## 2. Elméleti mechanika ZH

2014. dec. 11.

**1. Feladat (3 pont)** Egy kezdő jedi lovag különféle tárgyakat szeretne maga körül stabil körpályán keringetni. Ezért az *Erő* segítségével a következő centrális potenciált hozza létre maga körül:

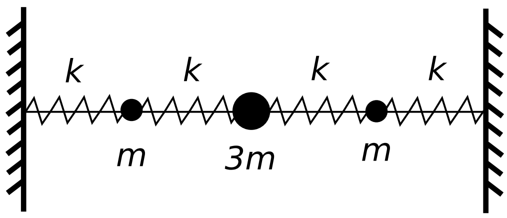
$$V(r) = \frac{a}{2r^2} + b\ln(\alpha r),$$

ahol $a$, $b$ és $\alpha$ konstans paraméterek ($\alpha > 0$), origónak pedig tekintsük a jedi lovag tömegközéppontját. Adjuk meg a stabil/instabil körpályák létezésének feltételét, illetve a körpályák sugarát ebben a potenciálban!

**2. Feladat (3 pont)** Számítsuk ki a differenciális hatáskeresztmetszetet, ha ismert az impakt paraméter ($b$) és a szórási szög ($\vartheta$) közötti összefüggés $\vartheta(b) = \frac{1}{b^2+K^2}$, ahol $K^2 < 1/\pi$. Véges-e a totális hatáskeresztmetszet?

**3. Feladat (3 pont)** Egy test a $V(x) = V_0(ax^2 + \varepsilon bx^6)$ potenciálban mozog, a $t = 0$ pillanatban $v_0$ sebességgel indul az origóból. Írjuk le a test mozgását $\varepsilon = 0$ esetén! Írjuk fel az $\varepsilon$ *dimenziótlan* paraméter szerinti perturbációs sorfejtésből adódó korrekciókat meghatározó differenciálegyenleteket a második rendig (tehát az $O(\varepsilon^3)$ tagokat elhanyagolva), a hozzájuk tartozó kezdeti feltételekkel együtt!

**4. Feladat (4 pont)** Tekintsük az ábrán látható rendszert. A rugóállandók nagysága $k$, a golyók tömegei rendre $m$, $3m$ és $m$. A golyók egy rúdra vannak felfűzve, tehát csak vízszintesen mozoghatnak, a súrlódás elhanyagolható. A rugók nyugalmi hossza $L$, a falak $4L$ távolságban vannak egymástól.
(a) Írjuk fel a rendszer Hamilton-függvényét és a kanonikus egyenleteket!
(b) Határozzuk meg a sajátfrekvenciákat, és a hozzájuk tartozó normálmódusokat!




Ábra a 4. feladathoz.

**5. Feladat (5 pont)** Egy motor állandó $M$ forgatónyomatékkal forgatni kezd egy kezdetben nyugalomban lévő, $\rho(r)$ sűrűségeloszlású hengert, a henger szimmetriatengelye körül. A hengert merev testnek tekinthetjük, a sugarát jelölje $R$, a magasságát $h$. A $\rho(r)$ sűrűségeloszlás a következő ($0 < a < \rho_0/R$):

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 - ar, & \text{ha } r \le R, \\ 0, & \text{ha } r > R. \end{cases}$$

(a) Határozzuk meg henger tömegét!
(b) Hogyan változik a forgás szögsebessége az idő elteltével?
(c) Hogyan változik a forgás szögsebessége abban az esetben, ha a motor a henger alaplapjával párhuzamos, a henger tömegközéppontján átmenő tengely körül forgat?

**6. Feladat (4 pont)** Egy $\lambda$ és $\mu$ Lamé-állandókkal jellemezhető izotróp, homogén gömböt a $V(r) = -ar^6$ centrális potenciálba helyezünk (az origó a gömb középpontjával esik egybe, $a > 0$). A gömb egy ideálisan merev, gömb alakú üregbe illeszkedik (tehát a felszíne nem deformálódhat kifelé). Határozzuk meg a gömb belsejében létrejövő elmozdulásteret! A számolás során hanyagoljuk el a gömb saját gravitációs terének hatását! (Segítség: a számolás menete hasonló a gyakorlaton bemutatotthoz, de a határfeltétel más! A konstans paramétereket az elmozdulástérre felírható feltételekből adhatjuk meg.)