Jó munkát!