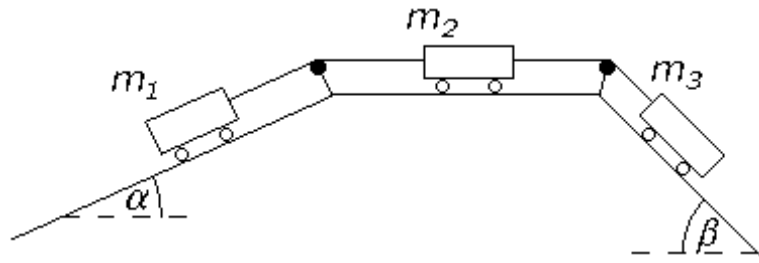


Elméleti mechanika B
Zárthelyi dolgozat, 2. témakör
2013. december 10., kedd

1. Írjuk fel az ábrán látható rendszer Lagrange-függvényét, és származtassuk belőle az Euler-Lagrange-egyenlete(ke)t! (A rendszer súrlódásmentes, a kötelek nyújthatatlanok, a csigák és a kerekek tehetetlenségi nyomatéka elhanyagolható.) Képezzük a p_Σ fizikai mennyiséget úgy, hogy összeadjuk az egyes kiskocsik impulzusainak a nagyságát. Milyen feltétel mellett marad meg p_Σ a kialakuló mozgás során?

(9 pont)



2. Mozogjon egy tömegpont körpályán a

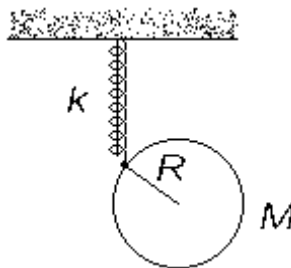
$$V(r) = \gamma \frac{1}{r^2} - \delta \frac{1}{r^4}$$

síkbeli potenciálban, ahol $\gamma > 0$ és $\delta > 0$ ismert paraméterek. A tömegpont m tömege adott. A tömegpont N impulzusmomentumát nem ismerjük, de az E mechanikai energiáját igen. Mekkora a körpálya r^* sugara? Stabil-e ez a körpálya?

(12 pont)

3. Egy kör alaplapú, elhanyagolhatóan lapos hengert (a továbbiakban: korongot) a palástja egy pontjánál fogva egy rugó végpontjához rögzítünk (lásd az ábrát). A rugó direkciós állandója k , a rugó végpontja csak függőleges irányban mozoghat. A korong sugara R , tömege M , továbbá a korong nem léphet ki az ábra síkjából. Írjuk fel a rendszer Lagrange-függvényét! (Egy M tömegű, R sugarú, tetszőleges magasságú henger tehetetlenségi nyomatéka a tömegközépponton átmenő, az alkotóval párhuzamos tengelyre vonatkozóan $\theta = \frac{1}{2}MR^2$.)

(7 pont)



Jó munkát!