Elméleti mechanika B

Zárthelyi dolgozat, 1. témakör

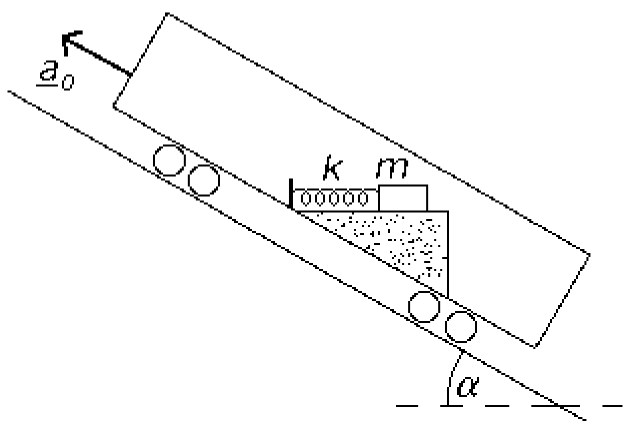
2013. október 22., kedd

1. Egy kocsi konstans $\mathbf{a}_0$ gyorsulással mozog felfelé egy α hajlásszögű lejtő mentén. A vízszintes padlószakaszán elhelyezkedõ (lásd az ábrát), k direkciós erejű rugóhoz egy m tömegű testet rögzítünk, amely súrlódásmentesen mozoghat a padlón.

   a) Írjuk föl a test mozgásegyenletének a vízszintes komponensét a kocsihoz rögzített vonatkoztatási rendszerben! Mérjük a test pozícióját a rugó nyújtatlan helyzetétől.

   b) Mekkora lesz a rugó egyensúlyi megnyúlása?

(5 pont)



2. Az ábrán látható gyűrű alakú medencében a víz a belső peremtől a külső felé áramlik. A víz sebességének tangenciális komponense nincs, radiális komponense (egy szivattyúrendszernek köszönhetően) közvetlenül az idő függvénye:

$$v_{\mathrm{f}\,r}(t) = \frac{1}{2}b_1 t^2\,,$$
$$v_{\mathrm{f}\,\varphi} = 0\,.$$

A $t = 0$ időpillanatban egy szondát indítunk el az $x = R_1$, $y = 0$ pontból úgy, hogy nincsen a vízhez viszonyítva relatív kezdősebessége. A vízhez viszonyított relatív sebességének a radiális komponense a szonda pozíciójától függ:

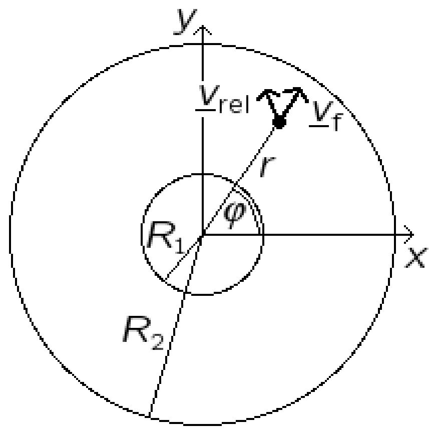
$$v_{\mathrm{rel}\,r}(\varphi) = u_1\varphi\,.$$

(φ-t ebben az esetben forgásszögnek tekintjük.) A szonda teljes β szöggyorsulása időben állandó, és nem függ semmilyen módon a szonda pozíciójától sem:

$$\beta(t) = \beta_0 = \text{állandó}\,.$$

(A szöggyorsulás definíció szerint a szögsebesség idő szerinti deriváltja, $\beta(t) \equiv \dot{\omega}(t) \equiv \ddot{\varphi}(t)$.) Mekkora lesz a szonda tangenciális sebessége, amikor megérkezik a külső peremhez?

(11 pont)



3. Tekintsük a következő egydimenziós potenciált:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ha}\, x < -2a\,, \\ \frac{1}{2}k(x+a)^2 - \frac{1}{2}ka^2 & , \text{ha}\, -2a \leq x < 0\,, \\ \frac{1}{2}D(x-a)^2 - \frac{1}{2}Da^2 & , \text{ha}\, x \geq 0\,, \end{cases}$$

ahol $k, D, a > 0$ és $D < k$. Mekkora E mechanikai energia mellett találunk pontosan 2 fordulópontot? A potenciál definíciójában szereplő 3 tartomány közül melyikben/melyekben valósulhat meg ilyenkor mozás? A továbbiakban tekintsünk egy ilyen E energiát, és vizsgáljuk kizárólag a számunkra releváns tartományt/tartományokat. Hol vannak a mozgás fordulópontjai? Írjuk fel a fázistérbeli trajektória koordináta-geometriai egyenletét, és nevezzük meg, milyen alakzatról van szó! Adjuk meg az $\dot{x}(x = -a)$ sebességet! Ezek alapján rajzoljuk fel a fázistérbeli trajektóriát!

(11 pont)

Pluszpontért: Milyen E energia mellett találunk pontosan 3 fordulópontot a képletünk szerint?

(+2 pont)

Jó munkát!