

II. Egyenáramú generátorokkal kapcsolatos egyéb tudnivalók:

a. Valós generátorok:

Természetesen ideális generátorok nem léteznek, de a valós generátorok is megközelítik valamelyik idealizált esetet a megfelelő terhelések mellett.

Generátorokkal kapcsolatos alapfogalmak:

Ezeket nektek nem túl lényeges bebiflázni, de mivel korrekt akarok lenni, ide kell őket írnom.

Forrásfeszültség: az a feszültség, amit az ideális feszültséggenerátor előállít, ez mindenképpen leosztódik.

Üresjárási feszültség: a generátor kapcsain lévő feszültség, ha csak egy voltmérőt rakunk rá.

Kapocsfeszültség: a generátor kapcsain mérhető feszültség, ekkor bármi rá lehet kapcsolva a generátorra.

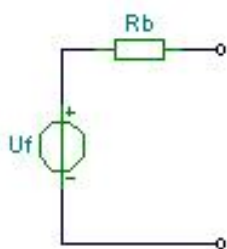
Forrásáram: az az áram, amelyet az ideális áramgenerátor állít elő. Ez az áram mindenképpen leosztódik, valamekkora mértékben.

Rövidzárási áram: az az áram, amit akkor tapasztalunk, amikor a kimenet kapcsait rövidre zárjuk, vagy csupán egy amper-mérőt helyezünk a kapcsok közé

Helvettesítési képek:

Tehát eddig szó volt ideális és nem ideális generátorokról. A nem ideális generátorokat helyettesíthetjük egyetlen ideális generátorral és egyetlen impedanciával (a következőkben csak ellenállásokkal fogunk foglalkozni, a frekvenciafüggő elemektől eltekintünk), a belső felépítéstől függetlenül.

Thevenin helyettesítési kép:

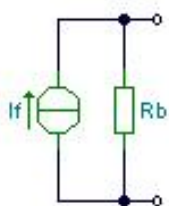


A Thevenin helyettesítő kép ideális feszültséggenerátort és azzal sorosan kapcsolt ellenállást tartalmaz. („T” betű!)

Az ideális feszültséggenerátor feszültségértéke (forrásfeszültsége) megegyezik az „eredeti” generátor üresjárási feszültségével.

A belső ellenállás értéke pedig annyi, mint a generátor kapcsai felől „nézve” az eredő ellenállás (Ez általában eltér attól, mint amit a generátor felől nézve látunk!!!).

Norton helyettesítési kép:



A Norton helyettesítő kép egy ideális áramgenerátort és egy vele párhuzamosan kapcsolt ellenállást tartalmaz. („N” betű!)

Az ideális áramgenerátor forrásárama megegyezik az „eredeti” generátornál a kapcsokon mérhető záróárammal.

Az ellenállás értéke hasonlóan határozható meg, mint az előbbi esetben.

Átjárás a két modell között:

A két modellben az ellenállások értéke megegyezik

Thevenin-Norton: forrásfeszültség osztva az ellenállás értékével = Forrásáram

$$I_f = \frac{U_f}{R_b}$$

Norton-Thevenin: forrásáram szorozva az ellenállással = Forrásfeszültség

$$U_f = I_f R_b$$

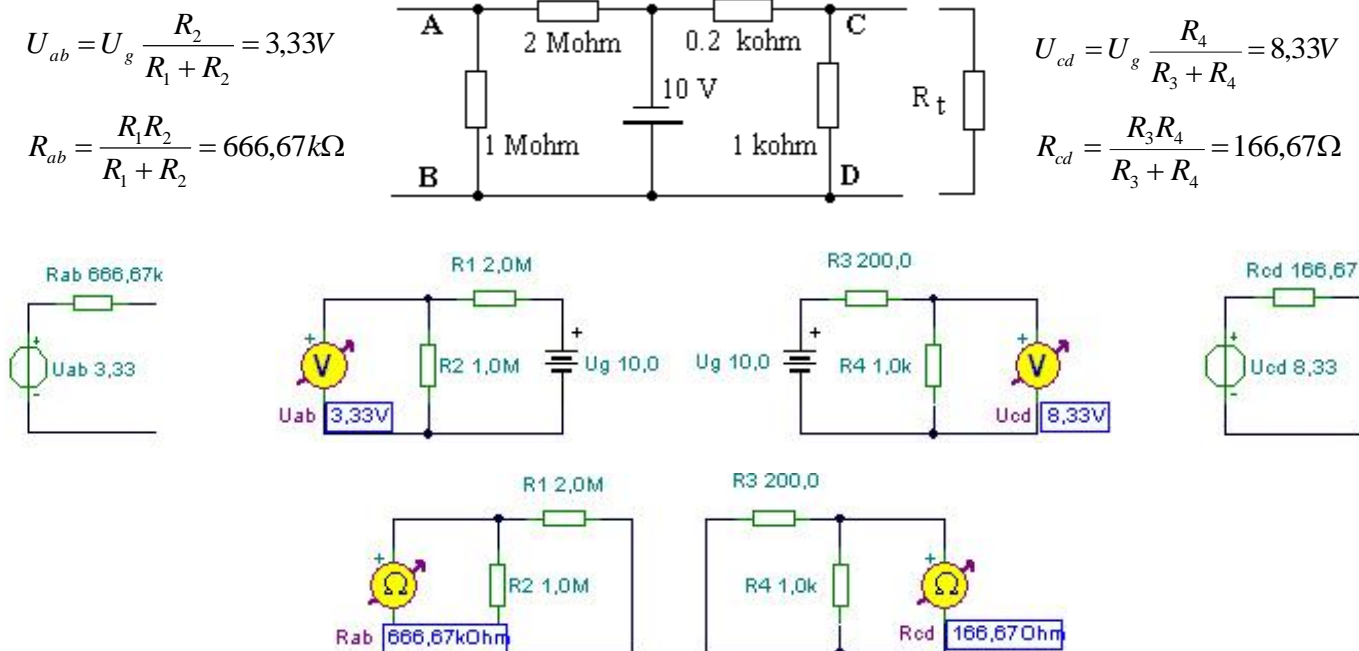
„Játszódzás a potenciállal”:

Figyeljünk arra, hogy hogyan van a generátor és a mérőműszer polaritása, mert nagyon rá lehet cseszni vele...

1) Példa:

Határozza meg a megadott hálózat AB és CD pontjai közötti Thevenin helyettesítő képet. Terhelő ellenállásként 5 kohm és 15 kohm közötti értéket használunk. Az AB és CD pontok közül melyik viselkedik feszültség-, illetve áramforrásként?

Ez a példa nem igényel túl sok kommentárt. Lényegében azt kell felhasználni, hogy párhuzamos kapcsolásnál a feszültségértékek megegyeznek, így nem zavar be egyik oldal sem a másik ügyébe.

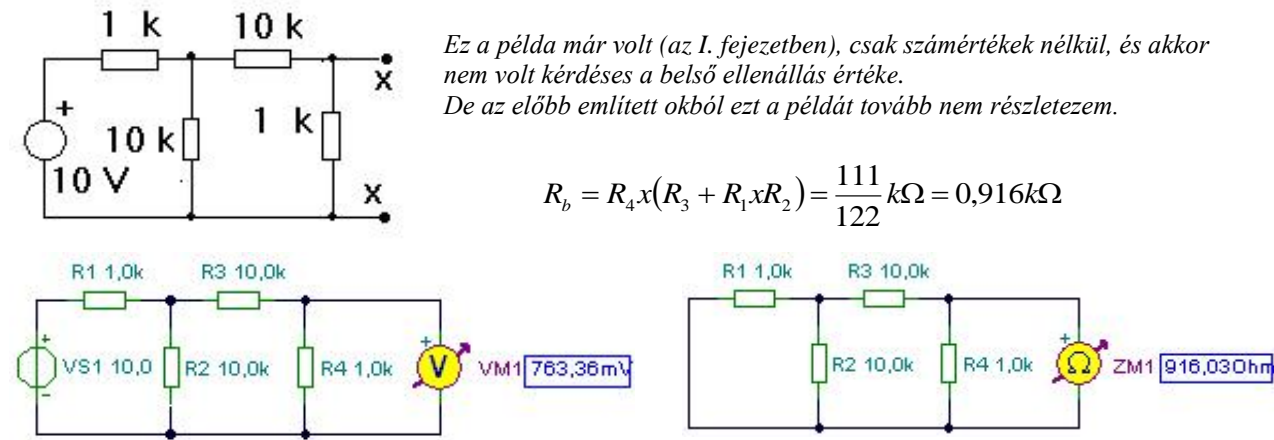


Az egyetlen nehézséget az okozhatja, hogy valaki nem érti még az áram és feszültségforrás fogalmát. Jelen esetben meg lehet azt tenni, hogy megnézi az ember, hogy az egyes források mekkora feszültséget adnak le a kisebb és nagyobb terhelő ellenállás mellett. Majd megnézzük, hogy az adott ellenállásokon mekkora áram folyik a különböző esetekben. Amelyik idealizált esethez jobban hasonlít a terhelő ellenállással szemben tanúsított viselkedése a forrásnak, az a típusú forrás jellemzi a kapcsolást.

Jelen esetben: a Baloldali az Áramforrás. A Jobboldali pedig a Feszültségforrás.

2) Példa:

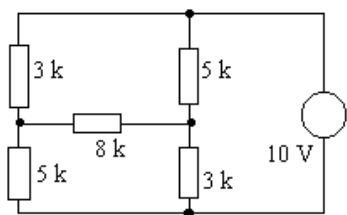
Határozza meg az áramkör Thevenin helyettesítő képét az x – x pontok felől nézve.



$$U_f = U_g \frac{R_2 \times (R_4 + R_3)}{R_2 \times (R_4 + R_3) + R_1} \frac{R_4}{R_4 + R_3} = 10V \frac{(10k) \times (11k)}{(10k) \times (11k) + 1k} \frac{1k}{11k} = 0,763V$$

3) Példa:

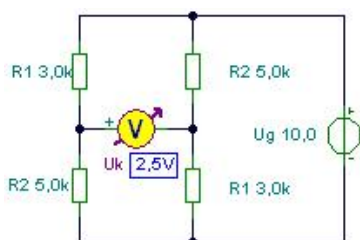
Mekkora áram folyik a 8 k ohm-os ellenálláson?



Ezt a példát meg lehet oldani úgy, hogy az ember felír pár hurokegyenletet, majd a kapott egyenletrendszer megoldja (a példa sokkal egyszerűbb volna, ha kiegyenlített hídrol lenne szó, de sajnos nem az).

Am a megoldás legegyszerűbb és legkevesebb számolást igénylő módja, hogy megalkotjuk a generátor helyettesítő képét, miközben nincs rárakva a 8 k ohm-os ellenállás.

A forrásfeszültség egyetlen hurok segítségével megállapítható:



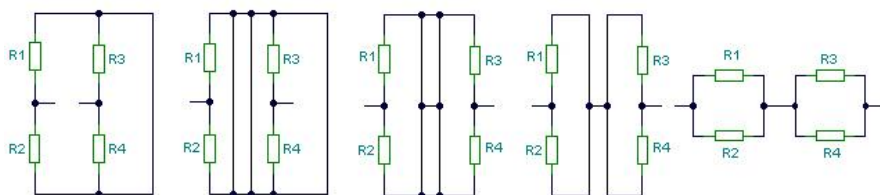
Általánosan:

$$0 = U_g \frac{R_1}{R_1 + R_2} + U_k - U_g \frac{R_3}{R_3 + R_4} \rightarrow U_k = U_g \left(\frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)$$

Speciálisan:

$$0 = 10V \frac{3k}{8k} + U_k - 10V \frac{5k}{8k} \rightarrow U_k = 10V \left(\frac{5k}{8k} - \frac{3k}{8k} \right) = 10V \frac{2}{8} = 2,5V$$

A belső ellenállás számítása egyeseknek problémát okozhat, mivel nem „látják” megfelelően a kapcsolást, ezért általánosan megmutatom, hogy hogyan lehet ezt a kapcsolást ábrázolni (ez egy egyszerűbb mód, mint amit konzultáción mutattam):



Általánosan:

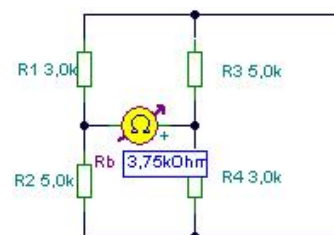
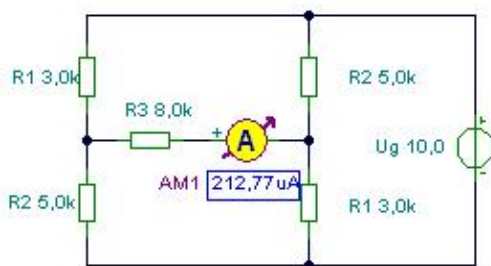
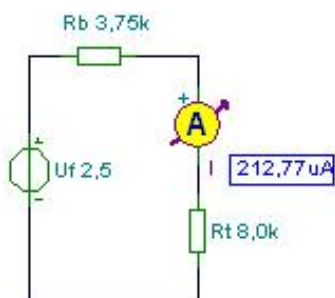
$$R_b = R_1 \times R_2 + R_3 \times R_4$$

Speciálisan:

$$R_b = 2(3k \times 5k) = 3,75k$$

A modell felhasználásával a kérdéses áram értéke már könnyedén meghatározható:

$$I_{Rt} = I = \frac{U_g}{R_e} = \frac{U_g}{R_b + R_t} = \frac{2,5V}{11,75k} = 212,77 \mu A$$



b. A Szuperpozíció elve:

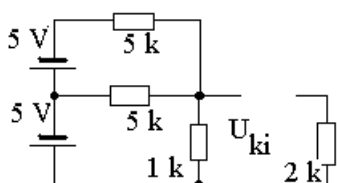
A szuperpozíció elvét akkor alkalmazzuk, ha egy áramkört hálózatban (amely csak lineáris elemeket tartalmaz) több generátor is szerepel.

A elv a következő: **az egyes generátorok hatásait külön-külön egyenként vizsgáljuk, és az egyes hatásokat előjelesen összegezzük.**

Amikor egyszerre csak egy generátort tekintünk, akkor a többi generátort (és ha vannak, akkor a műszereket is) a rájuk jellemző ellenállásértékkel jellemezzük. Egyértelmű tehát, hogy a feszültséggenerátort rövidzárral, az áramgenerátort szakadással helyettesítjük (valamint a feszültségmérőt szakadással és az árammérőt rövidzárral).

4) Példa:

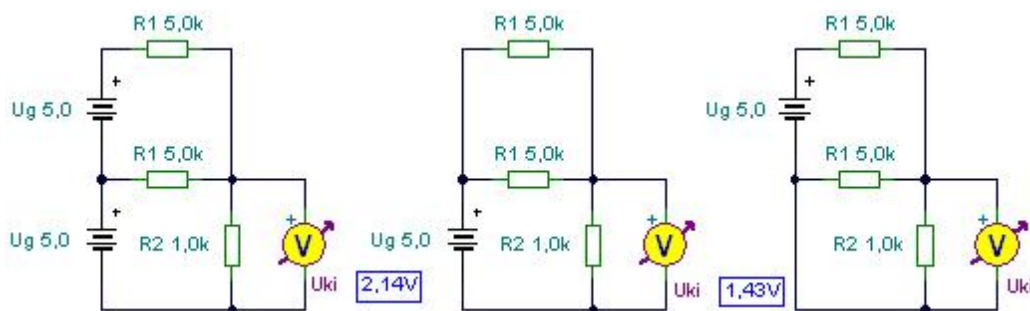
Mekkora lesz a kimeneti feszültség? Hogyan változik, ha a 2 kohm-os terhelő ellenállást is a kimenethez kapcsoljuk?



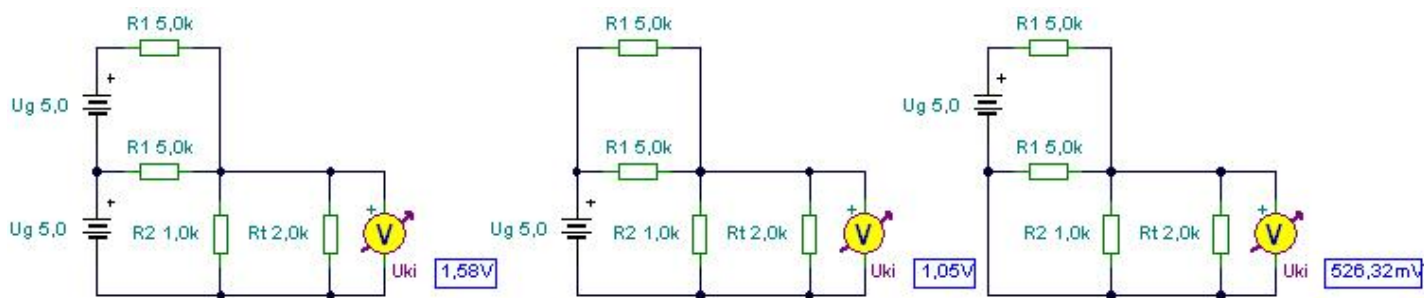
Ez egy nagyon jó példa a szuperpozíció alkalmazására:

A példát két részre kell bontani.

Először kivesszük az egyik generátort, helyettesítjük rövidzárral, majd megnézzük, milyen lesz a kérdéses érték, a kívánt helyen, majd ugyanezt megteszük a másik generátorral is. Végül pedig a két generátor hatását előjelesen összegezzük.

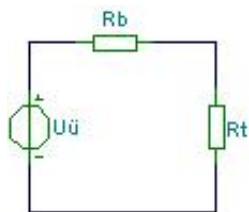


$$U_{ki} = U_{ki1} + U_{ki2} = 2,142V \quad U_{ki1} = 5V \frac{1k}{(5k)x(5k) + 1k} = 1,428V \quad U_{ki2} = 5V \frac{(5k)x(1k)}{5k + (5k)x(1k)} = 0,714V$$



$$U_{ki} = U_{ki1} + U_{ki2} = \frac{30}{19}V = 1,58V \quad U_{ki1} = 5V \frac{(1k)x(2k)}{(5k)x(5k) + (1k)x(2k)} = \frac{20}{19}V \quad U_{ki2} = 5V \frac{(5k)x(1k)x(2k)}{5k + (5k)x(1k)x(2k)} = \frac{10}{19}V$$

c. Teljesítményviszonyok (feszültségforrás esetén):



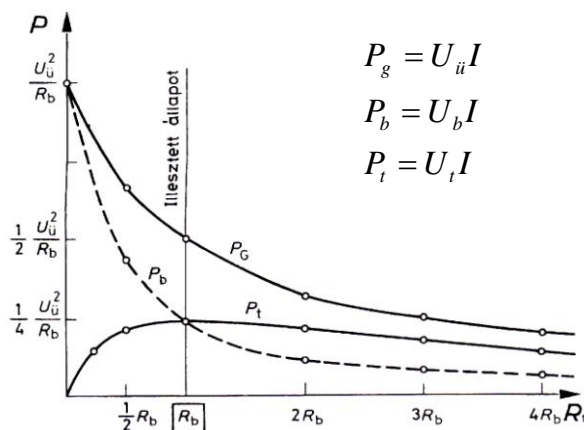
Az alábbiakban egy generátor által termelt összes teljesítmény eloszlását vizsgáljuk a terhelő ellenállás függvényében.

$$P_g = P_b + P_t \quad \boxed{P_g = \frac{U_{ii}^2}{R_b + R_t}}$$

$$P_t = \left(U_t I = U_t \frac{U_{ii}}{R_b + R_t} = U_{ii} \frac{R_t}{R_b + R_t} \frac{U_{ii}}{R_b + R_t} \right) \Rightarrow$$

$$\boxed{P_t = U_{ii}^2 \frac{R_t}{(R_b + R_t)^2}}$$

$$\boxed{P_b = P_g - P_t}$$



$$\begin{aligned} P_g &= U_{ii} I \\ P_b &= U_b I \\ P_t &= U_t I \end{aligned}$$

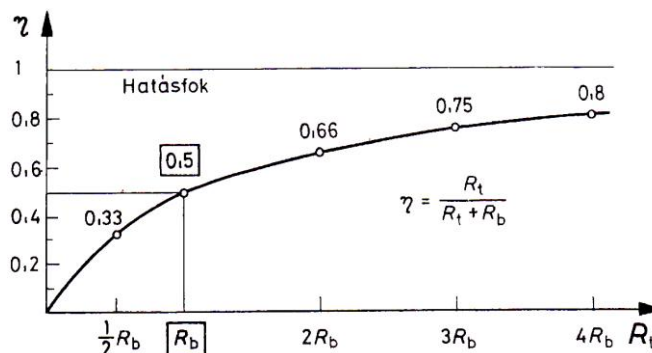
Mind a nagy, mind a kis terhelő ellenállásnak megvannak az előnyei és hátrányai:

Mint ahogy fent is látszik, a generátor által termelt összes teljesítmény annál nagyobb, minél kisebb a terhelő ellenállás. Ezzel csak az a baj, hogy minél kisebb a terhelő ellenállás, hiába nagy az összes teljesítmény, nem tudjuk kinyerni.

A hatásfok:
$$\eta = \frac{P_t}{P_g} = \frac{R_t}{R_b + R_t}$$

A hatásfok akkor nagyobb, ha a terhelő ellenállás nagy. Viszont, ha túl nagyra emeljük a terhelő ellenállás értékét, a generátor alig fog teljesítményt leadni.

Ha jó hatásfokot akarunk elérni, hogy minél kevesebbet pocsékoljunk el, nagy terhelő-ellenállás mellett kis belső ellenállású generátorra van szükségünk. Nem lesz nagy a termelt teljesítmény az elérhető maximumhoz képest, de legalább nem megy pocsékba.



A legnagyobb kinyerhető teljesítmény meghatározása:

Igaz, az ábrákon meg van előlegezve, hogy hol lesz a maximum, de ahogyan azt egyetemen „illik”, deriválással határozzuk meg a görbe csúcspontját:

$$\frac{d}{dR_t} P_t = \frac{d}{dR_t} \left(U_{ii}^2 \frac{R_t}{(R_b + R_t)^2} \right) = U_{ii}^2 \frac{d}{dR_t} \left(R_t (R_b + R_t)^{-2} \right), \text{ ennek keressük a zérus pontját:}$$

$$0 = \frac{d}{dR_t} \left(R_t (R_b + R_t)^{-2} \right) = (R_b + R_t)^{-2} + R_t \left(-2(R_b + R_t)^{-3} \right) = \frac{1}{(R_b + R_t)^2} - \frac{2R_t}{(R_b + R_t)^3}, \text{ átrendezve:}$$

Ha a generátor belső ellenállásának értéke megegyezik a terhelő ellenállás értékével, akkor azt illesztésnek hívjuk. Ekkor tudjuk a legtöbb teljesítményt kinyerni a generátorból.

Szomorú, de ebben az állapotban csupán 50%-os a hatásfok:

$$\frac{1}{(R_b + R_t)^2} = \frac{2R_t}{(R_b + R_t)^3}$$

$$R_b + R_t = 2R_t$$

$$\boxed{\eta = \frac{P_t}{P_b} = \frac{R_t}{R_b + R_t} = \frac{R_t}{2R_t} = \frac{1}{2}}$$

$$\boxed{P_{t \max} = \frac{U_{ii}^2}{4R_b}}$$

$$\boxed{R_t = R_b}$$