Elemi statisztika előadás vizsga ZH

2010. január 7.

Figyelem! A megoldásokat tollal írjuk! Minden lapon tüntessük fel a nevet és az EHA-kódot! A ZH során csak a megengedett segédeszközök (pl. számológép, órai és gyakorlati jegyzet, az eloszlások táblázatai) használhatóak. A megoldások során törekedjünk arra, hogy világos legyen a gondolatmenet! Táblázatból vett érték esetén szerepeljen, hogy milyen táblázatból származik!

1. feladat (9 pont)
Megmértük néhány véletlenszerűen kiválasztott budapesti felnőtt magasságát, és az adatokat a következő táblázatba foglaltuk:

magasság [cm]	fő
111-120	1
121-130	2
131-140	7
141-150	11
151-160	15
161-170	28
171-180	25
181-190	11
191-200	5

(a) Határozza meg a táblázatban szereplő emberek átlagos magasságát!
(b) Adjon pont- és intervallumbecslést (99 %-os konfidenciaszinten) azon budapesti felnőttek arányára, akik legfeljebb 150 cm magasak!

2. feladat (8 pont)
Egy radioaktív anyagmintában az egy óra alatt bomló atomok száma Poisson-eloszlást követ. Ha 24 óra alatt 35 atom bomlását detektáljuk (detektorunk 100 %-os hatékonyságú), akkor mi a valószínűsége annak, hogy egy adott órában egynél több atom bomlik el?

3. feladat (9 pont)
Az elmúlt évszázadból 10 véletlenszerűen kiválasztott év karácsonykor mért napi átlaghőmérsékleteit gyűjtöttük össze. Ezek átlagára 2.1 °C, szórására pedig 5.3 °C adódott. Feltehető, hogy a karácsonyi átlaghőmérsékleti adatok normális eloszlást követnek.

(a) Milyen mérési szintűek a kigyűjtött adatok (a napi maximum hőmérsékletek °C-ban mérve) és azok szórása?

(b) Adjunk intervallumbecslést a hőmérsékletek szórására 95%-os konfidenciaszinten és értelmezzük is azt!

4. feladat (10 pont)
Az Öreg Hűséges (Old Faithful) gejzír kitöréseit vizsgálva a következő adatokat kapták a kitörés hosszára és időtartamára:

időtartam (s)	240	120	178	234	235	269
magasság (m)	43	33	38	37	43	37

(a) Van-e lineáris kapcsolat a két mennyiség között 0.01-es szignifikanciaszinten?

(b) Adjunk becslést egy 200 másodperces kitörés magasságára!

5. feladat (14 pont)
Egy kísérletben azt szeretnénk eldönteni, hogy egy érme szabályos-e ($p_{\text{fej}} = 0.5$, fejek aránya) vagy sem ($p_{\text{fej}} > 0.5$). Egy 100 dobásos kísérlet során a fejek arányára $\hat{p}_{\text{fej}} = 0.55$ adódott. A fenti hipotézist 0.05-ös szignifikanciaszint mellett vizsgáljuk.

(a) Döntsük el, hogy az érme szabályosnak tekinthető-e!

(b) Mi az elsőfajú hiba ebben a problémában és mi a valószínűsége?

(c) Valaki elárulja nekünk, hogy az érme valójában cinkelt és fej valószínűsége $p_{\text{fej}} = 0.7$. Számítsuk ki a másodfajú hiba valószínűségét!

6. feladat (10 pont)
Egy kísérlet során azt vizsgálták, hogy egy fémszál terhelés hatására elszakad-e. Minden mintát háromszor vizsgáltak és a kapott eredményeket a következő táblázatba foglalták össze:

szakadások száma	0	1	2	3
gyakoriság	89	133	52	26

(a) Feltéve, hogy a vizsgált jelenséget binomiális eloszlással modellezhetjük ($n = 3$ és $p = 1/3$) határozzuk meg az egyes kategóriák várható gyakoriságait!

(b) Vizsgáljuk meg, hogy a kapott gyakoriságaink illeszkednek-e egy $n = 3$ és $p = 1/3$ paraméterű binomiális eloszláshoz! Használjunk 0.05-ös szignifikanicaszintet!