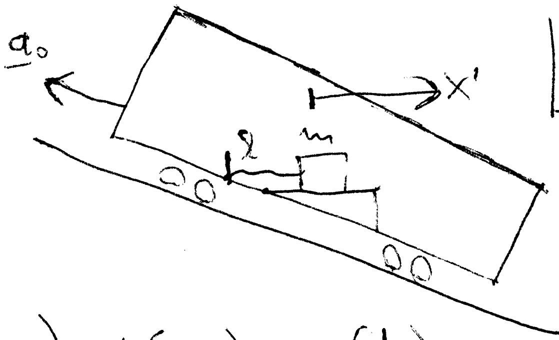
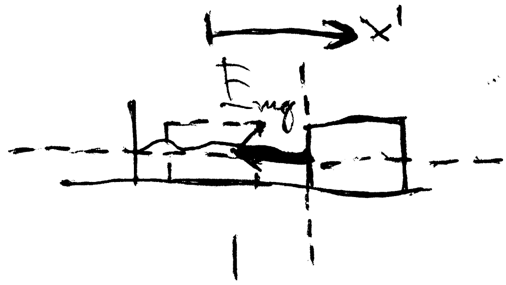
1.



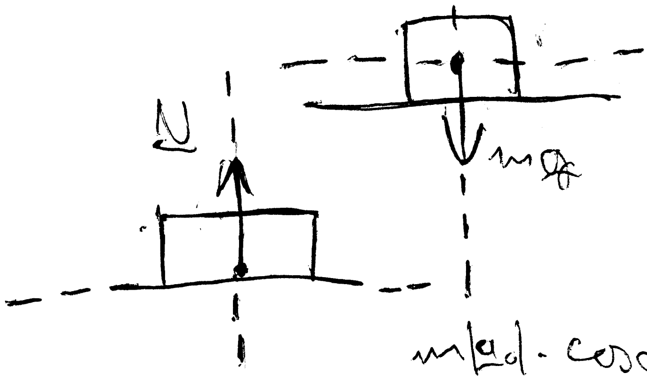
a) $\left(m\ddot{\underline{x}}'\right)_{x'} = \left(\underline{F}_{rug}\right)_{x'} + \left(m\underline{g}\right)_{x'} + \left(\underline{N}\right)_{x'} - \left(m\underline{a}_0\right)_{x'}$

$\left(\underline{F}_{rug}\right)_{x'} = -s x'$



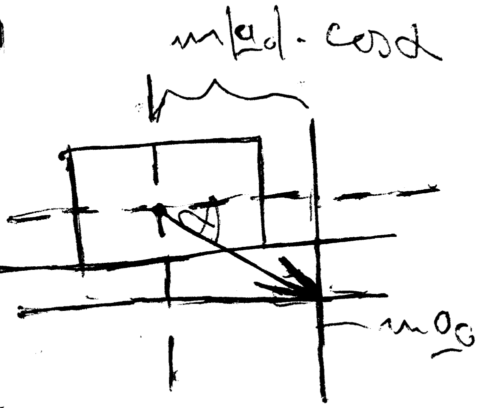
$\left(m\underline{g}\right)_{x'} = 0$

$\left(\underline{N}\right)_{x'} = 0$



$\left(-m\underline{a}_0\right)_{x'} = +m a_0 \cos\alpha$

2p. MIN



$\rightarrow$ $m\ddot{x}' = -s x' + m a_0 \cos\alpha$

2p.

b) $\ddot{x}' \overset{!}{=} 0$

$\rightarrow$ $0 = -s x'^{*} + m a_0 \cos\alpha$

$$x'^{*} = \frac{m a_0 \cos\alpha}{s}$$

1p.

$\boxed{2.}$

$$t=0: \quad r=R_1,\ \varphi=0,\ v_r=0,\ v_\varphi=0$$

$$\Downarrow$$

$$r\dot\varphi=0$$
$$R_1\dot\varphi=0$$
$$\dot\varphi=0$$

$$\dot\varphi(t)=\dot\varphi(t_0)+\int_{t_0}^{t}\ddot\varphi(t')\,dt'=0+\int_0^t\beta_0\,dt'=\beta_0 t$$

$$\varphi(t)=\varphi(t_0)+\int_{t_0}^{t}\dot\varphi(t')\,dt'=0+\int_0^t\beta_0 t'\,dt'=\frac{1}{2}\beta_0 t^2$$

2 p.

$$v_r=v_{fr}+v_{rel\,r}=\frac{1}{2}b_1t^2+u_1\varphi$$

$$r(t)=r(t_0)+\int_{t_0}^{t}v_r(t')\,dt'=R_1+\int_0^t\left(\frac{1}{2}b_1t'^2+u_1\varphi(t')\right)dt'=$$

$$=R_1+\int_0^t\left(\frac{1}{2}b_1t'^2+u_1\cdot\frac{1}{2}\beta_0t'^2\right)dt'=$$

$$=R_1+\frac{1}{2}(b_1+u_1\beta_0)\int_0^t t'^2\,dt'=R_1+\frac{1}{6}(b_1+u_1\beta_0)t^3$$

$\circledast$

4 p.
MIN

$$v_\varphi(t)=r(t)\cdot\dot\varphi(t)$$

$$v_\varphi(r)\equiv v_\varphi(t(r))=r\cdot\dot\varphi(t(r))=r\cdot\beta_0\,t(r)$$

EMB/2H1/3

4

$$\frac{1}{6}(b_1+u_1\beta_0)t^3 = r - R_1$$

$$t(r) = \sqrt[3]{6\,\frac{r-R_1}{b_1+u_1\beta_0}}$$

$$v_\varphi(r) = r\cdot\beta_0\cdot\sqrt[3]{6\,\frac{r-R_1}{b_1+u_1\beta_0}}$$

$$v_\varphi(r=R_2) = R_2\cdot\beta_0\sqrt[3]{6\,\frac{R_2-R_1}{b_1+u_1\beta_0}}$$

5p.

3.

Pontosan 2 fordulópont akkor van, ha az E szint 2 helyen metszi a $V(x)$ függvényt. Ez az alábbi feltétel mellett teljesül:

$$-\frac{1}{2}k a^2 < E < -\frac{1}{2}D a^2 \quad 2p.$$

Ebben az esetben $E<V(x)$ a teljes I. és III. tartományon, ezekben nem valósul meg mozgás. Számunkra csak a II. tartomány releváns. 2p.

A II. tartományban:

- fp.: $E = V(x_{fp})$

$$E = \frac{1}{2}k(x_{fp}+a)^2 - \frac{1}{2}k a^2$$

$$(x_{fp}+a)^2 = \frac{E+\frac{1}{2}k a^2}{\frac{1}{2}k}$$

$$x_{fp1,2} = -a \mp \sqrt{\frac{2E}{k}+a^2} \quad 1p.$$

Mivel $E<0$, és $E > -\frac{1}{2}k a^2$:

$x_{fp1,2} \in$ II., $x_{fp1,2}$ mv. 0.5p.

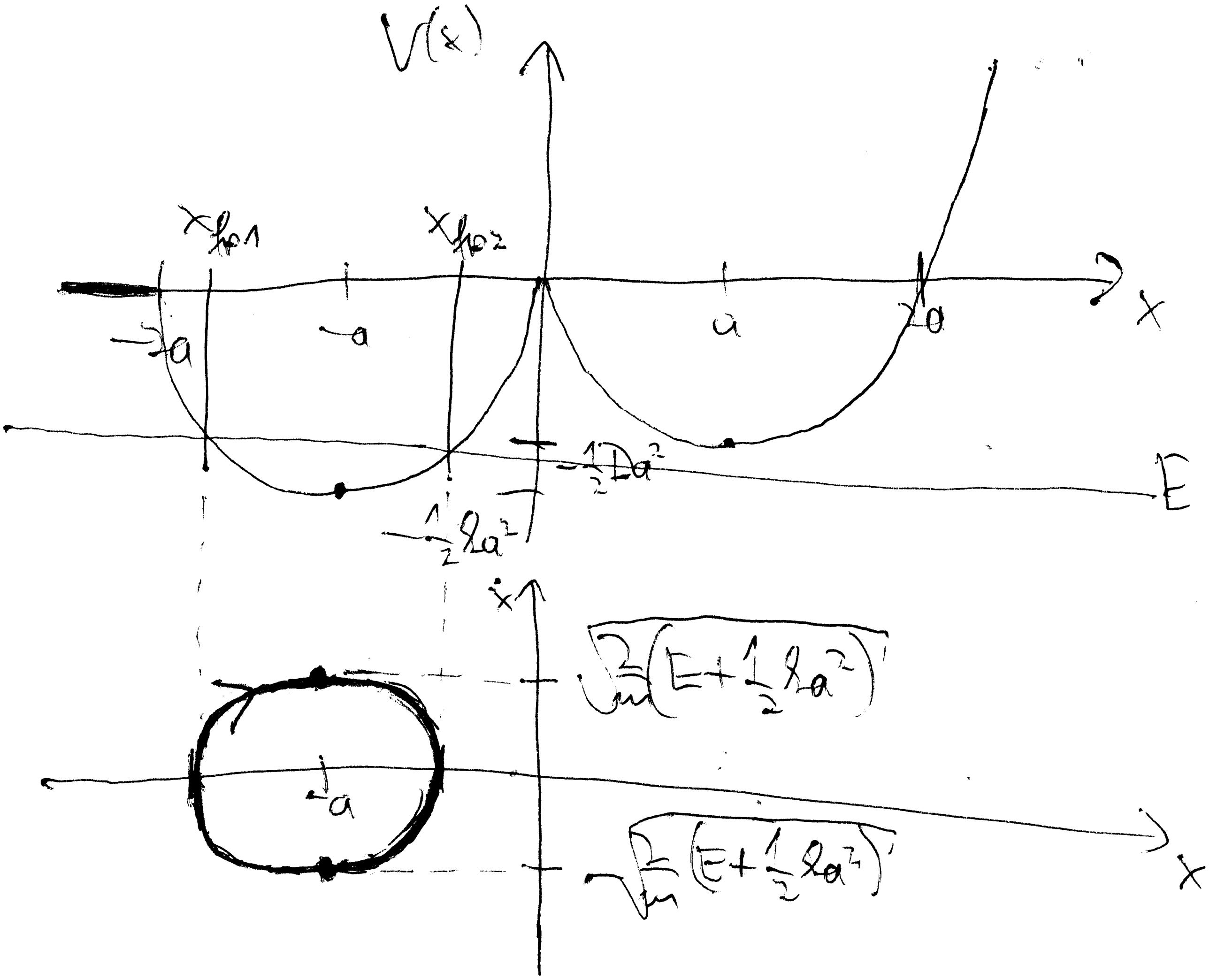
- $\dot{x}(x=-a) = \pm\sqrt{\frac{2}{m}\left(E-V(x=-a)\right)} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}\left(E-\left(0-\frac{1}{2}k a^2\right)\right)} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}\underbrace{\left(E+\frac{1}{2}k a^2\right)}_{>0}}$ 1p.

  $\dot{x}(x=-a)$ létezik, mv. 0.5p.

- egyenlete: $E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(x+a)^2 - \frac{1}{2}k a^2$

$$\underbrace{E+\frac{1}{2}k a^2}_{>0} = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(x+a)^2$$

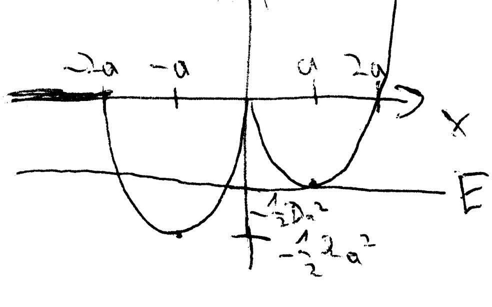
Ez ellipszis egyenlete. 1p.



3 p. MIN
(GYENGÍTETT)

Pluszpontért:

Pontosan 3 fordulóponthoz az E energiaszintnek pontosan 3 helyen kell metszenie a V(x) függvényt. Ez a következő esetben valósul meg:



Vagyis az energiaszint érinti a III. tartomány parabolóját. Képlettel:

$$E = -\frac{1}{2}Da^2$$

+2 p.