16.10 Variációs elv kanonikus változókkal

$$S = \int_{t_0}^{t_1} L\, dt = \int_{t_0}^{t_1} \left(\sum_i p_i \dot{q}_i - \mathcal{H}(q, p, t) \right) dt$$

variálunk $\delta q_i(t)$ és $\delta p_i(t)$ szerint függetlenül míg a határokon

$$\delta q_i(t_0) = \delta q_i(t_1) = 0$$

$$\delta S = \int_{t_0}^{t_1} \sum_i \left\{ p_i \delta \dot{q}_i + \dot{q}_i \delta p_i - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} \delta q_i - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} \delta p_i \right\} dt = 0$$

$$\boxed{\int p_i \delta \dot{q}_i\, dt} = p_i \delta q_i \Big|_{t_0}^{t_1} - \int \dot{p}_i \delta q_i\, dt$$

innen

$$\delta S = \int_{t_0}^{t_1} \sum_i \left\{ -\dot{p}_i \delta q_i - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} \delta q_i + \dot{q}_i \delta p_i - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} \delta p_i \right\} dt = 0$$

$$\Longrightarrow \quad \dot{p}_i = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i}, \qquad \dot{q}_i = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i}$$

16.11 Liouville tétele

Legyen $\underline{X} = \begin{pmatrix} \underline{q} \\ \underline{p} \end{pmatrix}$, ekkor a sebességtér

$$\dot{\underline{X}} = \underline{V}(\underline{X}) = \begin{pmatrix} \dot{\underline{q}} \\ \dot{\underline{p}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{\nabla}_p \mathcal{H} \\ -\underline{\nabla}_q \mathcal{H} \end{pmatrix}$$

$$\operatorname{div} \underline{V} = \underline{\nabla}_q \cdot \underline{\nabla}_p \mathcal{H} - \underline{\nabla}_p \cdot \underline{\nabla}_q \mathcal{H} = 0$$

$\sim$ összenyomhatatlan "áramlás" a fázistérben.

$\Rightarrow$ A fázistérfogat megmarad.

16.12 Poisson-zárójel

Valamely $A(q,p,t)$ megváltozása

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial t} + \sum_i \left(\frac{\partial A}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial A}{\partial p_i} \dot{p}_i \right)$$

$$= \frac{\partial A}{\partial t} + \sum_i \left(\frac{\partial A}{\partial q_i} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_i} - \frac{\partial A}{\partial p_i} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial q_i} \right) \equiv \frac{\partial A}{\partial t} + \{A, \mathcal{H}\}$$

Definíció:

$$\{A,B\} = \sum_i \left(\frac{\partial A}{\partial q_i} \frac{\partial B}{\partial p_i} - \frac{\partial A}{\partial p_i} \frac{\partial B}{\partial q_i} \right) = \underline{\nabla}_q A \cdot \underline{\nabla}_p B - \underline{\nabla}_p A \cdot \underline{\nabla}_q B$$

Tulajdonságok:

$$\{A,B\} = -\{B,A\}, \quad \{A,A\} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d\mathcal{H}}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t}$$

$$\{A,(B+C)\} = \{A,B\} + \{A,C\}$$

$$\{A,BC\} = \{A,B\}C + B\{A,C\} \quad \sim \quad \text{GyF}$$

$$\{q_i,q_j\} = 0, \quad \{p_i,p_j\} = 0, \quad \{q_i,p_j\} = \delta_{ij}$$

Kanonikus egyenletek: $\dot{q}_i = \{q_i, \mathcal{H}\}$, $\dot{p}_i = \{p_i, \mathcal{H}\}$

Mozgásállandó $A(q,p)$, ha

$$\frac{d}{dt}A = \{A, \mathcal{H}\} = 0 .$$

A $\mathcal{H}(q,p) = E$ mindig mozgásállandó.

→ Pl. 1. $\underline{N} = \underline{r} \times \underline{p}$, $N_1 = r_2 p_3 - r_3 p_2$, $N_2 = r_3 p_1 - r_1 p_3$

$$\{N_1, N_2\} = \frac{\partial N_1}{\partial r_3}\frac{\partial N_2}{\partial p_3} - \frac{\partial N_1}{\partial p_3}\frac{\partial N_2}{\partial r_3} = +p_2 r_1 - r_2 p_1 = N_3$$

$$\Rightarrow \{N_i, N_j\} = \sum_k \varepsilon_{ijk} N_k$$

→ Gyf. 1. $\{N_i, N^2\} = ?$ [2]

→ Pl. 2. $\{N_i, f(p)\} = \sum_j \frac{\partial N_i}{\partial r_j} \cdot f'(p) \cdot \frac{p_j}{p} = \sum_j \varepsilon_{ijk} p_k p_j \frac{f'}{p} = 0$

hasonlóan $\{N_i, \tilde{f}(r)\} = 0$

$\Rightarrow$ Ha $\mathcal{H} = \mathcal{H}(\underline{p}, \underline{r}) = \mathcal{H}(p, r)$ $\Rightarrow$ $\{\underline{N}, \mathcal{H}\} = 0$

$\Rightarrow$ $\underline{N}$ mozgásállandó

→ GyF. 2. Runge – Lenz – vektor $\underline{L}$

$$m\underline{L} = \underline{p} \times \underline{N} - \alpha m^2 \underline{e}_r \quad , \quad \text{ha} \quad V(r) = -\frac{\alpha m}{r} .$$

Mutassuk meg, hogy $\{\mathcal{H}, \underline{L}\} = \underline{0}$. [3]

→ GyF. 3.

$$\{L_i, L_j\} = ? \quad , \quad \{L_i, N_j\} = ? \qquad [3]$$

<u>Tömör jelölés</u>

Szimplektikus mátrix $\underline{\underline{S}} = \begin{pmatrix} \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{E}} \\ -\underline{\underline{E}} & \underline{\underline{0}} \end{pmatrix}$, $\underline{\underline{E}} = \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & 1 \ddots & \\ 0 & & 1 \end{pmatrix}$ $f \times f$ egység

$$\underline{\underline{S}}^T = \underline{\underline{S}}^{-1} = -\underline{\underline{S}} .$$

$$\underline{X} = \begin{pmatrix} \underline{q} \\ \underline{p} \end{pmatrix} , \quad \dot{\underline{X}} = \underline{V}(\underline{X}) = \begin{pmatrix} \underline{\nabla}_p \mathcal{H} \\ -\underline{\nabla}_q \mathcal{H} \end{pmatrix} = \underline{\underline{S}} \cdot \underline{\nabla}_x \mathcal{H} \quad \sim \text{Hamilton-egyenletek}$$

$$\{f, g\} = \underline{\nabla}_q f \cdot \underline{\nabla}_p g - \underline{\nabla}_p f \cdot \underline{\nabla}_q g = \underline{\nabla}_x f \cdot \underline{\underline{S}} \cdot \underline{\nabla}_x g \quad \sim \text{Poisson-zárójelek}$$

$$\underline{a}\,\underline{\underline{S}}\,\underline{a} = 0 \implies \underline{\nabla}_x \underline{V}(\underline{X}) = \underline{\nabla}_x \underline{\underline{S}}\, \underline{\nabla}_x \mathcal{H} \equiv 0 \quad \sim \text{Liouville-tétel}$$

Jacobi-azonosság: $\{f,\{g,h\}\}+\{g,\{h,f\}\}+\{h,\{f,g\}\}=0$

jelölés: $\frac{\partial f}{\partial x_i}=f_i$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}=f_{ij}$

A Jacobi-kifejezés a 2. deriváltak lineáris függvénye.

Pl. a h_{ij} a $\{f,\{g,h\}\}+\{g,\{h,f\}\}$-ben lép fel:

$$f_i S_{ij} g_k S_{kl} h_{lj} + g_k S_{kl} h_{jl} S_{ji} f_i = 0,$$

mivel $S_{ij}=-S_{ji}$. Az f_{ij} és g_{ij} együtthatói kölcsönösen kiejtik egymást $\Rightarrow$ qu.e.d.

Mozgásállandók generálása: ha f és g állandók $\Rightarrow h=\{f,g\}$ is az.

$\dot{h}=\frac{\partial h}{\partial t}+\{h,\mathcal{H}\}$. a) $\frac{\partial h}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\{f,g\}=\{\frac{\partial f}{\partial t},g\}+\{f,\frac{\partial g}{\partial t}\}$;

b) Jacobi $\Rightarrow$ $\{\mathcal{H},h\}=\{\mathcal{H},\{f,g\}\}=-\{g,\{\mathcal{H},f\}\}+\{f,\{\mathcal{H},g\}\}$

mivel $\dot{g}=0=\dot{f}$ $\Rightarrow$ $\{\mathcal{H},h\}=-\{g,\frac{\partial f}{\partial t}\}+\{f,\frac{\partial g}{\partial t}\}=\frac{\partial h}{\partial t}$ $\Rightarrow \dot{h}=0$ qu.e.d.

Tehát $h=\{f,g\}$ mozgásállandó. Vagy $h=h(f,g)$, kifejezhető a "régi" állandókkal, vagy h "új" mozgásállandó.

Pl.: ha az impulzusmomentum két komponense áll. $\Rightarrow$ a harmadik is az.

16.13 A hatás, mint a végpont függvénye a pálya mentén

$$S = \int_{t_0}^{t} L(q(\tau), \dot{q}(\tau), \tau)\, d\tau = S(q, t; q_0, t_0), \quad \text{ahol } q = q(t),\ q_0 = q(t_0).$$

Változtassuk a végpontot Δq-val, ekkor a pálya is változik $\Delta q(t)$-vel, és a hatás

$$\Delta S = \int_{t_0}^{t} \sum_i \underbrace{\left[\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right]}_{=0} \Delta q_i(t)\, dt + \sum_i \underbrace{\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}}_{p_i} \Delta q_i \Big|_{t_0}^{t} \Rightarrow \frac{\partial S}{\partial q_i} = p_i, \quad \frac{\partial S}{\partial q_{0i}} = -p_{0i}$$

Időderivált: $\frac{dS}{dt} = L = \frac{\partial S}{\partial t} + \sum_i \frac{\partial S}{\partial q_i}\dot{q}_i \Rightarrow \frac{\partial S}{\partial t} = L - \sum_i p_i \dot{q}_i = -\mathcal{H}$.

A hatás teljes differenciálja tehát

$$dS = \sum_i p_i\, dq_i - \mathcal{H}\, dt.$$

A kezdeti feltétel változását is megengedve

$$dS = \sum_i p_i\, dq_i - \sum_i p_{0i}\, dq_{0i} - \mathcal{H}\, dt + \mathcal{H}_0\, dt_0 \ \leftarrow$$

$\leftarrow$ ez a kombináció mindig teljes differenciál!

16.14 Kanonikus transzformációk

→ Változócsere: $Q_i(q,t)$ ~ pontranszformáció

→ Általánosabb: $Q_i(q,p,t)$, $P_i(q,p,t)$

$$\mathcal{H} \to \mathcal{H}'(Q,P,t)$$

Elvárjuk: $\dot{Q}_i = \partial\mathcal{H}'/\partial P_i$, $\dot{P}_i = -\partial\mathcal{H}'/\partial Q_i$.

$$S = \int\left(\sum_i p_i\dot{q}_i - \mathcal{H}\right)dt \quad \text{és} \quad S' = \int\left(\sum P_i\dot{Q}_i - \mathcal{H}'\right)dt$$

minimumfeltétele ekvivalens, ha

$$L = L' + \frac{dF}{dt},$$

azaz $$dF = \sum_i p_i dq_i - \mathcal{H}dt - \sum_i P_i dQ_i + \mathcal{H}'dt$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial F}{\partial q_i} = p_i, \quad \frac{\partial F}{\partial Q_i} = -P_i, \quad \frac{\partial F}{\partial t} = \mathcal{H}' - \mathcal{H}$$

ha $F = F(q,Q,t)$ $(\equiv F_1)$.

F: alkotófüggvény (generátorfgv.)

Alternatív alkotófüggvény

$$F_2 = F_1 + \sum P_i Q_i \Rightarrow dF_2 = \sum p_i dq_i + \sum Q_i dP_i + (\mathcal{H}' - \mathcal{H})dt$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial F_2}{\partial q_i} = p_i, \quad \frac{\partial F_2}{\partial P_i} = Q_i, \quad \frac{\partial F_2}{\partial t} = \mathcal{H}' - \mathcal{H}$$

Ha $F_2 = F_2(q, P, t)$

Hasonlóan $F_3 = F_1 - \sum p_i q_i$, $F_4 = F_2 - \sum p_i q_i$

→ GyF. 5 F_3, F_4 természetes változói és a generátor egyenletek? [3]

Mindig teljesül: $\frac{\partial F_j}{\partial t} + \mathcal{H} = \mathcal{H}'$

→ Pl. 3. $F_2 = \sum_i f_i(q,t) P_i \Rightarrow Q_i = f_i(q,t)$ ponttr.

→ Pl. 4. $F_1 = \sum_i q_i Q_i \Rightarrow P_i = -q_i$, $p_i = Q_i$

~ átnevezés

A Hamilton-egyenletek szimmetrikusak q, p cseréjére!

→ GyF. 6: Mi az azonosság $(q_i = Q_i, p_i = P_i)$ alkotófgve? [2]

A Poisson-zárójelek a kanonikus transzformációra invariánsak!

$$\{f,g\}_{q,p} = \{f',g'\}_{Q,P}$$

Spec. eset, ha expliciten "semmi sem" függ az időtől.

$$\mathcal{H}(q,p) = \mathcal{H}'(Q,P), \quad f(q,p) = f'(Q,P)$$

$$\Rightarrow \quad \{f,\mathcal{H}\}_{q,p} = \frac{df}{dt} = \frac{df'}{dt} = \{f',\mathcal{H}'\}_{Q,P}$$

Mivel $\mathcal{H}$ bármilyen fgv. lehet, q.e.d.

→ Gyf. 7. Lássuk be az időfüggést is megengedve [4]

Tehát $\{\ ,\ \}_{q,p}$-vel is fennáll

$$\{Q_i, P_j\} = \delta_{ij}, \quad \{Q_i, Q_j\} = 0, \quad \{P_i, P_j\} = 0$$

16.15 Hamilton–Jacobi-egyenlet ~ az utalás szintjén

Időfejlődés: tekintsük "új" változóknak $Q_i = q(t_0)$, $P_i = p(t_0)$ és keressük a $q_i = q_i(t)$ és $p_i = p_i(t)$ trajektóriát Q_i, P_i függvényeként.

Kezdőpont: $\frac{\partial S}{\partial Q_i} = -P_i$, végpont: $\frac{\partial S}{\partial q_i} = p_i$; továbbá $\frac{\partial S}{\partial t} = -\mathcal{H}$.

$\Rightarrow$ az időfejlődés kanonikus transzformáció az $F_1 = S(q, \underline{Q}, t)$ alkotófüggvénnyel: $\frac{\partial S}{\partial t} + \mathcal{H} = 0 \Rightarrow \mathcal{H}' = 0 \quad (\Rightarrow \dot{Q}_i = 0, \dot{P}_i = 0)$

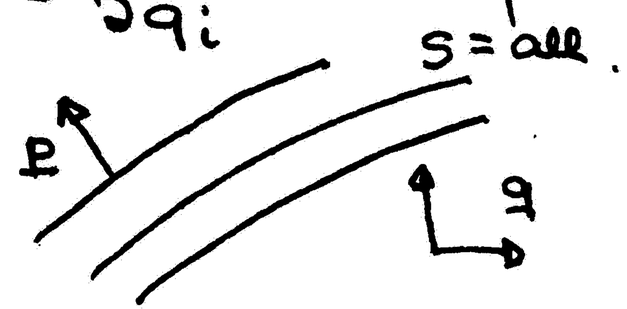
Nem kell nagyzkodnunk a Q_i mozgásállandókhoz!

$\mathcal{H}$-J-egyenlet: $S = S(q, \underline{\alpha}, t)$, $\boxed{\frac{\partial S}{\partial t} + \mathcal{H}\left(q, \frac{\partial S}{\partial q}, t\right) = 0}$,

ha megoldjuk $\alpha_1 .. \alpha_f$ állandóval, akkor a $\frac{\partial S}{\partial \alpha_i} = \beta_i = \text{áll}$.

megoldása a $q_i = q_i(\underline{\alpha}, \underline{\beta}, t)$, majd $p_i(\underline{\alpha}, \underline{\beta}, t) = \frac{\partial S}{\partial q_i}$.

Analógia: a geometriai optika eikonál-egyenlete



Kvantummechanikai jelentősége: a szemiklasszikus hullámfüggvény ~ $\psi \propto \exp \frac{i}{\hbar} S$.

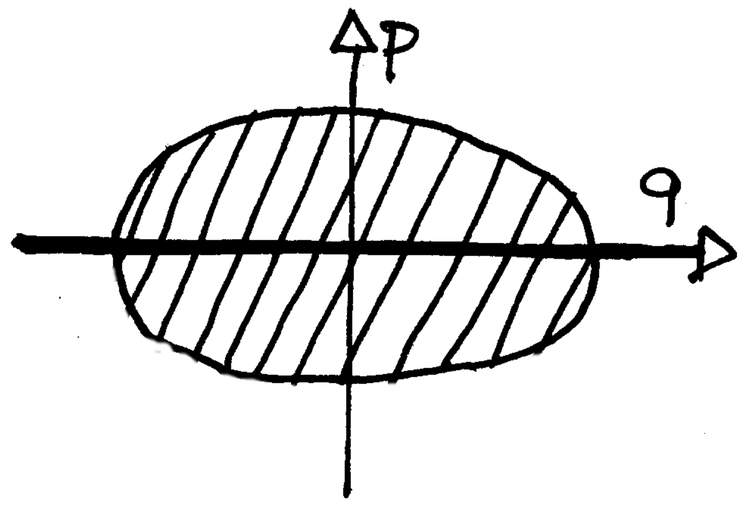
16.16 Adiabatikus invariáns

$f=1$: $\mathcal{H}(q,p;\lambda)=E$ periodikus mozgás λ=áll. esetén

Fázistérbeli pálya : $p=p(q;E,\lambda)$, pl. $\pm\sqrt{2m}\sqrt{E-V(q;\lambda)}$

Közrefogott terület :

$$I=\oint p\,dq = 2\int_{q_{min}}^{q_{max}} p(q;E,\lambda)\,dq .$$



Hasznos összefüggések

$$\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial p}\cdot\frac{\partial p}{\partial E}=1 \quad , \quad \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\lambda}+\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial\lambda}=0$$

Mivel $\dot q=\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial p} \longrightarrow dt=\frac{dq}{\partial\mathcal{H}/\partial p}=\frac{\partial p}{\partial E}dq$ pl. $\pm\sqrt{\frac{m}{2}}\frac{dq}{\sqrt{E-V}}$

$$\rightsquigarrow \frac{\partial p}{\partial\lambda}dq=-\frac{\partial\mathcal{H}/\partial\lambda}{\partial\mathcal{H}/\partial p}dq=-\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\lambda}dt$$

Innen $\frac{\partial I}{\partial E}=\oint\frac{\partial p}{\partial E}dq=\int_0^T dt=T$ a periódusidő ,

$$\frac{\partial I}{\partial\lambda}=\oint\frac{\partial p}{\partial\lambda}dq=-\int_0^T\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\lambda}dt ,$$

ahol feltettük, hogy a fordulópontokban $p=0$, ezért $q_{min/max}$ deriváltjai nem jelennek meg.

A terület, mint függvény változása

$$\Delta I\approx\frac{\partial I}{\partial E}\Delta E+\frac{\partial I}{\partial\lambda}\Delta\lambda = T\cdot\Delta E-\int_0^T\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\lambda}dt\cdot\Delta\lambda \quad (*)$$

Legyen most λ időfüggő, $\lambda(t)$, míg $|\dot\lambda|\ll\lambda/T$, azaz λ és E egy periódus alatt közel állandók.

Az energiaváltozás

$$\dot E=\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\lambda}\dot\lambda \quad , \quad \text{pl. } \frac{\partial V(q;\lambda)}{\partial\lambda}\dot\lambda \quad \text{oszcillál}$$

Egy periódus alatt (feltéve, hogy $|\ddot\lambda|\ll|\dot\lambda|/T$)

$$\Delta E=\int_0^T\dot E\,dt=\int_0^T\dot\lambda\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial t}dt\approx\int_0^T\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\lambda}dt\cdot\frac{\Delta\lambda}{T}$$

tehát (*)-ból $\Delta I\approx 0$, I közel állandó !

Figyelem: λ és E is lassan változnak, de ΔI kifejezésében $\Delta\lambda$ és ΔE egymást kompenzálják.

$\lambda, E \approx$ áll. egy periódus alatt,
$I \approx$ áll. hosszabb időskálán.

I: adiabatikus invariáns,
ha E-re invertálható, akkor $I(E,\lambda) \leftrightarrow E(I,\lambda)$

periódusidő: $T = \dfrac{\partial I}{\partial E}$, frekvencia: $\nu = \dfrac{\partial E}{\partial I}$

Pl. 5 Harmonikus oszcillátor

$q = A\cdot\cos\omega t$, $p = -A\omega\sin\omega t\cdot m \longrightarrow p(q)$ ellipszis, $a = A$, $b = A\omega m$

$\rightsquigarrow \quad I = \oint p\,dq = \pi\cdot a\cdot b = \pi m A^2\omega = \dfrac{2\pi}{\omega}E = \dfrac{E}{\nu}$

Ha a sajátfrekvencia lassan változik, $|\dot{\nu}| \ll \nu^2$, akkor

$$E \propto \nu$$

azaz az energia (közel) arányosan változik a frekvenciával. Ez a reláció annál pontosabb, minél lassabban változik a frekvencia.

Pl. 6. Vonzó Coulomb (gravitációs) potenciál $V(r) = -\frac{\beta}{r}$.

$f = 3 \sim q = (r, \vartheta, \varphi)$ bonyolult a számítás.

Most dimenzióanalízissel keressük az adiabatikus invariáns(okat): $[I]$ = hatás $= \frac{m\ell^2}{t}$, $[E] = \frac{m\ell^2}{t^2}$

$$E \propto m^a \beta^b I^c \Rightarrow \frac{m\ell^2}{t^2} = m^a \left(\frac{m\ell^3}{t^2}\right)^b \left(\frac{m\ell^2}{t}\right)^c$$

$$1 = a + b + c, \quad 2 = 3b + 2c, \quad 2 = 2b + c \Rightarrow b + c = 0$$

$$\Rightarrow a = 1, \; b = 2, \; c = -2 \Rightarrow$$

$$E \propto \frac{m\beta^2}{I^2}$$

Ha $\beta(t)$ lassan változik (Nap tömege, grav. állandó, a centrum töltése), akkor $E \propto \beta^2$!

Gondos eljárás: $I_i = \oint p_i \, dq_i$, $\quad E = -\frac{m\beta^2 \cdot 4\pi^2}{2(I_r + I_\varphi + I_\vartheta)^2}$

$\frac{\partial E}{\partial I_i} \equiv \nu$ mindhárom koordináta frekvenciája azonos!

Kapcsolat a kvantummechanikával

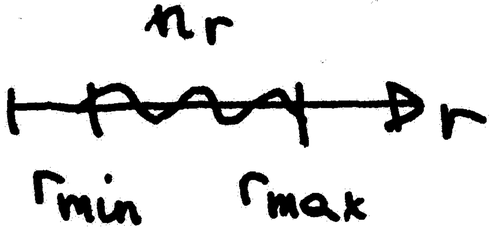
Szemiklasszikus kvantálás: $I \approx \hbar \cdot n$ $\quad$ n nagy egész

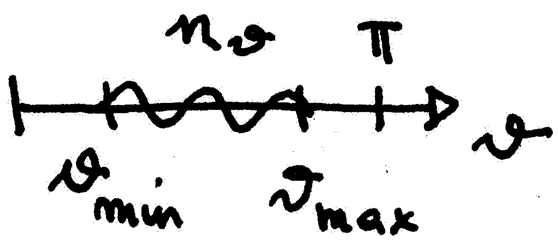
Egrat a harmonikus oszcillátorra: $E = \nu I = \hbar\nu\,(n + 1/2)$ [ld. 13.0.]

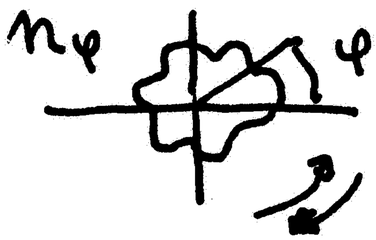
a H-atomra: $E = -\dfrac{m\beta^2}{2\hbar^2 n^2}$ [ld. 14.0.]

A helyes kvantálás a kvantummechanika előtt az adiabatikus invariánson keresztül adódott ki az egyszerű esetekben.

H-atom: $I_r + I_\vartheta + I_\varphi = \hbar\left[n_r + \frac{1}{2} + n_\vartheta + \frac{1}{2} + n_\varphi\right] = \hbar n$







$e^{\pm i n_\varphi \cdot \varphi}$

Két állapot, ha $n_\varphi \geq 1$

Degeneráció adott n mellett: $\quad n_r + n_\vartheta + n_\varphi = n - 1$

n_φ	#
0	n
1	$2(n-1)$
2	$2(n-2)$
$\vdots$	
$n-1$	2

$\Rightarrow \quad n + 2(n-1) + 2(n-2) + \ldots + 2 = n + 2\,\dfrac{n(n-1)}{2} = n^2$

Spinnel $2n^2$. Éppen a kvantummechanikával ~~is~~ számítható degeneráció! Az $1/r$ potenciál magas szimmetriájából származik; általában csak nagy n mellett jó a klasszikus eredmény.

Korrespondencia-elv: nagy n-re teljesül

$$\frac{\Delta E(n)}{\Delta n} = E(n+1) - E(n) \approx h\nu = \frac{h}{T} .$$

A keringés során éppen olyan frekvenciájú sugárzást bocsájthat ki (sugárzásra retinál), melynek 1 energiakvantuma éppen a szomszédos pályára ugrásnak megfelelő energiakülönbség.

Ez akkor teljesül, ha

$$I = I(n) = h\,(n + \text{konst.})$$

Valóban, ha $\Delta I(n) = h$, akkor

$$\nu \cong \frac{\Delta E(n)}{\Delta I(n)} = \frac{E(n+1) - E(n)}{h} ,$$

tehát a korrespondencia fennáll!