Elmág tételek

2020/21 BSc

2020/2021

előszó valami

hasznos linkek

Maguk a tételek: `http://szecska.web.elte.hu/elektro/hazi_2021/elektrom_emelt_tetelsor_2021.pdf`

A jövő fizikusainak

Ezt a tételkidolgozást a 2021-es tavaszi félévben csináltuk. Ekkor volt a nagy covid szóval mi online tanultunk és vizsgáztunk is. Szecska úgy gondolta, hogy online vizsgán könnyű puskázni ezért lehessen bármit használni vizsga alatt. Ezért lettek sokkal szövegelősebbek ezek a tételek mint a többi kidolgozásban, de szerintem ezzel jobban tanulható lett. (Ha bárkit érdekelne mi a 2016-os órák felvételeit használtuk, ez fent van a phizweb youtubján)

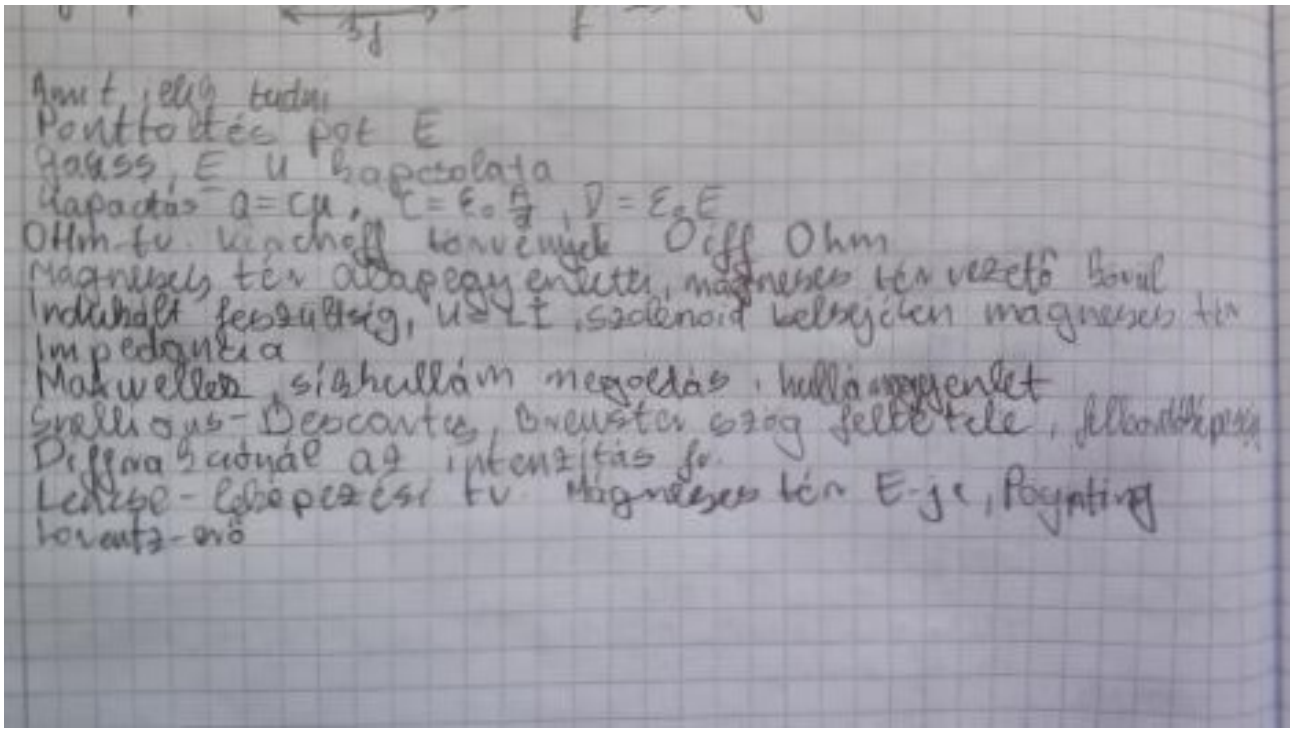
Természetesen ezt a tételkidolgozást csakis saját felelősségre használjátok. és mi semmilyen felelősséget nem vállalunk esetleges rossz vizsgákért... A kidolgozás során esetlegesen vétett hibákra a jogunkat fent tartjuk, ha nagyon komoly és bántja a cseperedő fizikust benned minden tétel kidolgozója magára vállalta, szóval tudni fogjátok kit kell megkövezni.

Mindenesetre minden felhasználónak sikeres vizsgát akár bármit használós vagy sem.

A 2020/21-es évfolyam (és persze az omegacica)

Amit illik tudni

Ezek azok a dolgok amiket Szecska szerint minden fizikusnak illik tudni, ezek értelmüket vesztik a standard vizsgátok van.



1. Elektrosztatika

Coulomb törvény, szuperpozíció, töltésre ható erő, térerősség, Gauss törvény, Az elektromos tér vonalintegrálja, erővonalak, térerősség és potenciál kapcsolata. ekvipotenciális felületek, monopol, dipól.Föld elektrosztatikuspotenciálja.

1.1. Kidolgozás

1.1.1. Mi az elektrosztatika?

*klasszik dörzsi kisérletek- ebonit-ebonit->taszitás, üveg-ebonit->vonzás.
Különböző feltöltött testek kölcsönhatása. Sztatika azt jelenti, hogy minden áll (lassan mozog). Vannak elektromosan aktiv testek, amiknek elektromos töltésük van. Ezekről kvalitativ módon megállapitjuk, hogy:

- azonos töltések taszitják egymást
- ellenkező töltések vonzanak
- távolsággal csökken

Kvantitativ összefüggés:

- a két test vonalában hat
- a töltésekkel egyenesen arányos
- a távolsággal $\frac{1}{r^2}$-an arányos

1.1.2. Coulomb-törvény

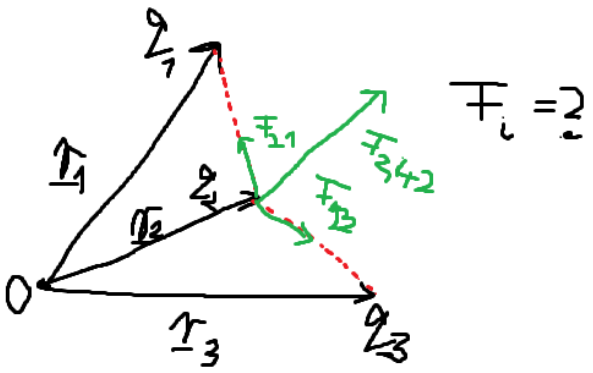
A pontos összefüggést Coulomb mérte ki 1780-ban.

$$\underline{F}_{12} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\frac{\underline{r}}{r} \quad \underline{r} = \underline{r}_2 - \underline{r}_1 \tag{1}$$

Mértékegységek: $m, N = \frac{kgm}{s^2}, C = As = \frac{Nm}{V}$. Az egyenlet elején a konstans: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^{-9}\frac{Vm}{As}$, $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}\frac{C^2}{m^2 N}\left[\frac{As}{Vm}\right]$

1.1.3. Szuperpozició elve

Mi történik ha több test van?.



$$\underline{F}_i = q_i \sum_{j,j\neq i} -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_j}{\left|\underline{r}_j - \underline{r}_i\right|^3} \left(\underline{r}_j - \underline{r}_i\right) = \sum_{j,j\neq i} F_{ij} \tag{2}$$

A szuperpozició azt jelenti hogy a dolgokat össze kell adni. A szuperpozició annak a következménye, hogy nincs három (vagy több) test kölcsönhatás, mindig csak két két test között lép fel erő. Ez a Maxwell-egyenletek linearitásának következménye. Az egyenletben ha $j = i$ akkor 0-val kellene osztanunk ezért azt mondjuk, hogy $F_{ii} = 0$
Az egyenletben a szummás részt elnevezhetjük **térerősségnek**, ami az egységnyi töltésre ható erő

$$\underline{E}(\underline{r}) = \frac{\underline{F}_i}{q_i} = \sum_{j,j\neq i} -\frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{q_j}{\left|\underline{r}_j - \underline{r}_i\right|^3} \left(\underline{r}_j - \underline{r}_i\right) \tag{3}$$

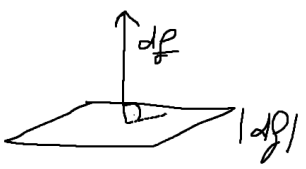
Elegánsan ideírom, hogy ez amúgy Van de Graaff.

1.1.4. Gauss-törvény, Térerősség

Azzal a felismeréssel indulunk ki hogy a térerősség $1/r^2$-el változott. Egy pontot körülvevő gömb felülete pont r^2-tel nő. Ha kettőt összeszorozzuk kb nem lesz semmi.

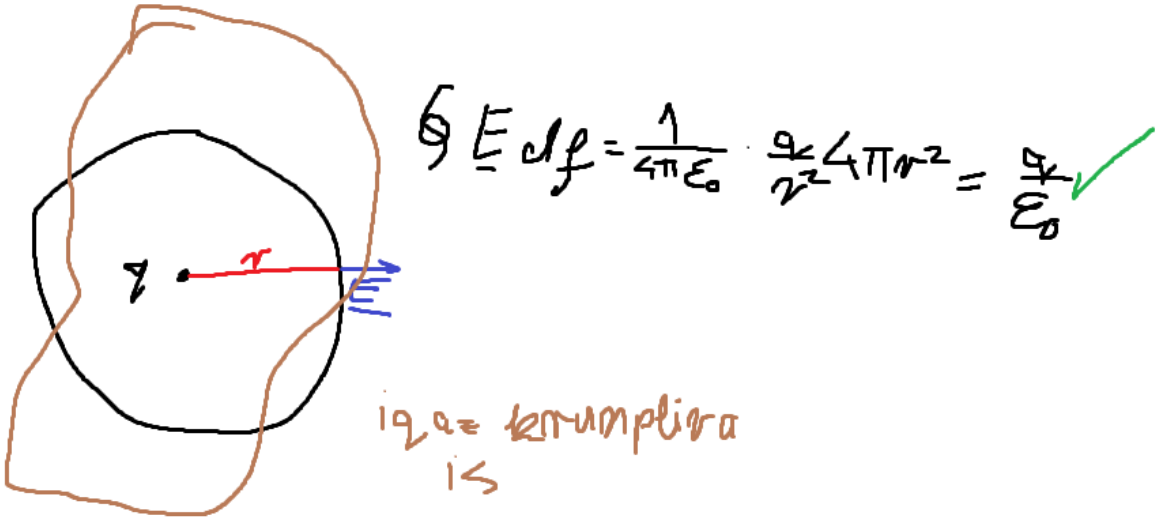
$$E \propto \frac{q}{r^2} \quad E \cdot \text{felület} = \text{töltés}$$

Mivel az elektromos térnek van iránya a felületnek is kell valamilyen irányt adnunk. Elég kicsiny felület, egy elemi felület mindig sík. Ehez egy olyan vektort rendelünk hozzá amelynek a nagysága a felület nagysága és az iránya merőleges az elemi felület sikjára.



Igy már tudjuk képezni a következőt:

$$\int \underline{E} d\underline{f} \tag{4}$$



1. ábra. Ponttöltés körül az integrál kiszámitása egy gömbre. Az integrál működik krumplira is.

Ha zárt felületet nézünk (olyan felület aminek van belseje meg külseje), és arra végezzük el az integrált:

$$\oint \underline{E} d\underline{f} = \frac{q}{\varepsilon_0} \tag{5}$$

A $\underline{E}d\underline{f}$ amit úgy hivunk, hogy elektromos fluxus a töltéssel lesz arányos. nem gömbre:

$$\oint_f \underline{E} d\underline{f} = \frac{q^{[f]}}{\varepsilon_0} \tag{6}$$

Ahol a q a felületnek valamilyen függvénye, a felületen belül lévő összes töltés összege.(vizsgán ne mondjuk hogy a felületen lévő töltés mert szegény Tichy forogni fog a sirjában). Ha több töltés van a felületen belül akkor is igaz az integrál a szuperpozició elve miatt. Ezt az összefüggést Gauss-törvények hivjuk (még ha semmi köze sem volt hozzá).

$$\oint \underline{E} d\underline{f} = \frac{q}{\varepsilon_0} \tag{7}$$

Ez még nem határozza meg a térerősséget.

$$E = \int_1^2 \underline{F} d\underline{s} \quad \text{,ha konzervativ: } \oint \underline{F} d\underline{s} = 0 \tag{8}$$

Az elektrosztatikus térben nem tudunk energiát termelni, ebből mondhatjuk hogy egy konzervativ erőtér. Ha egy töltést viszünk körbe akkor a töltésre ható erő a töltés szer a térerősség. Tehát ha Egyenlet 8-t osztom a töltéssel megkapjuk:

$$\oint \underline{E} d\underline{r} = 0 \tag{9}$$

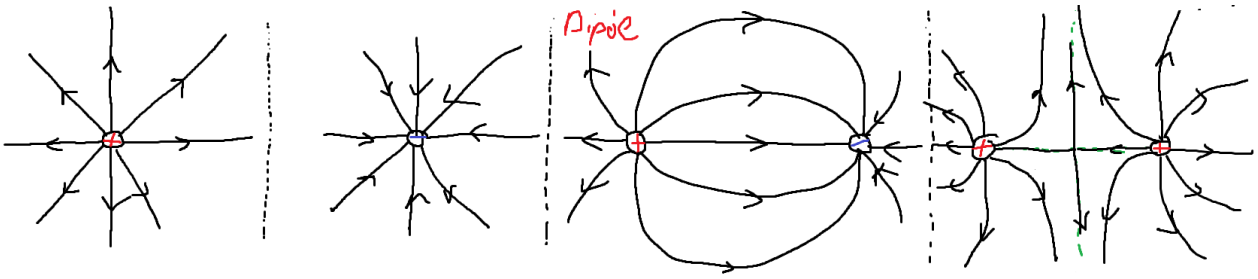
A Egyenlet 7 és Egyenlet 9-tek az elektrosztatika alapegyenletei, belőlük meghatározható a **térerősség**. Ezeket téregyenletnek is hivjuk mert minden változó benne a helynek a függvénye. Az elektrosztatika alapja hogy megvan hogy hol vannak töltések, ezekből ki tudom számolni a térerősséget majd, ebből a töltésre ható erőt.
Az elektrosztatika alapegyenleteit átirhatjuk differenciális alakba:

$$\text{div } \underline{E} = \frac{\varrho}{\varepsilon_0} \quad \text{és} \quad \text{rot } \underline{E} = 0 \tag{10}$$

1.1.5. Erővonalak

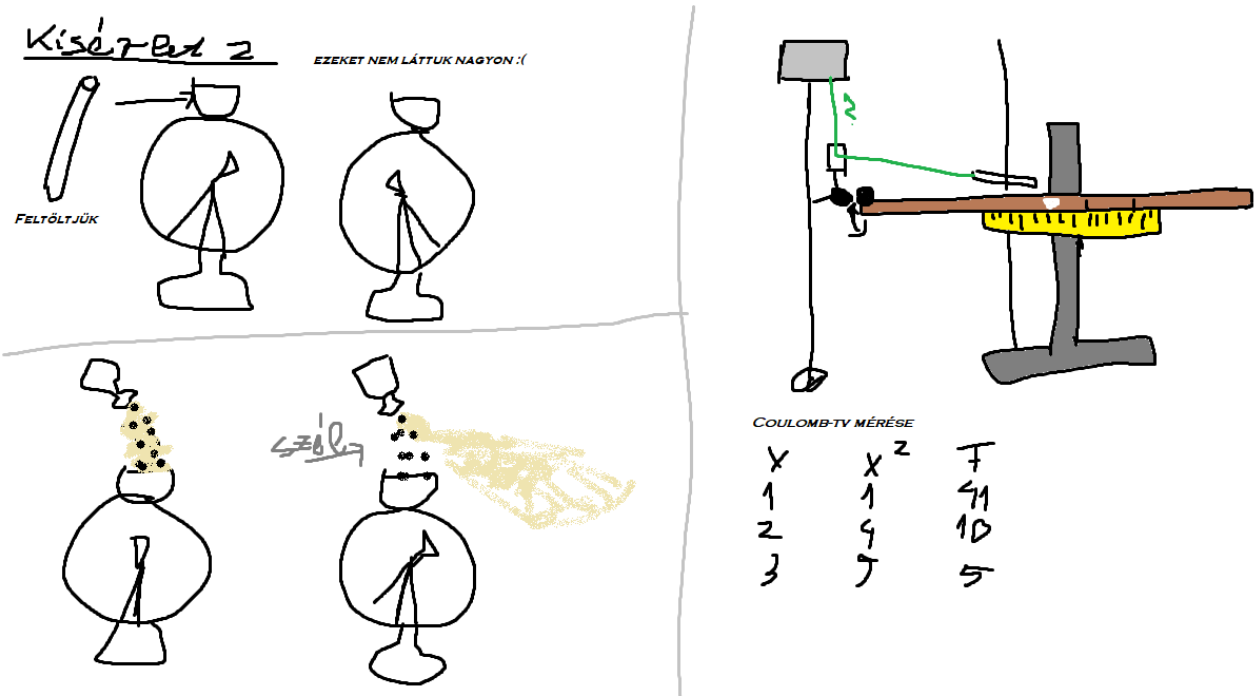
Az elektromos erőteret jól lehet velük reprezentálni. A fizikai jelentőségük nem nagy, viszont szemléltetésre kiválóak.
Reprezentáció erővonalakkal:

- Minden töltésből a töltéssel arányos számú erővonal lép ki $(1/C, 4\pi/C, n/C)$
- Az erővonal folytonos (+ töltésből ered és - töltésben végződik) [Egyenlet 7]
- Nem képez hurkot [Egyenlet 9]
- $\underline{E}$ iránya = az erővonalak irányával
- $\underline{E}$ nagysága = az erővonalak sűrűségével

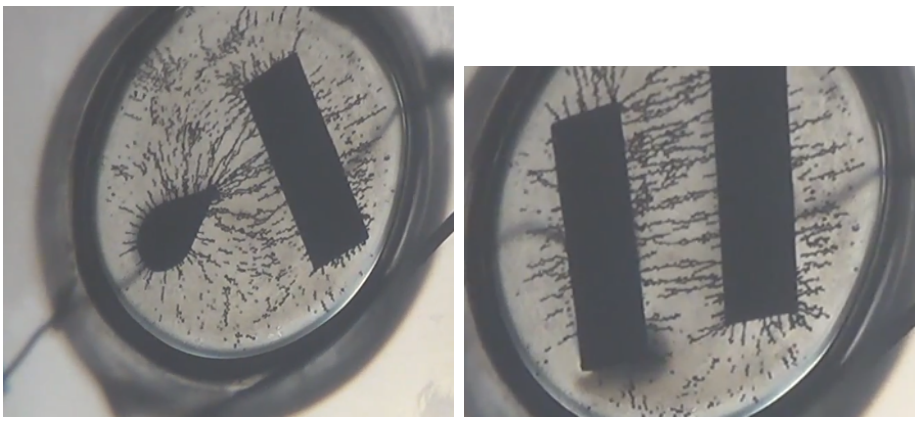


2. ábra. Néhány erőtér, sorrendben: + | - | +- | ++

Fluxus a felületen áthaladó erővonalak száma, ez bármilyen felületre. Zárt felületre, ha nincs benn töltés akkor a fluxusnak 0 kell lennie mert ami bemegy a felületbe annak ki is kell jönnie.
Még Franklin idejében azt hitték, hogy az erővonalaknak nagy jelentősége lesz. Mára már kiderült, hogy nem annyira fontosak de nagyon jól lehet velük szemléltetni.



3. ábra. Bemutatott kisérletek part 2 elektromos boogaloo.



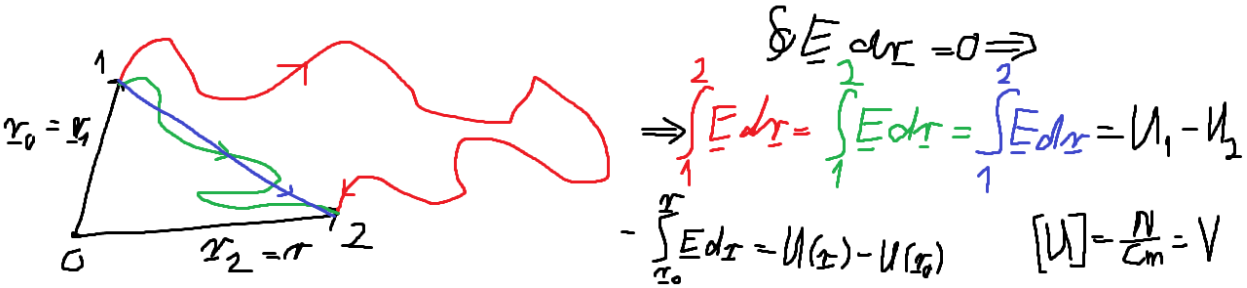
4. ábra. erővonalak szemléltetése, Csúcshatás és kondenzátor tere.

1.1.6. Feszültség,Potenciál

Gravitációs analógia, és még rugóra is van (ez szerintem nem olyan fontos a tételhez mert ezt Tichy azért mondta el hogy legyen mihez hasonlitanunk)

$$\underline{F} = -\text{grad}\, U_p \quad \text{visszafelé} \quad \int_1^2 \underline{F} d\underline{r} = U_{p2} - U_{p1} \tag{11}$$

Elektrosztatikában:



5. ábra. A potenciál bevezetése

$$\int_1^2 \underline{E} d\underline{r} = U_1 - U_2 \tag{12}$$

$$-\int_{\underline{r}_0}^{\underline{r}} \underline{E} d\underline{r} = U(\underline{r}) - U(\underline{r}_0) \tag{13}$$

$$\underline{E} = -\text{grad}\, U = -\nabla U \tag{14}$$

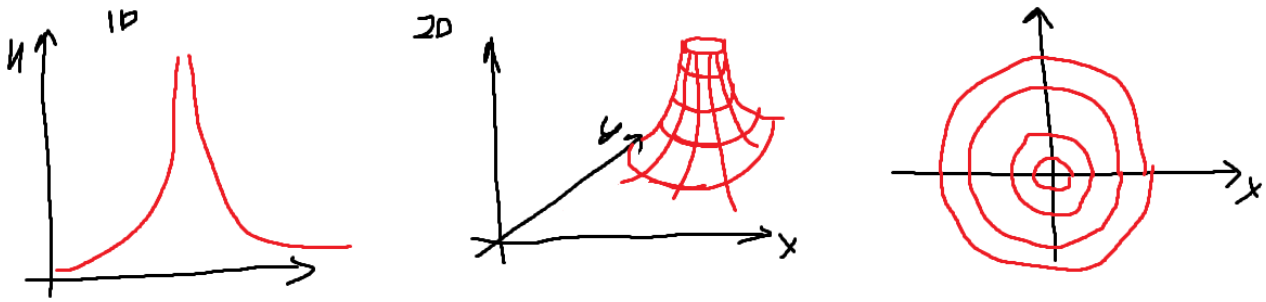
U az elektrosztatikai potenciál, mértékegysége:

$$[U] = \frac{N}{Cm} = V$$

A [Egyenlet 10]-be behelyettesitve az [Egyenlet 14]-t a következőt megkapjuk a Poisson-egyenletet:

$$-\text{div grad}\, U = \frac{\varrho}{\varepsilon_0} \quad \triangle U = -\frac{\varrho}{\varepsilon_0} \tag{15}$$

Hogyan lehet a potenciált ábrázolni?

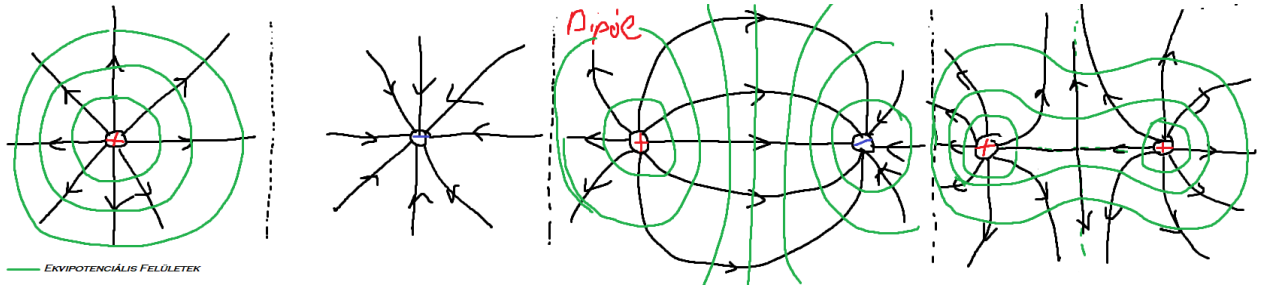


6. ábra. A potenciál ábrázolása

1.1.7. Ekvipotenciális felület

Olyan felület aminek minden pontjában az potenciál egyenlő. Ez a felület minden pontban merőleges a térerősségre. Ebből következik, hogy:

$$\text{grad } U \cdot d\underline{r} = 0 \tag{16}$$



7. ábra. Az erővonalak és ekvipotenciális felületek ábrázolása

1.1.8. Monopól

A monopól egy olyan töltés elrendezés, ahol a térben egyetlen pozitiv (ha mégsem akkor negativ) q töltés van. A monopól látható a 7. ábrán azon belül is az első (vagy második ábra). A Gauss-törvény megoldása monopólokra:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \quad \underline{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^3}\underline{r} \quad U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \tag{17}$$

Mert az ekvipotenciális felületek gömbök.
Tichy a 3. óra 1. felében beszél a dipólok elött a vonaltöltésekről és siktöltésekről. Mivel ez nincs benne a tételkiirásban nem irtam ki de ha még is kéne ott kell keresni,

1.1.9. Dipól

Kompenzáljuk ki a monopólust egy negativ töltéssel, amit rakjunk "közvetlenül" rá, ha ez nem megy rakjuk kicsit arrébb. Legyen a két töltés távolsága $\underline{l}$ vektor.

$$U(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{|\underline{r}-\underline{l}|} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{|\underline{r}|} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\underline{r}\underline{l}}{r^3} \tag{18}$$

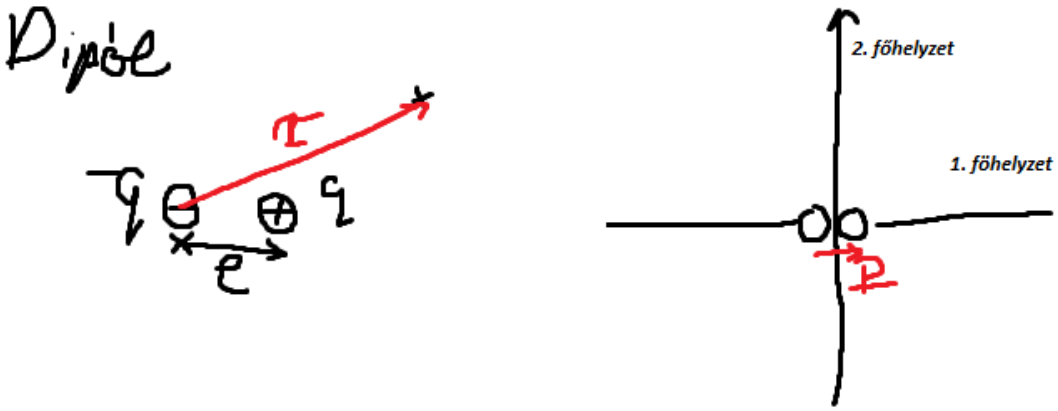
Bevezetjük a dipól momentumot, ami: $\underline{p} = q\underline{l}$. Ezt visszahelyettesitve a fönti egyenletbe:

$$U(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\underline{pr}}{r^3} \quad \propto \frac{1}{r^2} \tag{19}$$

A dipól momentumot azért vezettük be mert ezt tudjuk mérni, nem tudunk olyan közel menni, hogy l-t megnézzük.
A dipól elektromos tere:

$$\underline{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3(\underline{pr})\underline{r} - \underline{p}r^2}{r^5} \quad \propto \frac{1}{r^3} \tag{20}$$

Ezt tobább tudjuk diszkutálni Ez a térerősség függeni fog az iránytól. A dipólt körülvevő térnek két fontos iránya, helyzete van. Az egyik párhuzamos $\underline{p}$-vel a másik pedig merőleges rá.



8. ábra. A dipól ábrázolása.

A két főhelyzeten az erőtér:

$$\text{1 fh.} \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2|\underline{p}|}{r^3} \tag{21}$$

$$\text{2 fh.} \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|\underline{p}|}{r^3} \tag{22}$$

Ha egy dipólt külső térbe helyezünk akkor forgatónyomaték fog rá hatni és a dipól úgy fog beállni hogy a dipólmomentum párhuzamos legyen a külső térrel.

$$\underline{M} = \underline{p} \times \underline{E} \tag{23}$$

Ha a tér nem homogén akkor a dipólra erő is hat:

$$F_i = \frac{\partial E_i}{\partial x_j} p_j \tag{24}$$

több töltéssel is lehet töltéselrendezéseket alkotni.

1.1.10. Föld elektosztatikuspotenciálja

A földnek van egy töltése, de nincs neki dipólmomentuma (mert az attól függ mit választunk középpontnak). Viszont van neki egy quadrupól, octopól, stb momentuma és ezeket mérik műholdakkal. (itt nemtudum pontosan mit kéne)

1.2. megjegyzések

Sándli Lóránt

2. Elektrosztatika közegekben(vezetők és dielektrikumok)

Térerősség és potenciál vezetők felületénél, felületi töltéssűrűség, kapacitás fogalma, síkkondenzátor, szigetelők és elektrétek, a polarizáció fogalma, polarizációs töltéssűrűség, eltolási vektor, a Gauss törvény dielektrikumok esetén, határfeltételek.

2.1. Kidolgozás

2.1.1. Térerősség és potenciál vezetők felületénél

Elektromos térbe helyezzük a vezetőt (Tichy ezutána vezetőt fémnek hívta). Fém esetében a negatív töltések elmozdulnak, úgy, hogy a szélére mennek. Az elmozdult részecskék által keltett térerősség kikompenzálja egymást.

- A térerősség a vezetők belsejében mindig nulla.
- A térerősség a vezetők felületére merőleges, ha nem az lenne, akkor a töltésre olyan erő hatna, hogy annak el kéne mozdulnia.
- A potenciál a belsejében nem változik, mert az E vonalintegrálja 0, tehát ekvipotenciális (a potenciál annyi a belsejében, mint a külsején).

2.1.2. felületi töltéssűrűség

Töltött sík esetében, a töltéssűrűség az össztöltés elosztva a felülettel (ide igazából nem tudom kell-e több).

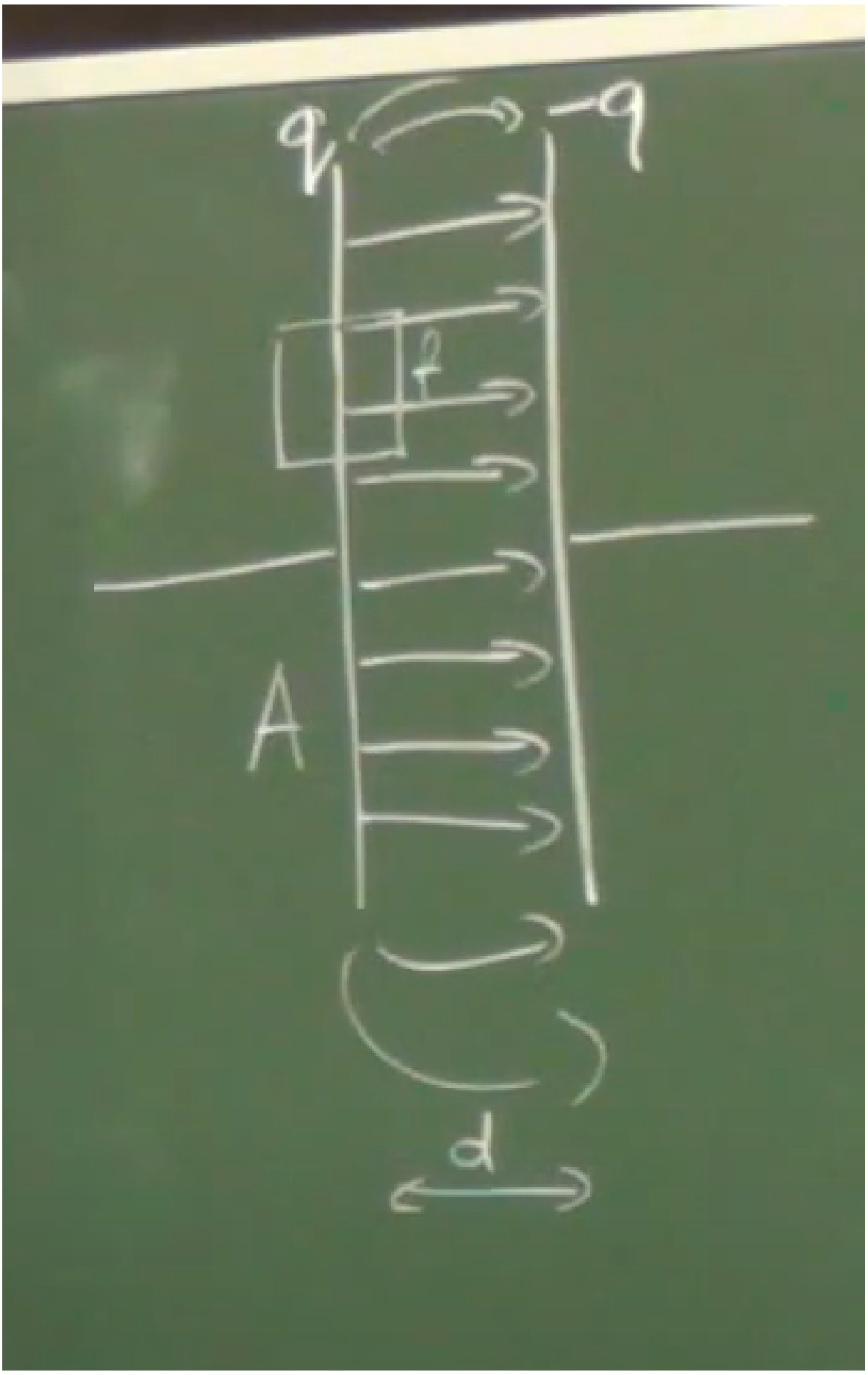
$$\sigma = \frac{q}{A} \tag{25}$$

2.1.3. kapacitás fogalma

Két vezetőt feltöltünk ellentétesen, vagy csak az egyiket pozitívra a másikat leföldeljük, és az a földből odavonzza a töltéseket. Azt tapasztaljuk, hogy a feszültségkülönbség arányos a töltéssel, az arányossági tényező a kapacitás. Minél nagyobb a kapacitás annál kissebb feszültségen nagyobb töltést tud tárolni.
Jele: C, $[C] = \frac{Coulomb}{Volt} = Farad.$ Kapacitás növelhető: felület növelése/fegyverzet távolság csökkentése

2.1.4. síkkondenzátor

Két fémlemezből áll, az egyik +q, a másik -q töltés van. A térerősség pozitív fegyverzettől mutat a negatív felé, és mind egyenesek, kivéve a széleken. A kondi szélén van szórt tér, de ez nem fontos, hiszen sokkal közelebb vana két fegyverzet egymáshoz, mint amilyen nagyok. A kondenzátor paraméterei: A-felület, d-a fegyverzetek távolsága és f egy téglatest felülete.



9. ábra. Síkkondenzátor

$$Ef = \frac{q}{\varepsilon_0}\frac{f}{A} \rightarrow E = \frac{q}{A\varepsilon_0} \tag{26}$$

Mivel a tér homogén a két fegyverzet közötti feszültség $U = Ed$.

$$U = Ed = \frac{q}{\varepsilon_0 A}d \tag{27}$$

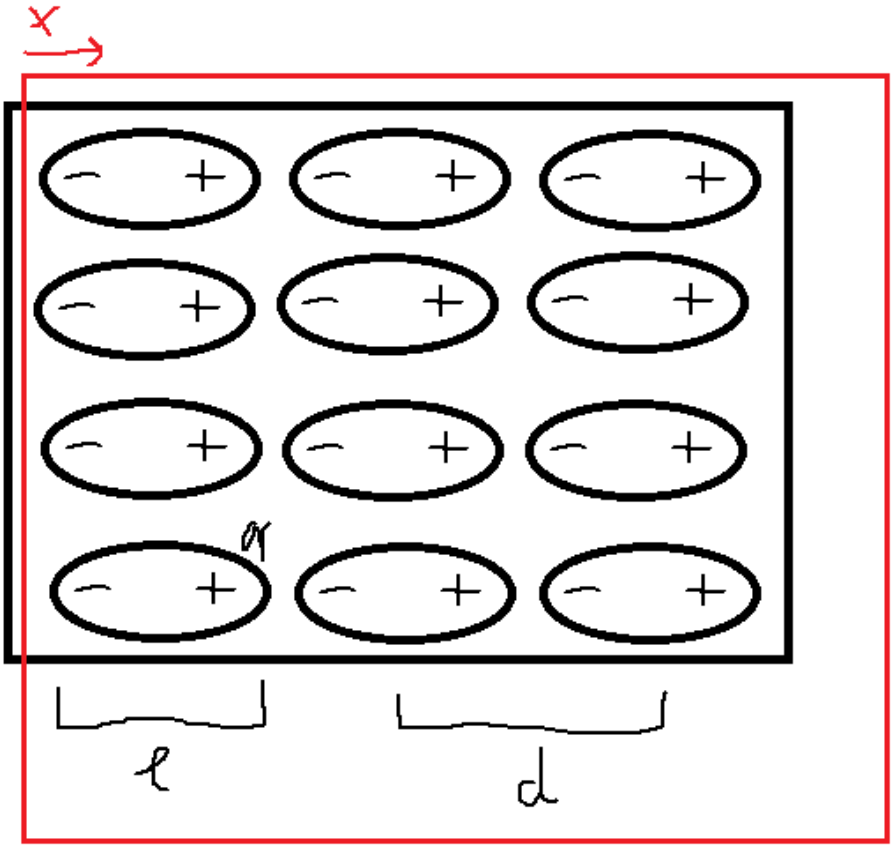
$$q = \varepsilon_0 \frac{A}{d}U \rightarrow C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \tag{28}$$

2.1.5. szigetelők és elektrétek

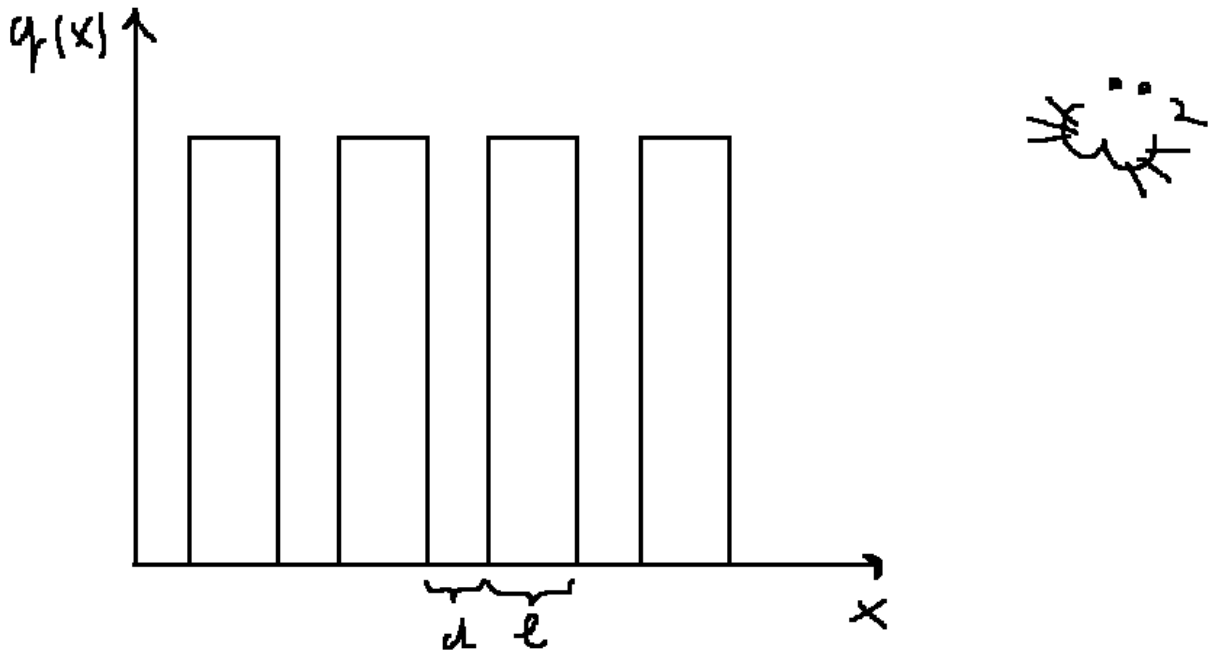
Szigetelőnek olyan anyagot nevezünk, amiben a töltések maximum egy molekulányit mozognak (de emiatt lesz ugye dipólmomentumuk). Elektrétek olyan anyagok, amelyek külső E tér hatására polarizálttá válnak, és az E tér megszűnésével is megőrzik a polarizáltságukat. Ilyenek például a ferromágneses anyagok (pl.: $BaTiO_3$-bárium-titanát).

2.1.6. a polarizáció fogalma

Polarizáció alatt igazából egy molekula dipólmomenumát értjük. Ez a molekula töltésével(q), és a töltések távolságával(l) adható meg, jele: p. A fentiekből következik, hogy $p = ql$.



10. ábra. Dielektrikum



11. ábra. Az össz töltés értéke annak a függvényében, hogy mekkora területet nézünk.

$$q_{atlag} = \frac{Nq_1 l}{d} = \frac{Nfp}{df} = \frac{Np}{df} f \tag{29}$$

Ahol $\frac{Np}{df}$ a térfogati polarizációs töltéssűrűség, jele P.

$$q_{polarizacios} = -\oint P df \tag{30}$$

$$\oint E df = \frac{1}{\varepsilon_0} \left(q_{valodi} + q_{polarizacios}\right) = \frac{1}{\varepsilon_0} q_{valodi} - \frac{1}{\varepsilon_0} \oint P df \tag{31}$$

A fenti egyenletet átrendezve:

$$\oint (\varepsilon_0 E + P) df = q_{valodi} \tag{32}$$

Ahol $\varepsilon_0 E + P$-t ezután D-vel jelöljük, és elektromos eltolásnak fogjuk hívni.

2.1.7. polarizációs töltéssűrűség

A polarizációs töltéssűrűség mértékegysége: $[P] = \frac{C}{m^2} = \frac{As}{m^2}$

- Elektrét:
  Elektréteknél a P jó közelítéssel állandó.

- Lineáris.
  Itt már kicsit máshogyan néz ki a töltéssűrűség: $P = \chi \varepsilon_0 E$. Ez azért néz ki, mert a P-t az E hozza létre, és reméljük, hogy a kettő között lineáris kapcsolat áll fenn. Az arányossági tényező kettejük között χ, amit elektromos szuszceptibilitásnak hívnak. Ennek a mértékegysége: $[\chi] = 1$.

2.1.8. eltolási vektor

Az előző pontban említettek miatt itt is két esetet kell nézni. Elektréteknél az elektromos eltolás $D = \varepsilon_0 E + P$. Viszont a lineáris esetben már máshogy fog kinézni: $D = \varepsilon_0 E + \chi\varepsilon_0 E = E\varepsilon_0(1+\chi)$, ahol az $(1+\chi)$-t relatív dielektromos állandónak hívjuk és ε_r-rel jelöljük. ($\varepsilon_0\varepsilon_r = \varepsilon$. Tudni kell még a következő összefüggéseket is:

$$\oint D df = q_{valodi} \tag{33}$$

$$\text{div } D = \rho_{valodi} \tag{34}$$

2.1.9. a Gauss törvény dielektrikumok esetén

Fentebb már le lett írva, de itt van újfent:

$$\oint E df = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(q_{valodi} + q_{polarizacios}\right) = \frac{1}{\varepsilon_0} q_{valodi} - \frac{1}{\varepsilon_0}\oint P df \tag{35}$$

2.1.10. határfeltételek

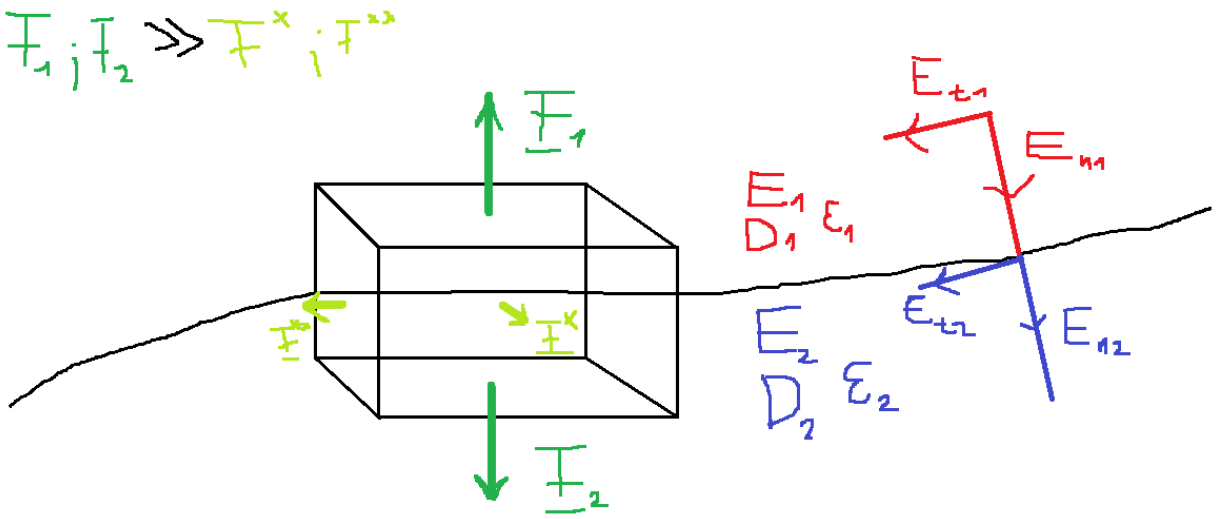
Mi történek két különböző permittivitású anyag találkozásánál? Először teremtsünk kapcsolatot E és D között.

$$\oint \underline{D} df = q \tag{36}$$

$$\oint \underline{E} dr = 0 \tag{37}$$

$$\underline{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r \underline{E} = \varepsilon \underline{E} \tag{38}$$

Ha egy teret írunk le, akkor sík helyen ε konstans, viszont a határfelületeken két különböző anyag esetében változik az értéke.



A felület sima, és egy kis hasábot helyezünk rá. Minél laposabb ez a hasáb annál jobban ráhúzódik a felületre és a közelítésünk annál jobb lesz. Az egymással ellentétes lapokra a következő összefüggés írható fel:

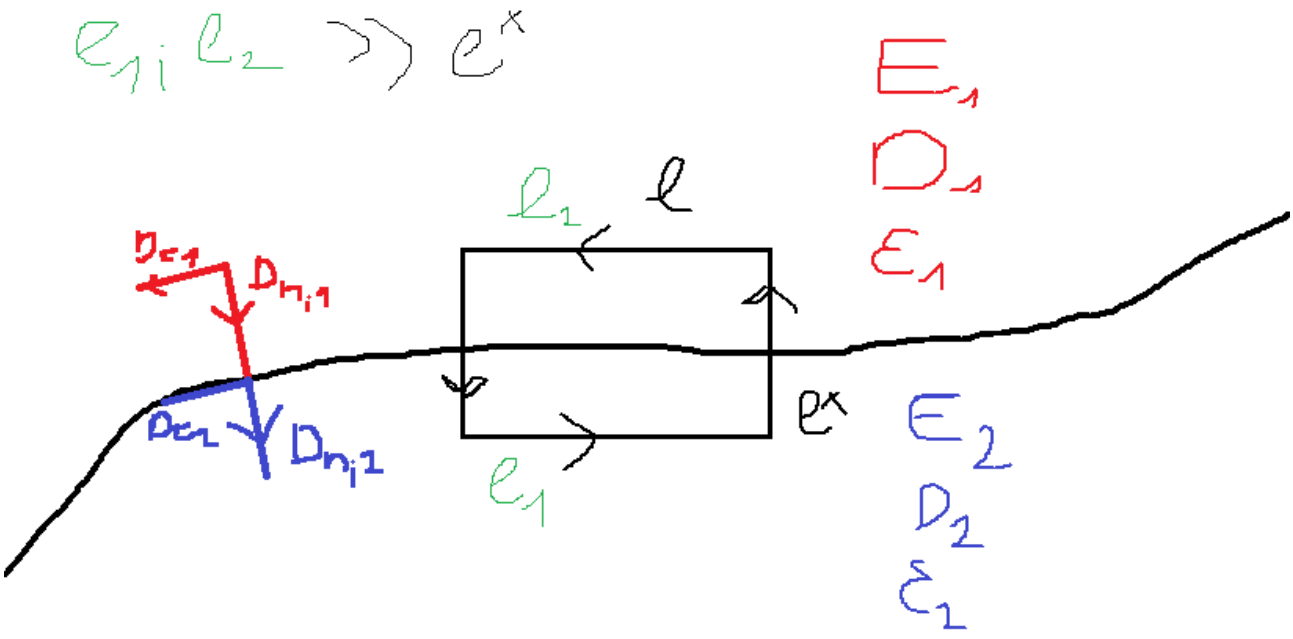
$$\oint Ddf = D_1F_1 + D_2F_2 = q \tag{39}$$

A hasáb másik 4 oldala a feltételek miatt kicsi járulékot ad, ezért azokkal nem foglalkozunk. Itt most a felületen lévő töltést számoltuk ki, ezt most vegyük nullának. Mivel skalárszorzunk két vektort ezért a D-nek egy normális komponensét kell venni.

$$|F_1| = |F_2| = F \tag{40}$$

$$D_{1,n}F - D_{n,2}F = 0 \tag{41}$$

$$D_{1,n} = D_{n,2} \tag{42}$$



Kis téglalapot veszünk, aminek az egyik oldala igazán kicsi (itt az l^* kicsi a másikhoz képest).

$$\oint Edr = E_1l_1 + E_2l_2 = 0 \tag{43}$$

A másik két járulék itt is kicsi.

$$|l_1| = |l_2| = l \tag{44}$$

$$E_{1,t}l - E_{2,t}l = 0 \tag{45}$$

$$E_{1,t} = E_{2,t} \tag{46}$$

Tehát láthatjuk, hogy a skalárszorzások miatt, a határfelületen a D-nek a normális, E-nek pedig a tangenciális komponense megy át folytonosan a felületen. Ez azért van mert az E nél ugye bezárunk töltéseket, és ez nem egyezik meg a két oldalon, ezért az E_n-eknek ugrása lesz, viszont ha egy hurkot felrajzolunk a síkra, akkor továbbra is igaznak kell lennie annak, hogy az E örvénymentes, de ez meg csak úgy lehetséges, ha az E_t-k megegyeznek. Továbbá tudjuk, hogy D forrásai a szabad töltéshordozók, amik nincsenek a dielektrikumban, ezért itt a fenti analógiát követve, amikor Gauss-felületet írunk fel a határra, nem zárunk be töltést, tehát D_n-ek folytonosan mennek át a felületen. A D_t-kről, meg tudjuk, hogy arányosak az E_t-kkel, az arányossági tényező pedig $\varepsilon_0\varepsilon_r$, de mivel ε_r különbözik a két anyagnál, ezért a tangenciális komponense a D-nek ugrást fog elszenvedni a határon. Legalábbis Vigh Máté így magyarázta el.

2.2. megjegyzések

Takács István

3. Mozgó töltések, áramok

Töltések és áramok, töltésmegmaradás, Ohm törvény, fémek, szupravezetők, elektrolitok, félvezetők, gázok és vákuum vezetési tulajdonságai, áramforrások, akkumulátorok, termofeszültség.Kirchhoff törvények származtatása,

3.1. Kidolgozás

3.1.1. Töltések és áramok

Áramok:

$$I(A) = \frac{dQ}{dT}$$

A területtől és a töltésmennyiségtől függ, hogy mekkora, $[I] = \frac{C}{s} = A$
Töltések mozgása:
1:
Szabad, azaz nincs fékező erő (vákuum, szupravezető, katódcső, fénycső), nincs kölcsönhatás. $m\frac{dv}{dt} = eE$, ahol e a töltés.
2:
Álatlános, azaz erős súrlódás van. $m\frac{dv}{dt} = eE - kv$, ahol $k = \frac{m}{\tau}$, $v = \frac{\tau}{m}eE$. Ha részecskék töltöttek, akkor áram folyik. $j = \rho v = e\rho\frac{\tau}{m}E = \sigma E$, ahol a σ a vezetőképesség.

3.1.2. Töltésmegmaradás

Csak úgy nem tűnik el egy helyen töltés, és generálódik egy másik helyen. Az áram viszi át a töltéseket az egyik helyről a másikra.
Kiviszünk töltést: $I(zartfelulet) + \frac{dQ}{dt}(feluletenbelul) = 0$. Ez így integrális mennyiség, a lokálisat jobban szeressük, legalábbis Zsolt mester szerint.
j-áramsűrűség, $[j] = \frac{A}{m^2}$

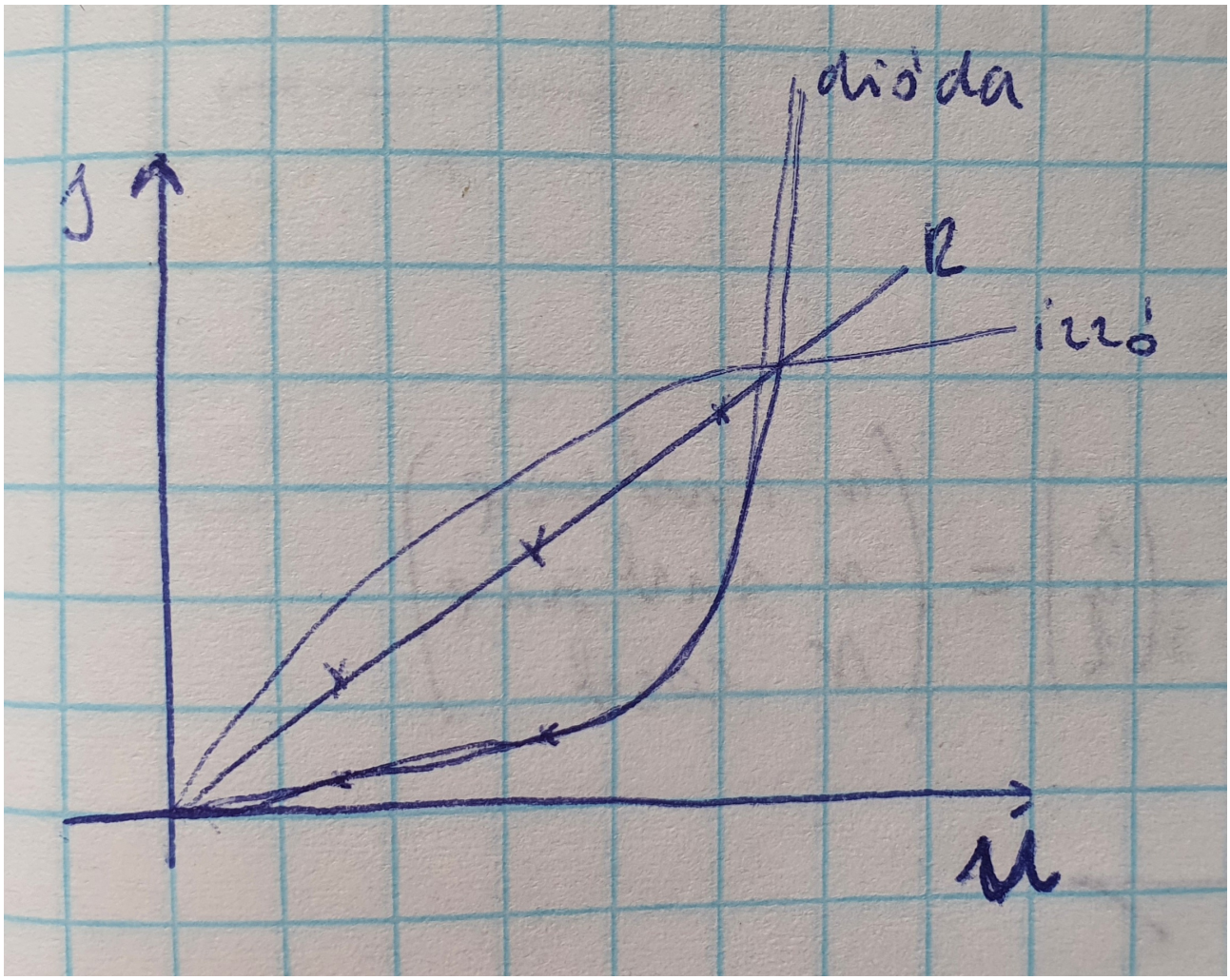
$$\oint jdf + \frac{d}{dt}\int \rho d^3r = 0 \tag{47}$$

$$\int div(j)d^3r + \int \frac{d\rho}{dt}d^3r = 0 \rightarrow \text{div } (j) + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \tag{48}$$

Ez pedig a kontinuitási egyenlet differenciális alakja levezetve az áramsűrűséggel, nem tudom fontos-e.

3.1.3. Ohm törvény

Két alakja van az Ohm-törvénynek: differenciális és integrális.
diff.: $j = \sigma E$, integrális: $I = \frac{U}{R}$.
Ez egy lineáris közelítés, ami ha a súrlódási tag egyszerű alakú, akkor kifejezetten jól működik, de a valóságban ez nem mindig van így. $j = \frac{I}{A} = \sigma E = \sigma\frac{U}{d} \rightarrow I = \sigma\frac{A}{d}U$, Az ellenállás: $R = \frac{1}{\sigma}\frac{d}{A}$, a vezetőképesség is kifejezhető, az ellenállás reciprokaként: $S = \sigma\frac{A}{d}$, ahol szigma a fajlagos vezetőképesség, illetve ρ a fajlagos ellenállás ami a fajlagos vezetőképesség reciproka.
Mértékegységek:
$[R] = \frac{V}{A} = \Omega$ ohm, $[S] = \frac{1}{\Omega} = S$ Siemens de fejjel lefele omega is lehet($\mho$), $[\rho] = \Omega m$, $[\sigma] = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\Omega m}$

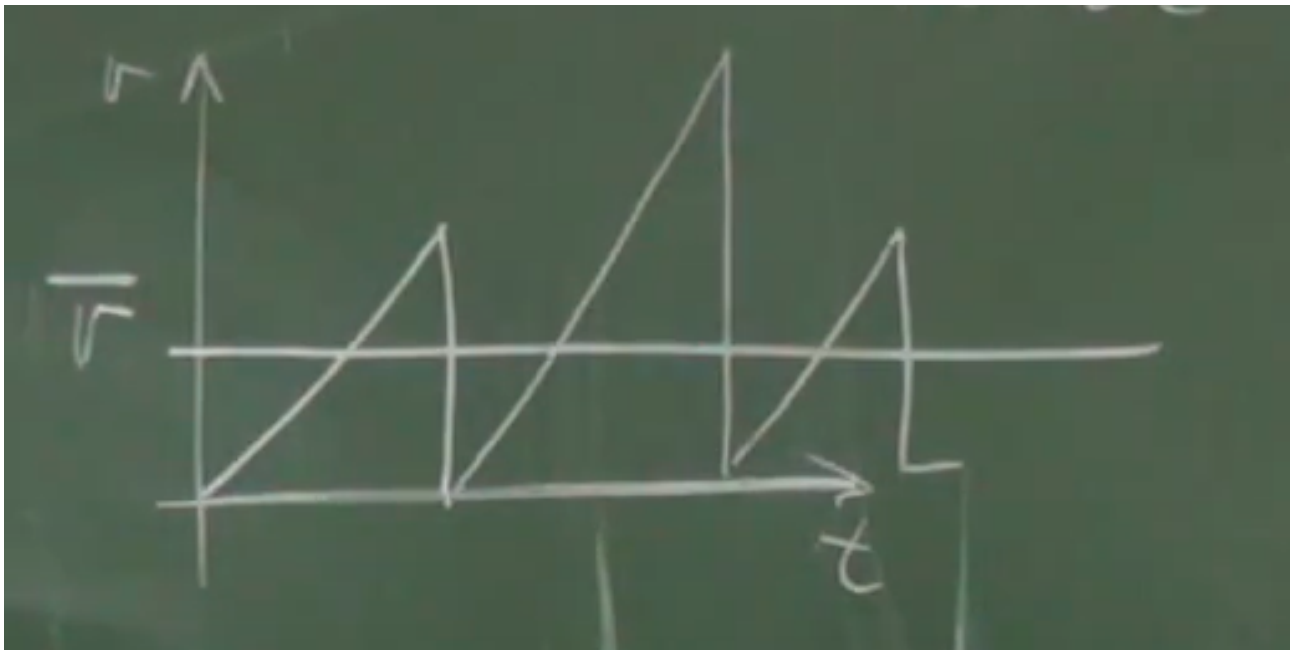

dioda
R
izvor
i
u

3.1.4. fémek

A fémek fajlagos vezetőképessége $10^{-8}\frac{1}{\Omega m}$ nagyságrend körül van. A fémekben az elektronok szabadon mozognak a rácsban.

$$m\dot{v} = eE \tag{49}$$

$$v = \frac{e}{m}Et \tag{50}$$



A fémekre jó közelítést ad sok esetben a Drude-modell, erről itt van pár dologk:

$$\overline{v} = \frac{e}{2m}E\tau \tag{51}$$

$$j = q\overline{v} = \frac{ne^2\tau}{2m}E \tag{52}$$

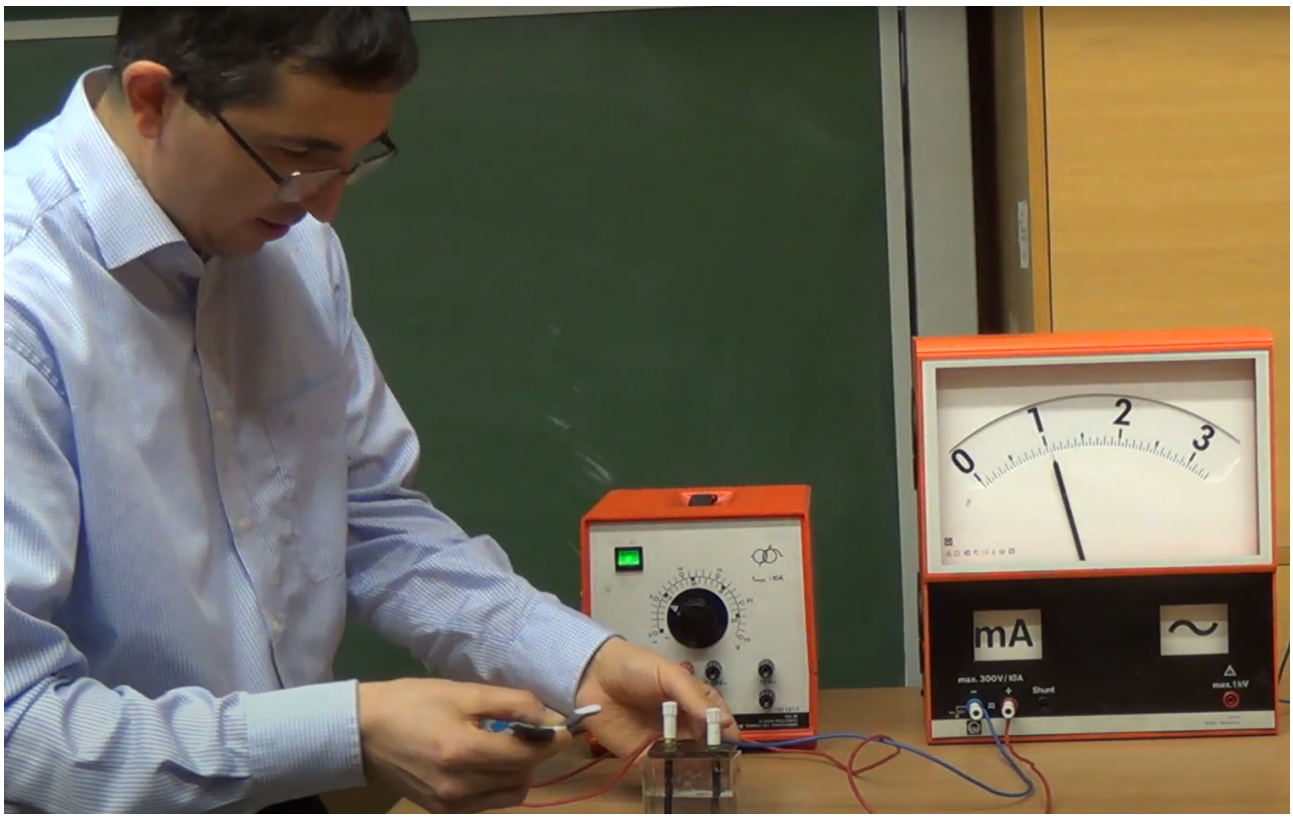
A τ-val jelölt dolog az ütközések között eltelt időt jelzi.

3.1.5. szupravezetők

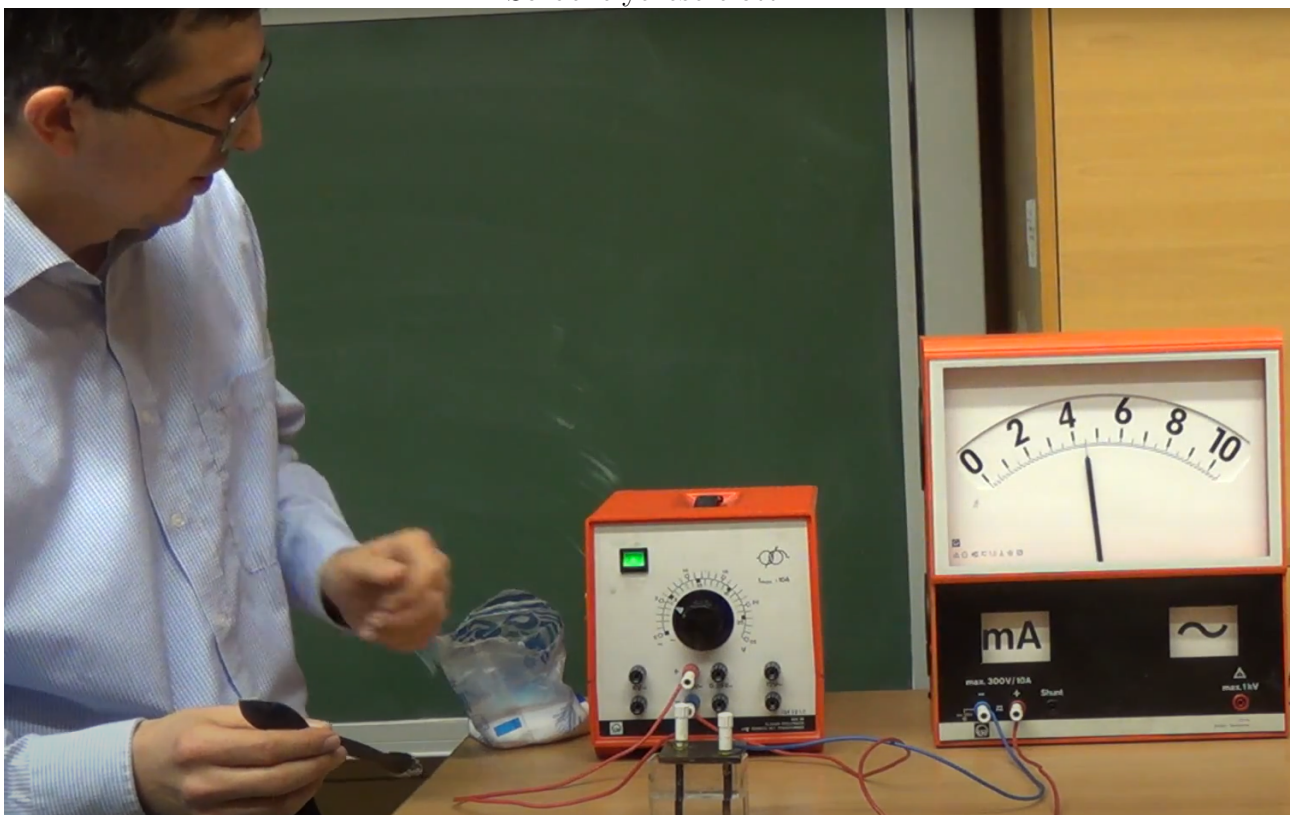
A szupravezető anyagok nagyon alacsony hőmérsékleten elvesztik elektromos ellenállásukat.

3.1.6. elektrolitok

Kémia folyamatok váltják ki a töltések áramlását. Elektrolitnak olyan oldatot nevezünk, amiben ionok vannak és ezáltal elektromos áram vezetésére képesek. Kísérlet: desztillált vízbe sót rakunk és megmérjük a vezetőképességét, majd ismétlem ezt a folyamatot. A tapasztalat az, hogy nő az áramerősség.



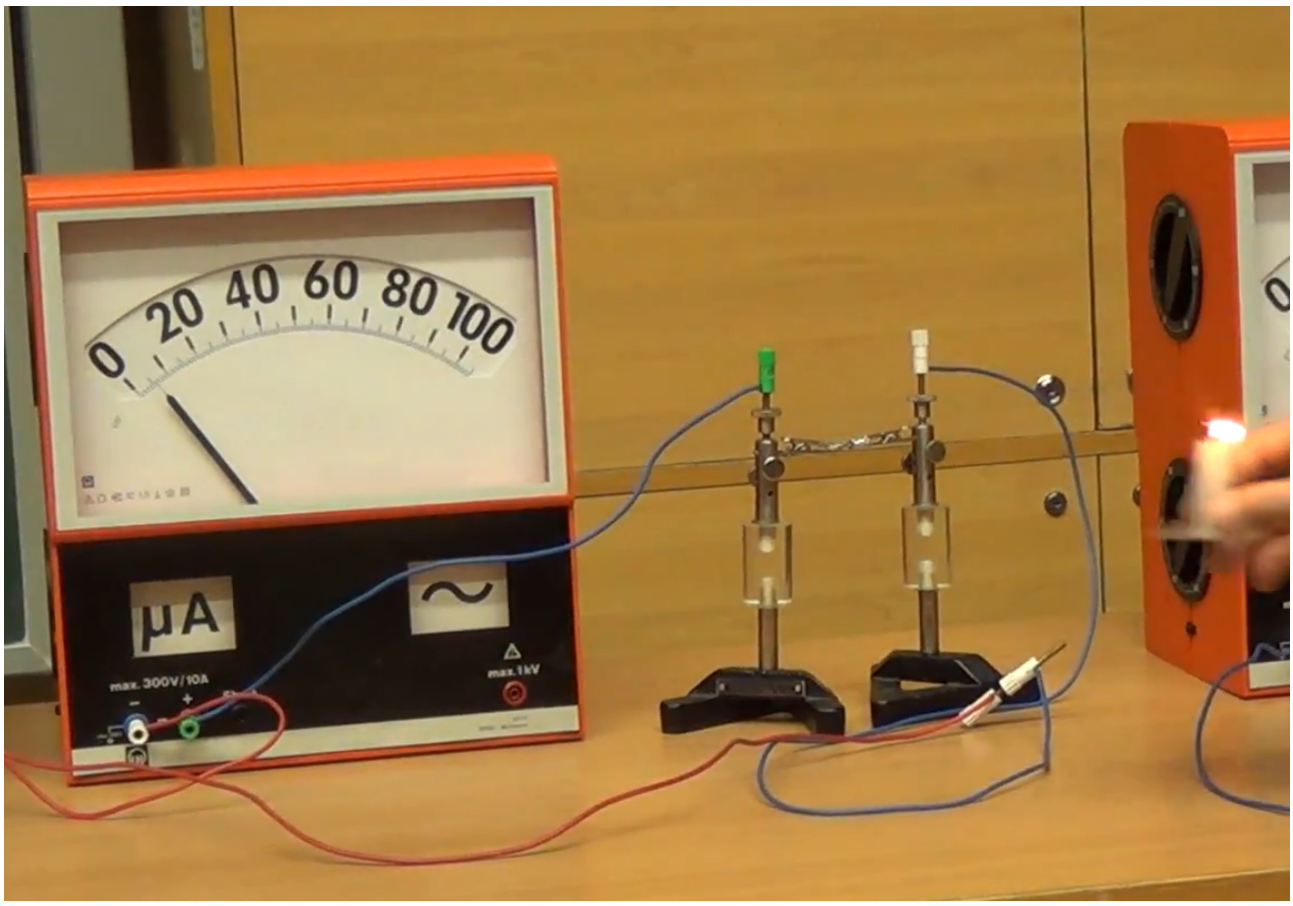
Só behelyezése előtt.



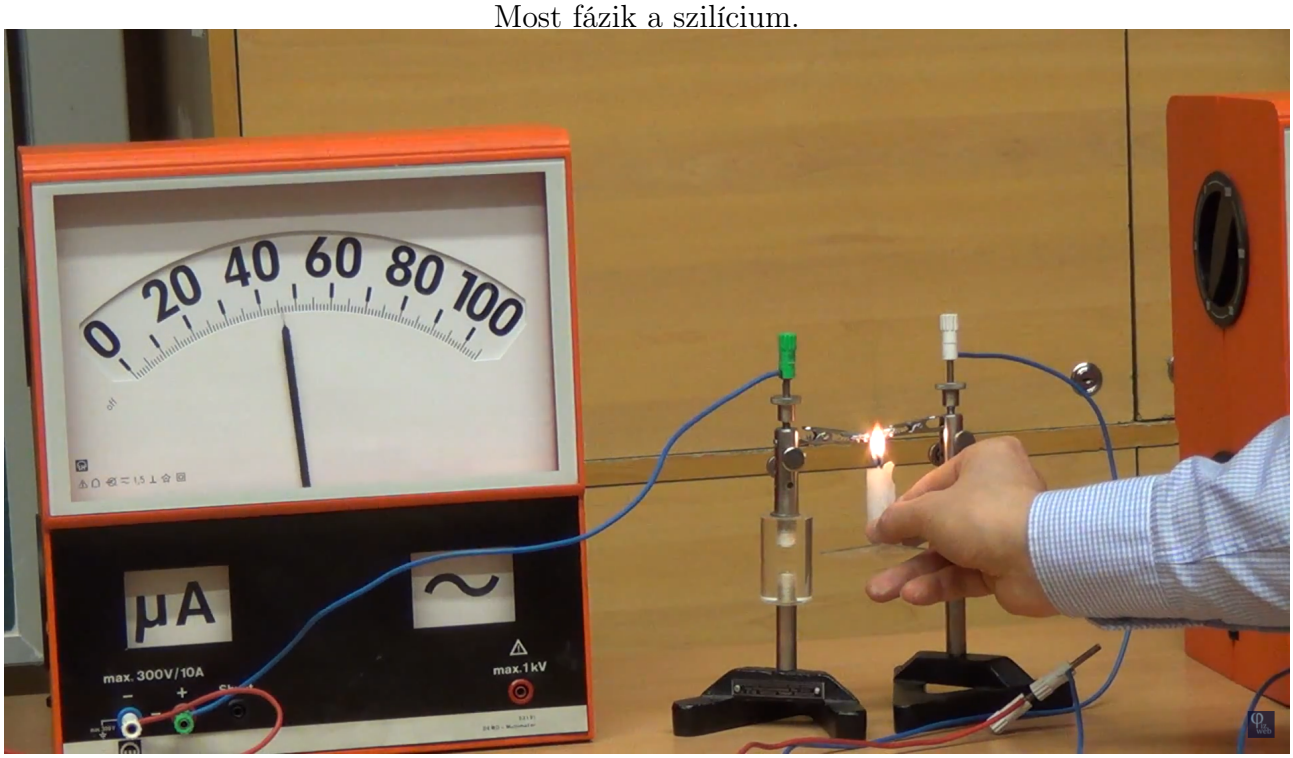
Só behelyezése után.

3.1.7. félvezetők

A szilícium fajlagos vezetőképessége $0.1 - 60 \frac{1}{\Omega m}$ között van. Úgy lehet a félvezetőket elképzelni, hogy elektronból és lyukakból állnak. Elektromos térerőt rákapcsolva elkezdenek mozogni. Melegítéssel változtatható az ellenállásuk.



Most fázik a szilícium.



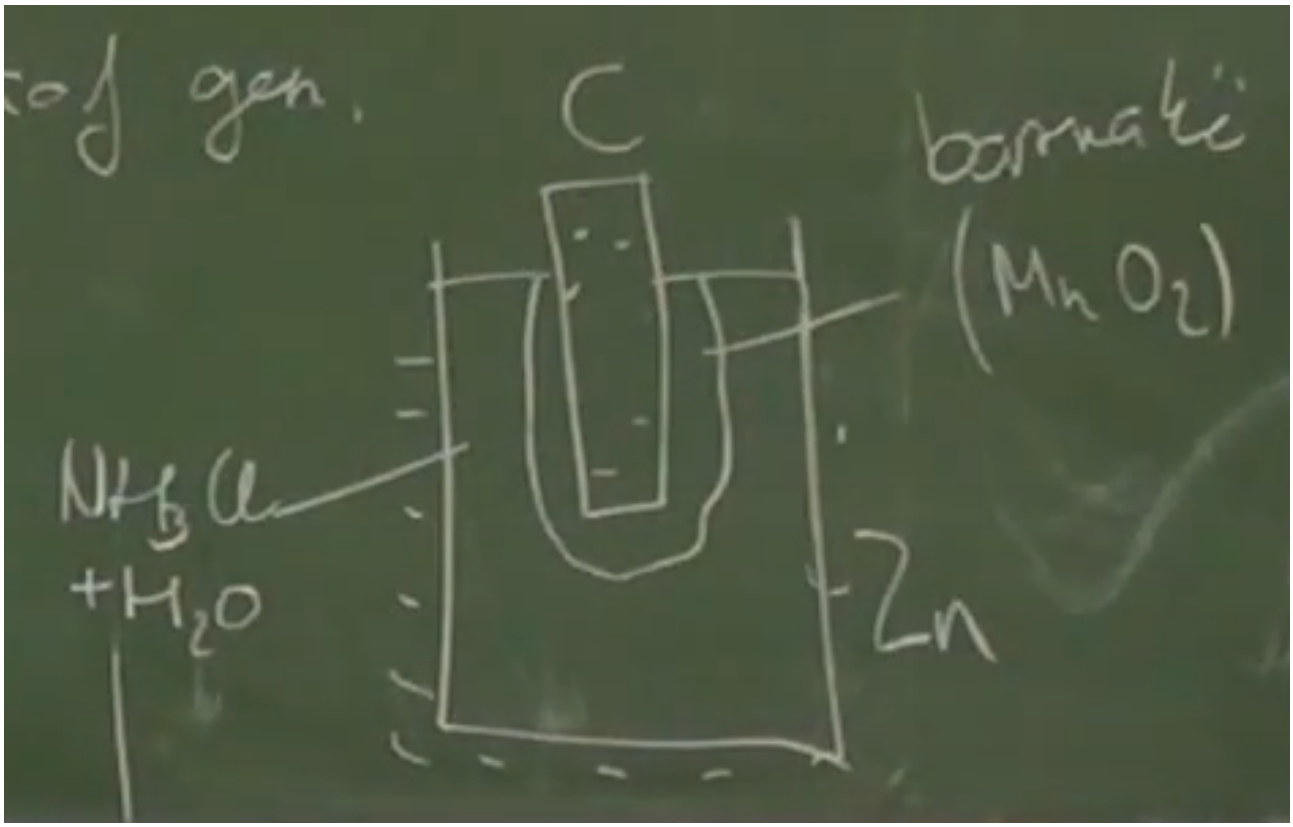
Most már nem fázik..

3.1.8. gázok és vákuum vezetési tulajdonságai

Gázok: nagy feszültség hatására kelthető feszültséghordozó.
Vákuum: nincs töltéshordozó nem vezet, de a fémfelületből ki lehet vinni a töltéshordozókat nagy feszültséggel vagy melegítés hatására.

3.1.9. áramforrások

A mechanikai energiát alakítja át:
Thomson-gép, Van-de Graaf generátor. Hátrányuk, hogy nem lehet nagy áramokat létrehozni ilyen módon.
Kémiai energiát alakít át:
elemek stb.



A szárazelem felépítése.

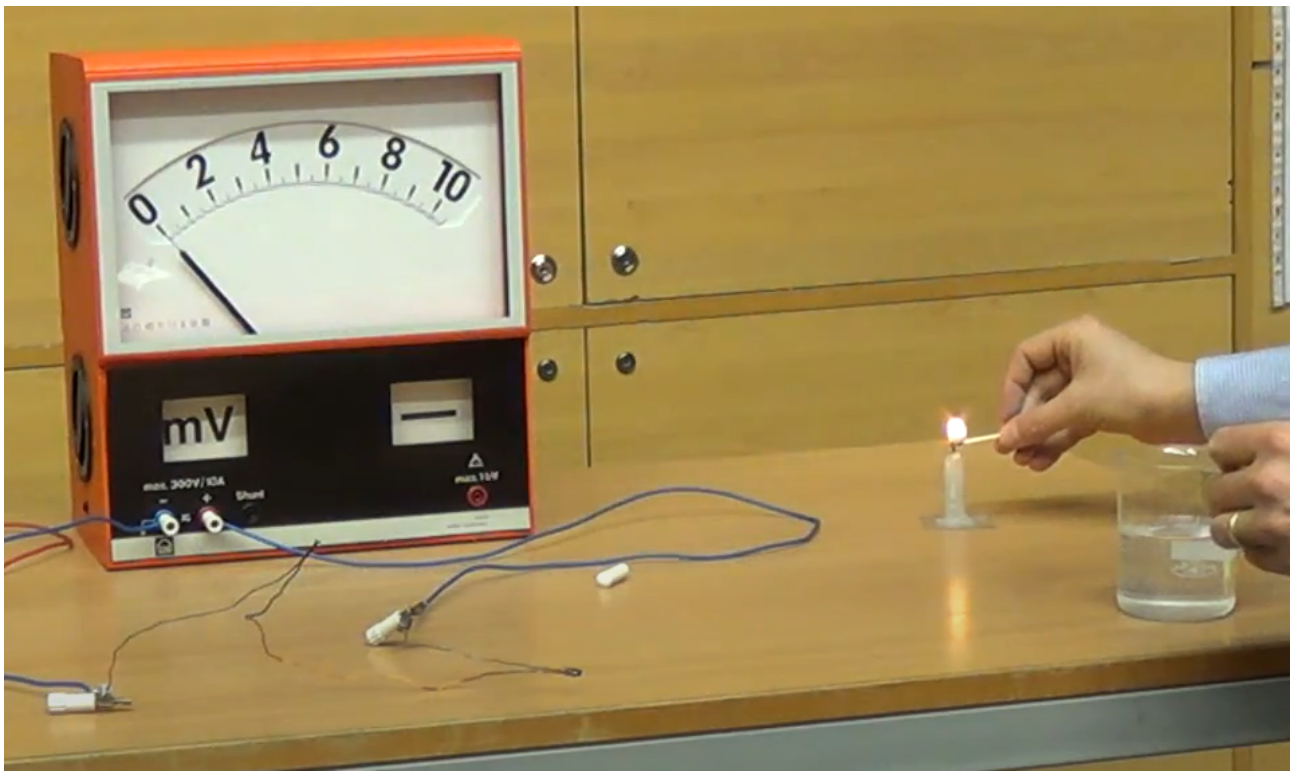
Szárazelem: szén elektróda, barnakő kádban, NH3Cl+H2O:szalmiáksó vizes oldatában, az egész pedig egy Zn edényben.

3.1.10. akkumulátorok

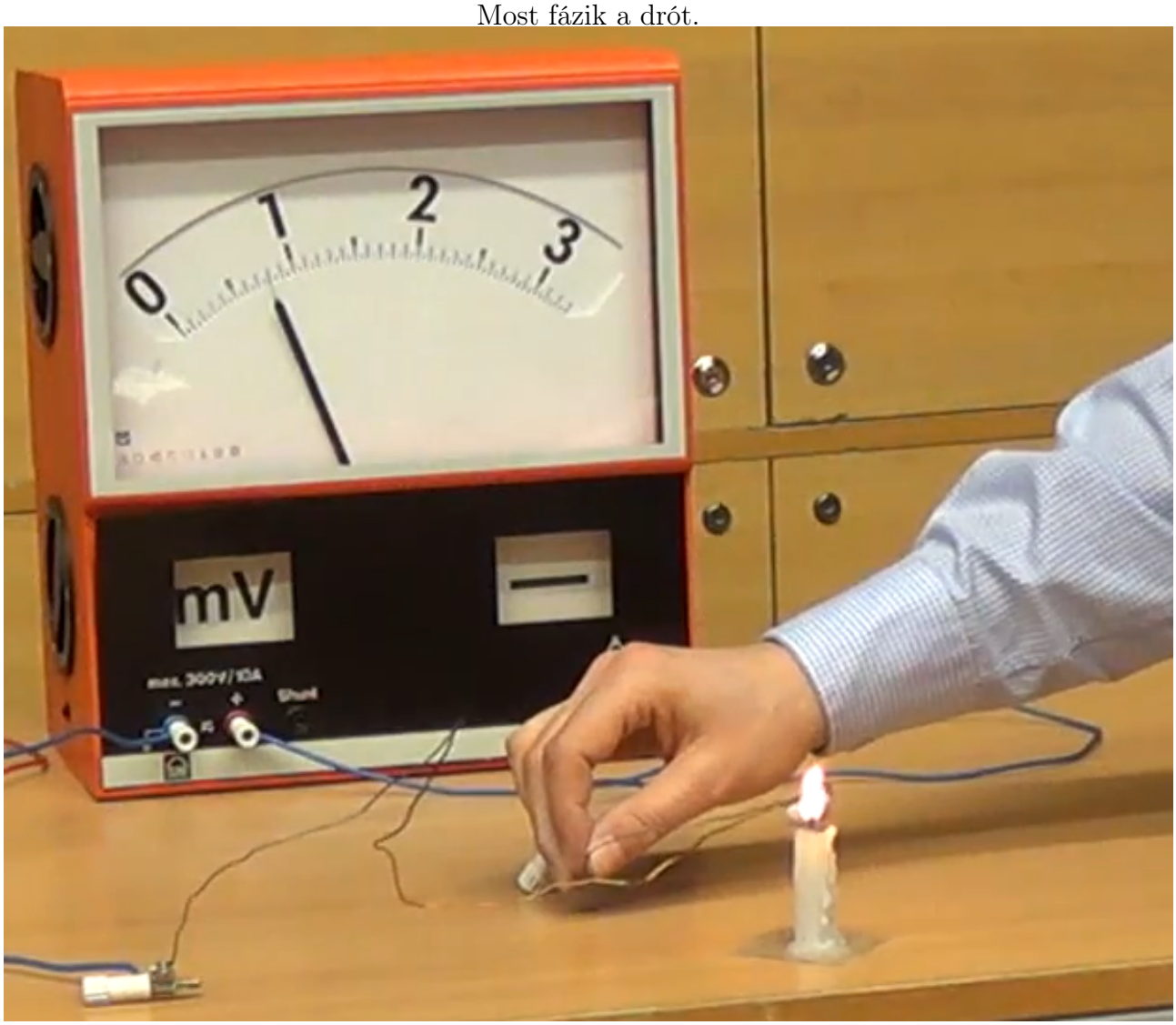
Erről úgy nem találtam semmit előadáson, szóval idk.

3.1.11. termoelemek

Hőmozgás hatására potenciálkülönbség keletkezik.



Most fázik a drót.



Most már nem fázik..

$$U = \alpha(T_2 - T_1) \tag{53}$$

Az α-t Seebeck együtthatónak hívják.

$$U = \alpha_1(T_1 - T_0) + \alpha_2(T_2 - T_1) + \alpha_3(T_1 - T_2) + \alpha_1(T_0 - T_1) = (\alpha_2 - \alpha_3)(T_2 - T_1) \tag{54}$$

Peltier hatás: áram hatására a kontaktusokon hő képződik, vagy nyelődik el.

3.1.12. termofeszültség. Kirchhoff törvények származtatása

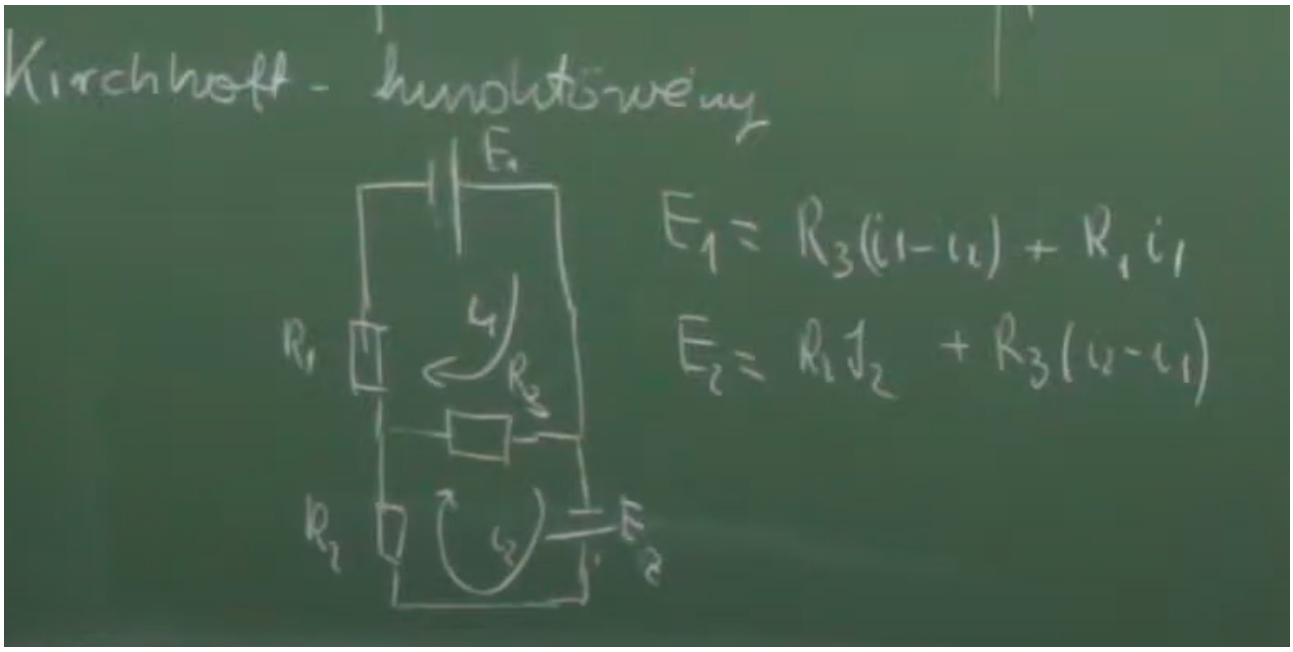
Kirchhoff-törvények:

$$\oint \underline{j} d\underline{f} = 0 \tag{55}$$

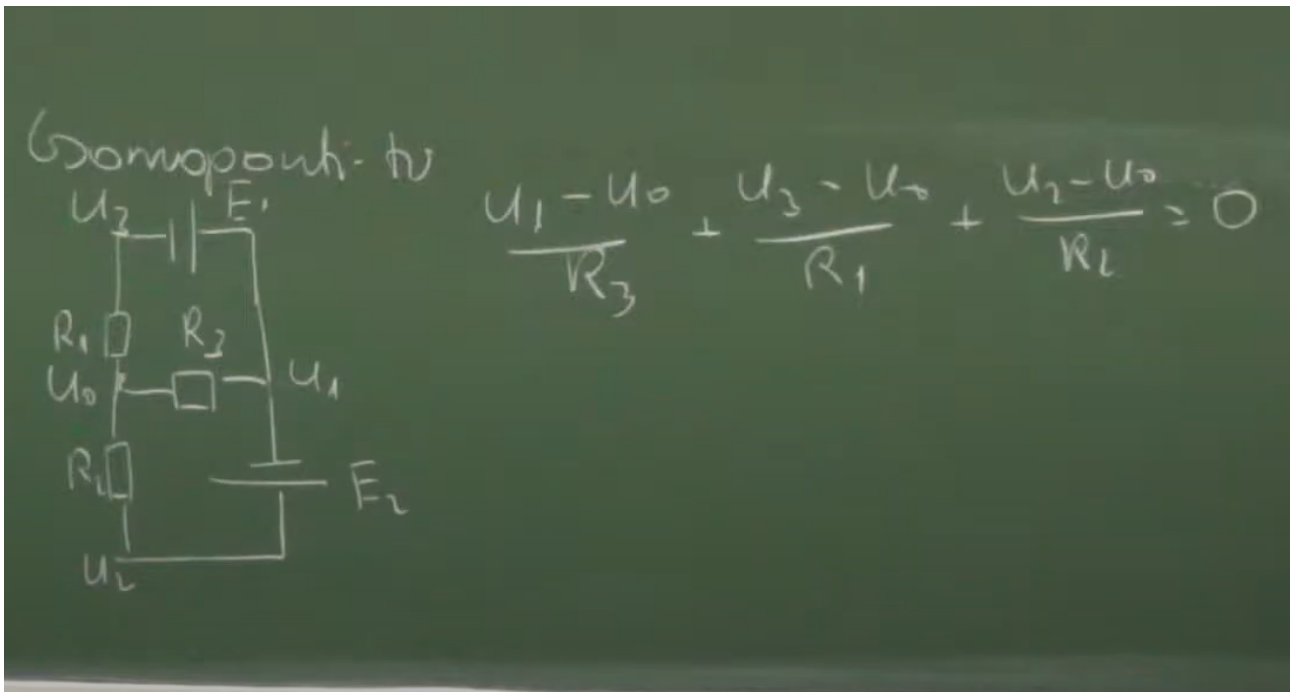
Vagyis minden csomópontba bemenő áram ki is jön.

$$\oint \underline{E} d\underline{r} = 0 \tag{56}$$

Az összes feszültségesés egy körben nulla.



Kirchhoff huroktörvény.



Kirchhoff csomóponti törvény.

3.2. megjegyzések

Takács István

4. Mágnesség

mágneses tér, mágneses tér alapegyenletei, két áram kölcsönhatása, az áramerősség definíciója, Biot-Savart formula, mágnesezettség, H és B vektor, ferromágneses, paramágneses és diamágneses anyagok, hiszterézis. Föld mágnessége.

4.1. kidolgozás

4.2. megjegyzések

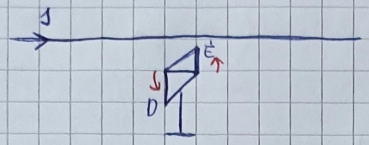
Takács István
Remélem nem tragikusan olvashatatlan....
A mágneses momentumnál az f az a felületvektor.

ELMÁG 4

MÁGNESSÉG:

- **mágneses tér:**

KÍSÉRLET: Ampére-kísérlet



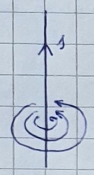
áram folyik a vezetékben
az alatta lévő iránytű elfordul

A mágneses erő a mozgó töltésekre hat:
- merőleges a töltés sebességére
- arányos a -"- sebességével
- arányos a töltéssel

$$F = q(\underline{v} \times \underline{B})$$

A mágneses indukcióvektor axiálvektor. $[B] = \frac{N}{C\,\frac{m}{s}} = \frac{VA\,\frac{s}{m}}{As\,\frac{m}{s}} = \frac{Vs}{m^2} = T$ (Tesla)

Pl.:



$|\underline{B}| = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$ // $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\frac{Vs}{Am}$

Mágneses monopólus nem létezik.

- **mágneses tér alapegyenletei:**

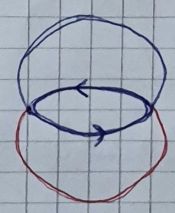
$\oint \underline{B}\, d\underline{f} = 0$ Bármely zárt felületre, ami $\underline{B}$ bemegy, ki is jön. (2)

$\oint \underline{B}\, d\underline{r} = \mu_0 I$ Bármely zárt görbére vett integrál, $\mu_0 I$? (1)

$$\left.\begin{aligned} (2) &= \int \operatorname{div} \underline{B}\; d^3r \\ (1) &= \int \operatorname{rot} \underline{B}\; d\underline{f} = \mu_0 \int \underline{j}\, d\underline{f} \end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{aligned} \operatorname{rot} \underline{B} &= \mu_0 \underline{j} \\ \operatorname{div} \underline{B} &= 0 \end{aligned}$$

!

Probléma: Egy peremhez van egy felület, de több felület is tartozhat egy görbéhez. Ha töltés lejön és megakad a lentiben akkor az átlénő töltések száma nem fog megegyezni a két felületen. A kontintinuitási egyenlet nem teljesül



$\operatorname{div}(\operatorname{rot}(\underline{B})) = 0 + \mu_0 \operatorname{div} \underline{j}$ // $\operatorname{div} \underline{j} = 0$

$\operatorname{div} \underline{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, csak ha a $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

$$\left.\begin{array}{l} \operatorname{div}\underline{E} = \frac{\varrho}{\varepsilon_0} \\ \operatorname{rot}\underline{E} = 0 \end{array}\right\} \underline{E} = -\operatorname{grad} u \quad ; \quad \operatorname{div}(\operatorname{grad}(u)) = -\frac{\varrho}{\varepsilon_0} \quad ; \quad \Delta u = -\frac{\varrho}{\varepsilon_0}$$

$$\rightarrow u(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{\varrho(\underline{r}')}{|\underline{r}-\underline{r}'|}\, d^3\underline{r}' \quad : \text{a töltéseket összeadom a térben.}$$

- **Biot-Savart formula**

Lehet-e a fentiekhez hasonlót csinálni mágneses térre? → Igen

$$\left.\begin{array}{l} \operatorname{rot}\underline{B} = \mu_0 \underline{j} \\ \operatorname{div}\underline{B} = 0 \end{array}\right\} \underline{B} = \operatorname{rot}\underline{A} \quad // \text{ vektorpotenciál}$$

A rotáció divergenciája 0, tehát $\operatorname{div}(\operatorname{rot}\underline{A}) = 0$ ✓

$$(\operatorname{div}\underline{B})_i = \frac{\partial B_i}{\partial x_i} \quad ; \quad (\operatorname{rot}\underline{A})_i = \varepsilon_{ijk}\frac{\partial A_k}{\partial x_j}$$

↳ $A = A + \operatorname{grad}\chi \qquad B = \operatorname{rot}\underline{A} + \operatorname{rot}(\operatorname{grad}\chi)$ // A gradiens rotációja nulla.

Feltesszük, hogy a $\operatorname{div}\underline{A} = 0$ // Coulomb-féltétel

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\underline{A}) = \mu_0 \underline{j} \longrightarrow \varepsilon_{ijk}\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\varepsilon_{kpq}\frac{\partial A_q}{\partial x_p}\right) = \mu_0 j_i$$

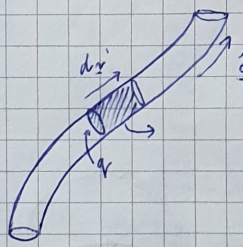
$$\downarrow$$

$$(\delta_{ip}\delta_{jq} - \delta_{iq}\delta_{jp})\frac{\partial^2 A_p}{\partial x_j \partial x_q} = \frac{\partial^2 A_q}{\partial x_q \partial x_i} - \frac{\partial^2 A_i}{\partial x_p \partial x_p} = \operatorname{grad}(\operatorname{div}\underline{A}) - \Delta\underline{A} = \mu_0 \underline{j}$$

↳ Mivel a ~~divergenciamentes~~ $\operatorname{div}\underline{A} = 0$, ezért $\Delta\underline{A} = -\mu_0\underline{j}$

↳ $$\underline{A}(\underline{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\underline{j}(\underline{r}')}{|\underline{r}-\underline{r}'|}\, d^3\underline{r}'$$

A Biot-Savartnál drótokban folyik az áram:



$$d^3r = q\,|dr'| \quad ; \quad \underline{j}(\underline{r}')\, d^3r = I\, dr'$$

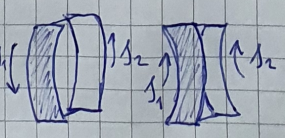
// $\operatorname{rot}(\lambda\underline{v}) = \lambda \operatorname{rot}\underline{v} + \operatorname{grad}\lambda \times \underline{v}$

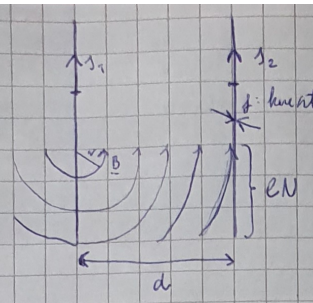
$$\varepsilon_{ijk}\frac{\partial(\lambda v_k)}{\partial x_j} = \lambda\varepsilon_{ijk}\frac{\partial v_k}{\partial x_j} + \varepsilon_{ijk}\frac{\partial\lambda}{\partial x_j}v_k$$

$$\underline{B} = \operatorname{rot}\underline{A}(\underline{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint \operatorname{grad}\frac{1}{|\underline{r}-\underline{r}'|}\times dr' = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint \frac{dr'\times(\underline{r}-\underline{r}')}{|\underline{r}-\underline{r}'|^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint \frac{(r-r')}{|\underline{r}-\underline{r}'|^3}\times dr'$$

- **Két áram kölcsönhatása**

KÍSÉRLET: Két alufóliacsík van egymás mellett. Ha az áram bennük ellentétesen folyik, taszítják, ha párhuzamosan, akkor vonzzák egymást.





Mivel végtelen hosszúak, ezért csak ℓ hosszúságú szakaszt nézünk.

$$|\underline{B}| = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{r} \quad \text{: általános, de most : } |\underline{B}| = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d}$$

$$|F_2| = Nqv\underline{B} = \left|Nqv\frac{\mu_0}{2\pi}I_1\frac{1}{d}\right| = \underbrace{\underbrace{\frac{Nq}{f\ell}}_{\text{térfogati töltéssűrűség}}\, v\, f}_{\underline{j}}\, B\ell = I_2 B\ell$$

$$F_2 = Nqv\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d}\ell$$

Ha az áramok egy irányba folynak : vonzza

Ha az áramok ellentétes irányba folynak : taszítja

- **áramerősség definíciója**

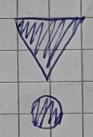
$I_1 = I_2 = 1A$; $d = 1m$; $\ell = 1m$

$$F = 4\pi 10^{-7}\frac{1}{2\pi}\frac{Vs}{Am} = 2\cdot 10^{-7}\frac{VAs}{m} = 2\cdot 10^{-7}N$$

Ez definiálja az Ampéret.

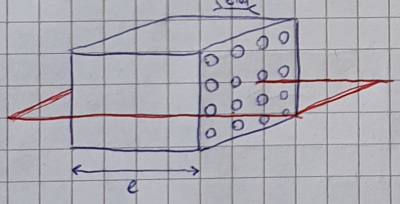
- **mágnesezettség** :

mágneses momentum : $\underline{m} = I\underline{f}$:



mágnesezettség : $\underline{M} = \frac{\underline{m}}{V}$: a mágneses momentum térfogati sűrűsége

Tfh.: A mágneses anyagban vannak kis köráramok:



f: köráram felülete
I: köráram árama
N_1: köráramok száma
N_2: egy lapon lévő köráramok száma
F: lap felülete

$$\oint \underline{B}\, d\underline{r} = \mu_0 I \rightarrow \oint \underline{B}\, d\underline{r} = \mu_0 N_1 I$$

erre jó a mágnesezettség

$$\oint \underline{B}\, d\underline{r} = \mu_0 N_1 I \underbrace{\frac{f}{F}N_2}_{\text{annak a valószínűsége, hogy belemegyek egy köráramba a vonal mentén}} = \mu_0 N_1 N_2 \frac{m}{F\ell}\ell \rightarrow \oint \underline{B}\, d\underline{r} = \mu_0 I_{(szabad)} + \mu_0 \int \underline{M}\, d\underline{r}$$

- **$\underline{H}$ és $\underline{B}$ vektor** :

$$\oint \underline{B}\, d\underline{r} = \mu_0 I_{szabad} + \mu_0 \oint \underline{M}\, d\underline{r}$$

// a kis köráramok átlaga egy nagy köráram a felületen

$$\oint \underbrace{\left(\frac{\underline{B}}{\mu_0} - \underline{M}\right)}_{\underline{H} = \text{mágneses térerősség}} = I_{szabad}$$

$$\left.\begin{aligned} \oint \underline{H}\, d\underline{r} &= I \\ \oint \underline{B}\, d\underline{f} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} \text{rot } \underline{H} &= \underline{j} \quad \text{(Gauss)} \\ \text{div } \underline{B} &= 0 \quad \text{(Stokes)} \end{aligned}$$

- **gyengén mágneses anyagok (para-, diamágnesek):**

→ minden lineáris → $\underline{M} = \chi \cdot \underline{H}$ // χ: mágneses szuszceptibilitás

$$\underline{B} = \mu_0 \underline{H} + \mu_0 \underline{M} = \underbrace{\mu_0 (1+\chi)}_{\mu = \mu_0 \mu_r} \underline{H}$$

Ha folyik áram, akkor az anyagra mindig hat indukció és forgatónyomaték, ha növeljük a B-t. Az, hogy dia vagy paramágneses attól függ melyik hatás erősebb.

DIA: indukció
PARA: forgatónyomaték

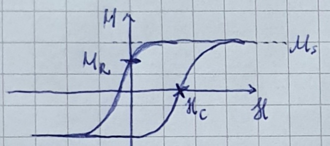
$[\chi] = 1$ $[\mu_r] = 1$ $[\mu_0] = \frac{Vs}{Am}$

paramágneses: $\chi > 0$; $\mu_r > 1$; $\mu > \mu_0$ | $10^{-2} < \chi < 10^{-5}$ | Ar, Ne, H_2, Cr, Bi
diamágneses: $\chi < 0$; $\mu_r < 1$; $\mu < \mu_0$ | $+10^{-2} < -\chi < 10^{-5}$ | Al, Cu, átmeneti fémek sói (Fe, Mn, Ni)

- **erősen mágneses anyagok (ferromágnesek):**

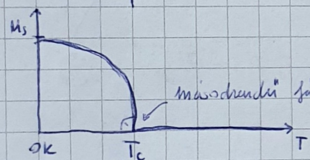
- ferromágnesek: $\mu_r \gg 1$
- szupravezetők: $\mu = 0$, $\chi = -1$: nem megy bele a mágneses tér (Meissner-hatás)

- **Hiszterézis:**

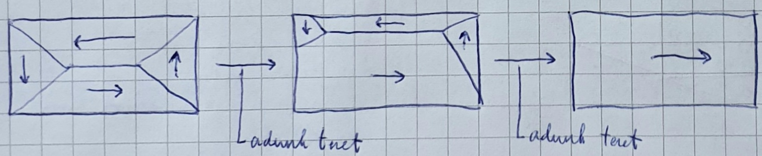


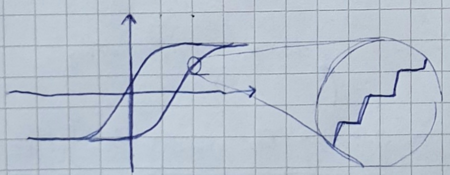
M_s: telítési mágnesezettség (szaturációs)
M_R: maradék mágnesezettség (remanens)
H_c: koercitív erő

H_c nagy: állandó mágnes
└ nagy a veszteség
H_c kicsi: lágymágnes
└ kicsi a veszteség



Miért alakul ki a hiszterézis?
A mágneses momentumok szeretnek irányba állni (Domén-szerkezet)





Amikor egy kis domén átfordul ugrik egyet.

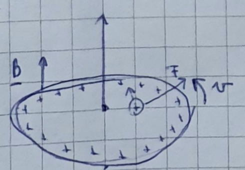
KÍSÉRLET: Barkhausen-zaj

Fémlapot mágneses térbe helyezünk, erősítőre kapcsoljuk. Amikor átfordul a domén, akkor zajt hallunk. Mágnessel forgattuk őket át.

- **Föld mágnessége**

Mi okozza a Föld mágneses terét?: jó kérdés.... a pólusok átbillennek időnként
└ legalábbis periodicitást mutat

Modell:



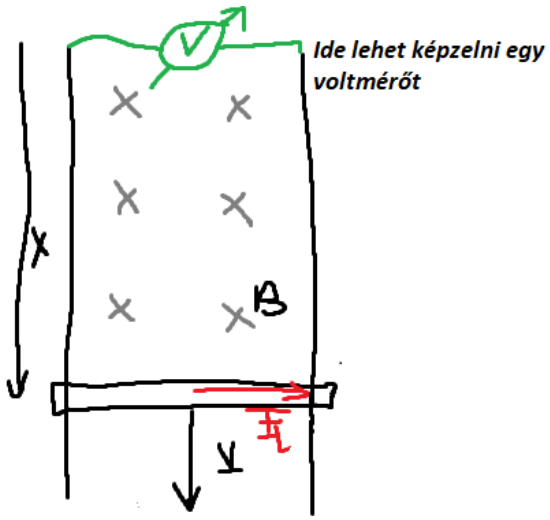
Forgó fémtárcsa
a pozitív töltések kintebb helyezkednek
ha egy pozitív töltés beljebb van, arra kifelé mert olyan erő hat rá
↳ ez a Dinamó-elv (ha így lenne állandó lenne a Föld tere)

5. Indukció

Nyugalmi és mozgási indukció, tekercs, szolenoid, toroid, önindukció és kölcsönös indukció fogalma, transzformátor, Lenz-törvény

5.1. Kidolgozás

5.2. Mozgási indukció



12. ábra. Mozgási indukció

A 12. összeállításban a kereszrúd v sebességgel szalad. Ahogy megy, a benne lévő elektronok is halandak ezért rájuk Lorentz-erő fog hatni:

$$\underline{F} = q(\underline{v} \times \underline{B}) \rightarrow F = qvB \tag{57}$$

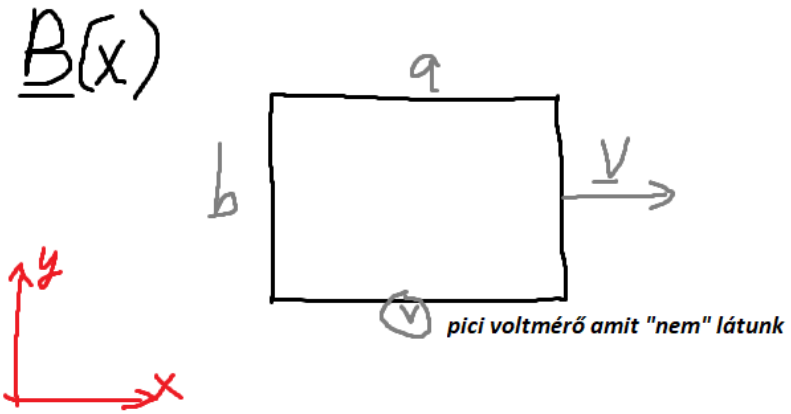
Ezért ha nem zárjuk rövidre a drótokat, akkor a kialakul egy feszültség különbség, mert elterelte a töltéseket az egyik irányba. A munka ami ahoz szükséges hogy egy töltést a rúd két vége között mozgassunk F erővel:

$$W = Fl = qvBl \rightarrow U = vBl \tag{58}$$

Ezt nevezzük indukált feszültségnek, indukált potenciállnak

$$U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} \overset{itt}{=} -\frac{dBlx}{dt} = -Blv \qquad \left(\Phi = \int \underline{B} d\underline{f}\right) \tag{59}$$

Tehát itt is igaz, hogy a kialakult potenciál a fluxusváltozás deriváltja.



13. ábra. Mozgási indukció nem állandó mágneses térben.

Másik eset ha inhomogén a mégneses térben szalad egy keret. Homogén esetben a b hosszúságú oldalakon indukált feszültség ugyanannyi lenne ezért ki ejtenék egymást. Viszont nem homogén a terünk ezért indukálódni fog feszültség amit egy piciny voltmérővel tudunk mérni (végtelen R -> nem folyik áram). A munka hogy körbevigyünk egy töltést a kereten:

$$W = qvB(x-a)b - qvB(x)b = q(B(x+a) - B(x))b\frac{a}{t} = q\frac{B(x+t)-B(x)}{t}ab = q\frac{dB}{dt}ab \quad (60)$$

$$U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dBab}{dt} \quad (61)$$

Ez már megfelelő vonatkoztatási rendszerből nyugalmi indukció, mert a ha én rajta állok a kereten akkor a keret nem mozog és a mágneses tér változik. (Persze ha hiszel ezekben a vonatkoztatási rendszerben, mert Einstein hülye és én vagyok a helikopter).

5.2.1. Lenz-törvény

A negatív előjel nem véletlenül van benne ezekben az általános képletekben. **Lenz-törvény**e szerint az indukált áram iránya mindig olyan hogy az áramot csökkentse. Tehát a keletkező áram mágneses tere csökkenti a keretben lévő mágneses teret.
A Lenz törvényhez tartozik pár klasszik kisérlet. Pl. ha fémlap végű inga leng mágneses térben akkor gyorsan megáll, viszont ha fésűt lengetünk akkor nem tud áram folyni igy ő leng normálisan. A másik klasszik amikor mágnest ejtünk rézcsőben és az sokáig fog tartani.

5.2.2. Nyugalmi indukció

Az eddigi egyenleteinkben nem volt benne a nyugalmi indukció. Ezért meg kell változtatnunk őket. Ezt a törvényt kell módositanunk:

$$\oint \underline{E}d\underline{r} = -\frac{d}{dt}\int \underline{B}d\underline{f} \quad (62)$$

A fenti egyenlet egy zárt körben vett feszültség. Ezzel rá jöttünk arra hogy nincs feszültség, most már ha körbemegyünk egy zárt görbén az nem lesz 0 így E nem irható fel valaminek a gradienseként. Mégis beszélünk gradiensről.
Ez az egyenlet azt jelenti, hogy ha van nekem egy nyílt felületem és megnézem a mágneses

indukciót, akkor ennek a deriváltja megegyezik azzal ha a felülethez tartozó zárt hurkon végigfutunk és elvégezzük a baloldali integrált. megnézzük a fluxust.
Ezeket átváltoztatjuk differenciálos formára:

$$\text{rot } \underline{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} \tag{63}$$

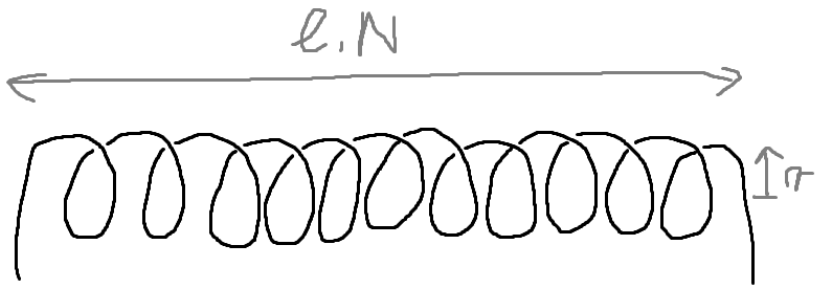
Ha vesszük mindkét oldal divergenciáját, akkor nullát kapunk mindkét oldalon (juhú!). Itt érdekességet a jobb oldalban lehet találni.

$$-\frac{d}{dt}\text{div } \underline{B} = 0$$

ez azt jelenti hogy div B nem függ az időtől. Ha felteszem hogy div B kezdetben 0 akkor a folyamat során ez mindig igaz marad.

5.2.3. Szolenoid

Legyen egy hosszú szolenoidunk a 14. ábra szerint:



14. ábra. Szolenoid hogy néz ki és fontos paraméterei.

Ekkor ki tudjuk számolni H-t és B-t, persze elhanyagoljuk azokat a részeket amiktől nehéz lenne a számolás.

$$Hl = NI \rightarrow H = \frac{IN}{l} \quad , \quad B = \mu_0 \frac{IN}{l} \tag{64}$$

Ha ebben az áram változik akkor változik B is és változik a fluxus is. Itt feltételezzük hogy a rendszer geometriája állandó. Számoljuk ki a fluxust, ehhez a drót mentén kell végigintegrálnunk. Ehhez elég kiszámolnunk egy kör/hurok akármi területét és ezt szorozni N-nel, mert az egész szoleniodban N darabszor döfi át a fluxus ezt a területet.

$$\Phi = Br^2\pi N = \mu_0 \frac{r^2\pi}{l} N^2 I \tag{65}$$

Ebből megadható az indukált feszültség:

$$U_{ind} = \mu_0 \frac{r^2\pi N^2}{l} \frac{dI}{dt} \tag{66}$$

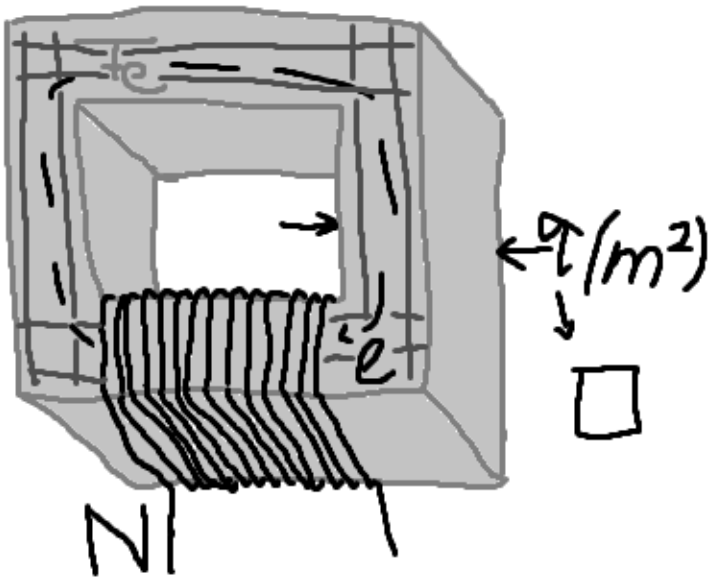
Ebben az egyenletben a konstansokat, a μ_0 univerzális konstanst és a $\frac{r^2\pi N^2}{l}$ geometria konstanst (legalábbis mi annak vesszük) közösen egy új változóba pakoljuk:

$$L = \mu_0 \frac{r^2\pi N^2}{l} \quad [L] = \frac{Vs}{A} = H \text{ (Henri(magyaros), Honri (franciásan kell mondani))}$$

Ez az önindukciós együttható. Ez irja le hogyan fog viselkedni az adott szolenoid változó áram hatására.

5.2.4. Toroid

Vegyünk egy fémmel töltött tekercset, jelen esetben egy toroidot.

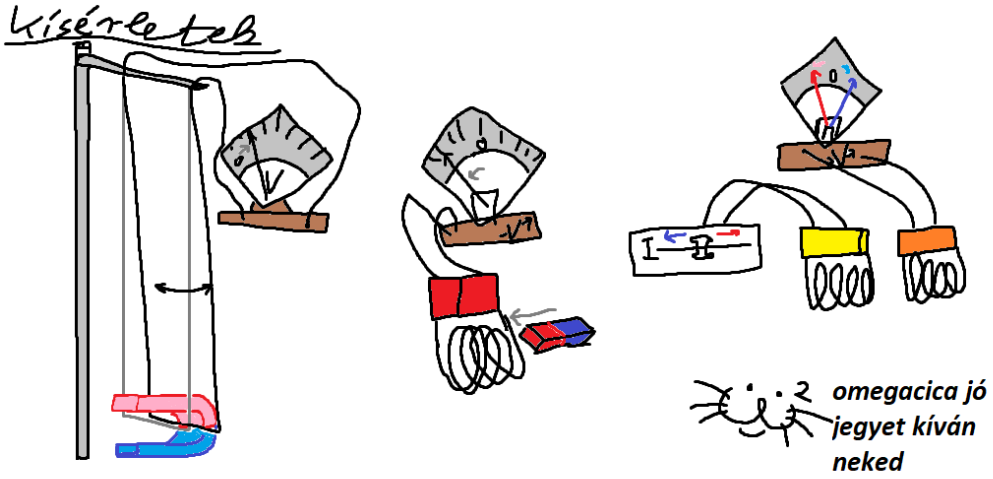


15. ábra. Toroid hogy néz ki és fontos paraméterei.

Itt a H-t és a B-t ugyanúgy számolhatjuk ki, viszont az indukált feszültség más lesz:

$$U_{ind} = \mu_0 \frac{q}{l} \frac{dI}{dt} = L \frac{dI}{dt} \quad L_{Toroid} = \mu_0 \frac{q}{l} \tag{67}$$

Figyelni kell hogy a mag ne vezessen. Ezt vasnál úgy oldják meg, hogy a tömböt lemezekből rakják össze és a lemezek közé szigetelőket raknak a 15. ábra szerint. Ezzel megakadályozzák, hogy folyjon az áram viszont a fluxusnak nem szabnak gátat.



16. ábra. Ehhez a részhez tartozó kiserletek.

5.2.5. Kölcsönös indukció

Legyen két tekercsünk egymás mellett. Az elsőben folyik I_1 áram a másodikban I_2 áram. Mindkettő áram időfuggő.

17. ábra. A kölcsönös indukció két tekercse (sorry hogy lábujjak lettek).

Az első tekercsben feszültség indukálódik a rajta átfolyó és a második tekercsben folyó áram miatt, ez az U_1. Hasonlómód a másikra, a rajta indukálódott összfeszültség az U_2. Felírhatjuk, hogy:

$$\begin{aligned} U_1 &= L_{11}\frac{dI_1}{dt} + L_{12}\frac{dI_2}{dt} \\ U_2 &= L_{21}\frac{dI_1}{dt} + L_{22}\frac{dI_1}{dt} \end{aligned} \tag{68}$$

Mátrixos alakban, mert nagyon szerette ezeket Tichy:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} I_2 \\ I_1 \end{pmatrix} \tag{69}$$

$L_{11}\,[L_1]$ és $L_{22}\,[L_2]$ a megfelelő tekercsek önindukciós együtthatói, $L_{12}\,[M]$ a kölcsönös indukciós együttható. Azért csak az egyik mert $L_{12} \equiv L_{21}$ MINDIG! (ha mégse akkor mi vagyunk a hülyék). Ezt el kell hinnünk Tichynek.
Ez a kölcsönös indukció annyit takar hogy a két tekercs hatással van egymásra.
Kapcsoljuk össze a tekercseinket egy vasmaggal! Ez lesz a szoros csatolás. Ilyenkor megadható a kölcsönös indukció számszerűleg:

$$L_{12} = \sqrt{L_1 L_2} \tag{70}$$

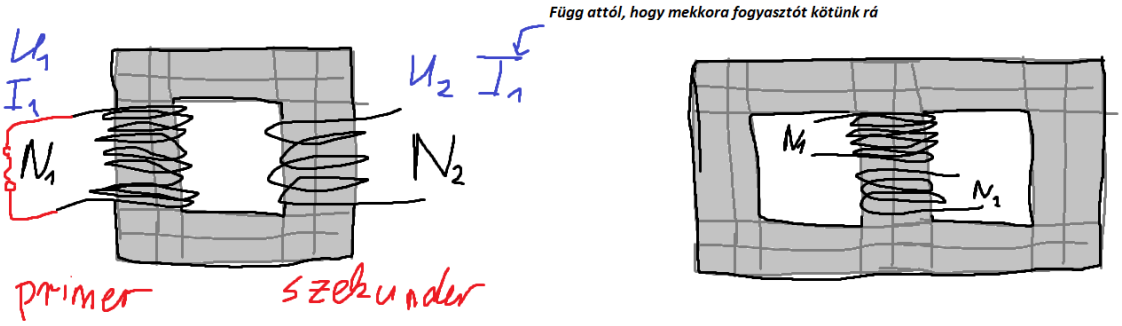
itt még a következők is teljesülnek:

$$L_1 = \alpha N_1^2 \quad L_{12} = \alpha N_1 N_2 \quad L_2 = \alpha N_2^2 \tag{71}$$

Ezt hivjuk **transzformátornak**.

5.2.6. Transzformátor

Transzformátorokat két módon lehet összeállitani:



18. ábra. Transzformátorok két tipusa

5.2.7.

- Primer - nálunk ez mindig az 1. számjelzett tekercs lesz, általánosságban az a tekercs amelyikbe feszültséget küldünk be.
- Szekunder - nálunk ez mindig a 2. tekercs, általánosságban az a tekercs amelyikről levesszük a transzformált feszültséget.

Ha a szekunder tekercsen nem folyik áram, akkor terheletlen transzformátornak nevezzük. Nem szeretjük a szekunder tekercset nagyon leterhelni kis ellenállásokat, nagy áramokkal, ezért általában közel terheletlennek tekintehő.
Határozzuk meg az transzformátor átvitelét, tehát a feszültségek arányát ha a transzformátor terheletlen.

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{L_{21}\frac{dI}{dt}}{L_1\frac{dI}{dt}} = \frac{N_2}{N_1} \tag{72}$$

Ha ez a hányados nagyobb mint 1 akkor azt mondjuk, hogy a transzformátor felfelé transzformál, ha kisebb mint 1 akkor lefelé transzformál. A lefele transzformáló transzformátort reduktornak is nevezhetjük.
Fontos, hogy transzformátor egyenárammal nem működik (illetve, de csak kicsit túl jól). Ezt abból lehet látni, hogy 72. egyenletben ha egyenáram van akkor $\frac{dI}{dt} = 0$, és nullával nem illik osztani ami bajokat okoz. Amikor egyenáram van a trafón akkor az I elkezd elszaladni a végtelenbe, és mivel nem tökéletes világban élünk, van Ohmos ellenállás a trafó elkezd füstölni majd Amperre szaga lesz és leég.
Egyébként a trafók rendkivűl fontos eszközök lényegében ezeken élünk (a gépedben van pár), és ahogy sétálsz az utcán ezeket hallod zúgni minden fele.

5.3. megjegyzések

Sándli Lóránt Lektorálta - omegacica

6. Elektronika

Kondenzátorokatés induktivitásokat tartalmazó áramkörök. Váltóáramú hálózatok, impedancia, szűrők,rezgőkörök, nem lineáris hálózatok, diódák, koax kábel.

6.1. Kidolgozás

6.1.1. Váltóáramú hálózatok

A váltóáramú hálózatokban a feszültséggenerátor oszcilláló feszültséget ad le.

$$U(t) = U_0 \cos(\omega t) \tag{73}$$

Az ilyen áramkörbe kapcsolhatunk elemeket, ezek közül néhányra példa:

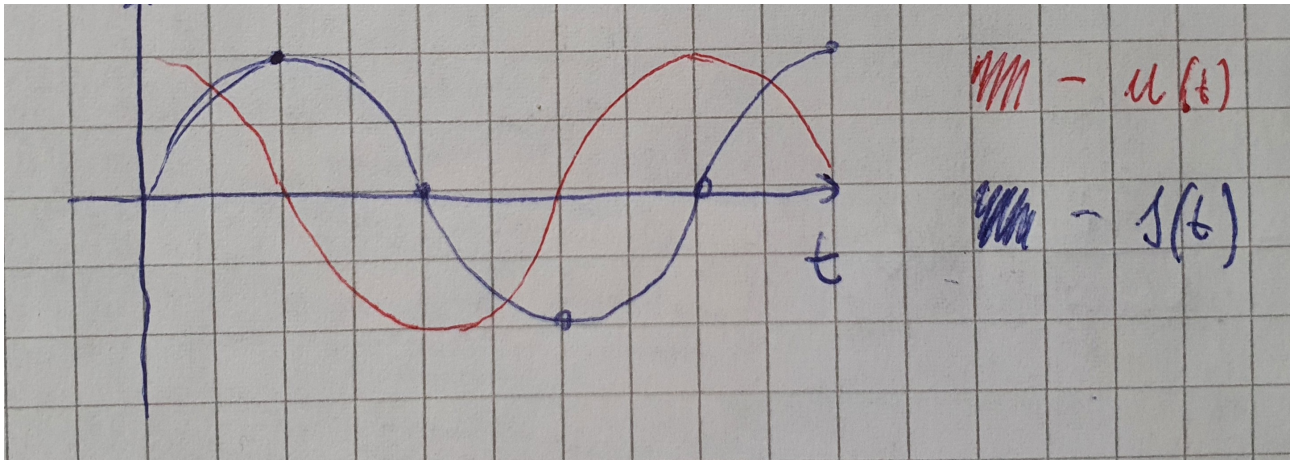
- Ellenállás:

$$R = \frac{U(t)}{I(t)} \rightarrow I(t) = \frac{U_0}{R} \cos(\omega t) \tag{74}$$

- Tekercs:
  Az áram változásának hatására fog indukálódni feszültség, ezért itt a feszültség nem az árammal, hanem annak változásával lesz arányos. Emiatt viszont az áram és a feszültség nem lesznek fázisban.

$$U(t) = L\frac{dI(t)}{dt} \rightarrow I(t) = \frac{U_0}{L\omega} \sin(\omega t) = \frac{U_0}{L\omega} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \tag{75}$$

  $L\omega$ lesz a kapcsolat a feszültség és az árammaximum között: $I_{max} = \frac{U_0}{L\omega}$.



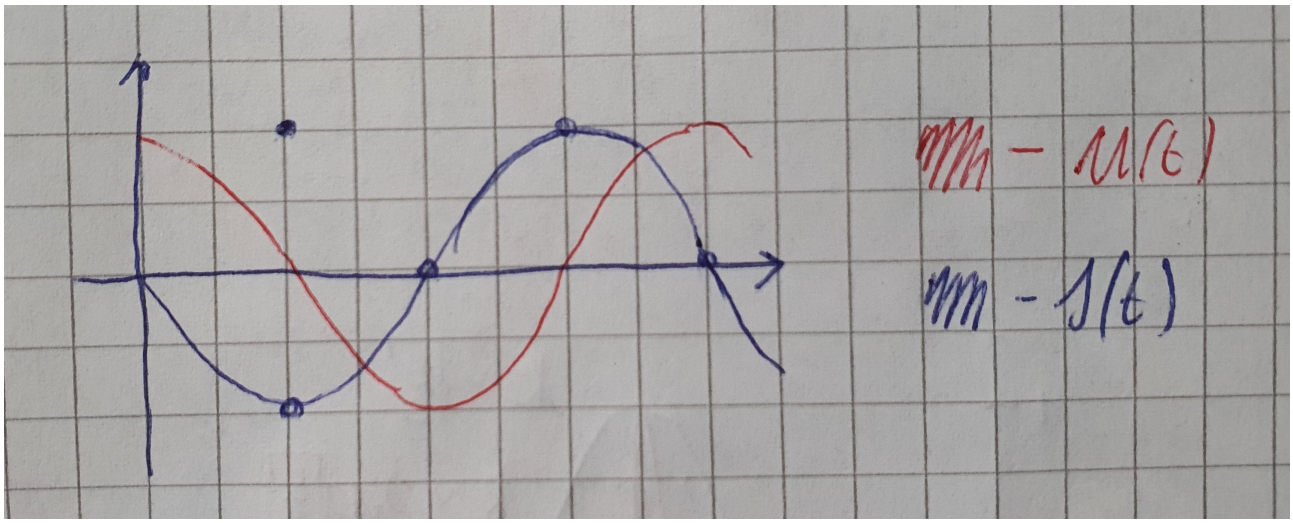
19. ábra. Áram és feszültség fáziseltolódása tekercseknél

- Kondenzátor:
  A kondenzátor esetében sem lesz az áram és a feszültség fázisban, mivel az áram a feszültség változásával arányos.

$$Q(t) = CU(t) \tag{76}$$

$$I(t) = C\frac{dU(t)}{dt} = -CU_0\omega \sin(\omega t) = CU_0\omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \tag{77}$$

$C\omega$ lesz a kapcsolat a feszültség és az árammaximum között: $I_{max} = CU_0\omega$.



20. ábra. Áram és feszültség fáziseltolódása kondenzátoroknál

6.1.2. impedancia

Impedancia alatt a váltóáramú hálózatban vett ellenállást értjük. Z-vel jelöljük, és itt is a fenti három példára néztük meg.

- Ellenállás:

$$R = \frac{U(t)}{I(t)} \rightarrow Z_R = R \tag{78}$$

- Tekercs:

$$U = U_0 e^{i\omega t} \tag{79}$$

$$I = \frac{U_0}{L\omega}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \frac{U_0}{L\omega}e^{i(\omega t - \frac{\pi}{2})} = \frac{Ue^{-i\frac{\pi}{2}}}{L\omega} = \frac{U}{iL\omega} \tag{80}$$

$$iL\omega = \frac{U}{I} \rightarrow Z_L = iL\omega \tag{81}$$

- Kondenzátor:

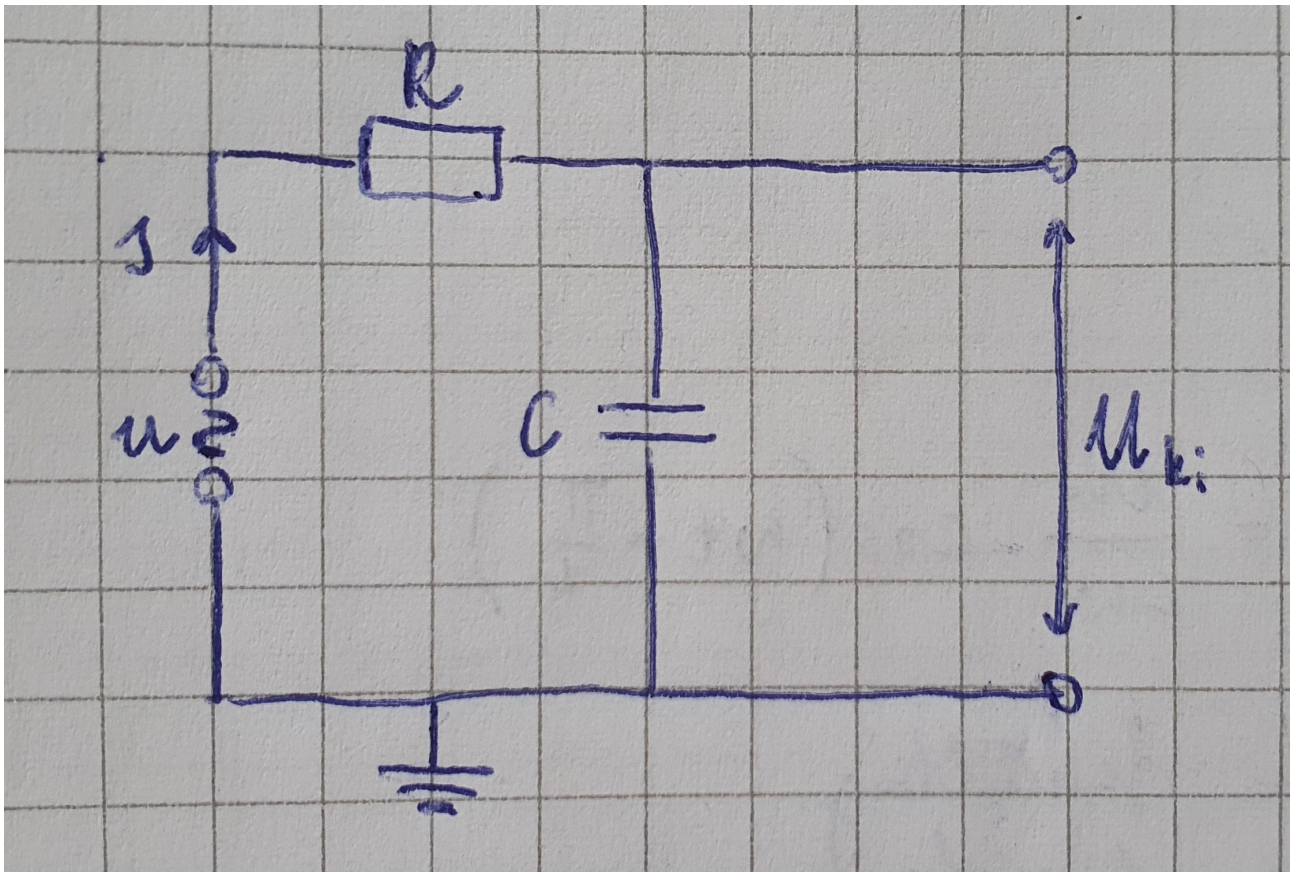
$$I = C\omega U_0 e^{i(\omega t + \frac{\pi}{2})} = iC\omega U \tag{82}$$

$$Z_C = \frac{1}{i\omega C} = \frac{U}{I} = \frac{-i}{C\omega} \tag{83}$$

6.1.3. szűrők

A szűrők hasznos berendezések, ha egy eszköznél valamilyen frekvenciájú zajokat ki akarunk szűrni. Az órán az aluláteresztő szűrőről beszéltünk, de létezik felüláteresztő szűrő is, ami az aluláteresztővel szemben a magasabb frekvenciájú jeleket engedi csak át.

- Aluláteresztő szűrő:



21. ábra. Aluláteresztő szűrő.

A rajzon az alsó részt nulla feszültségnek vettük, és így számolva tudjuk megadni a kimenő feszültséget.

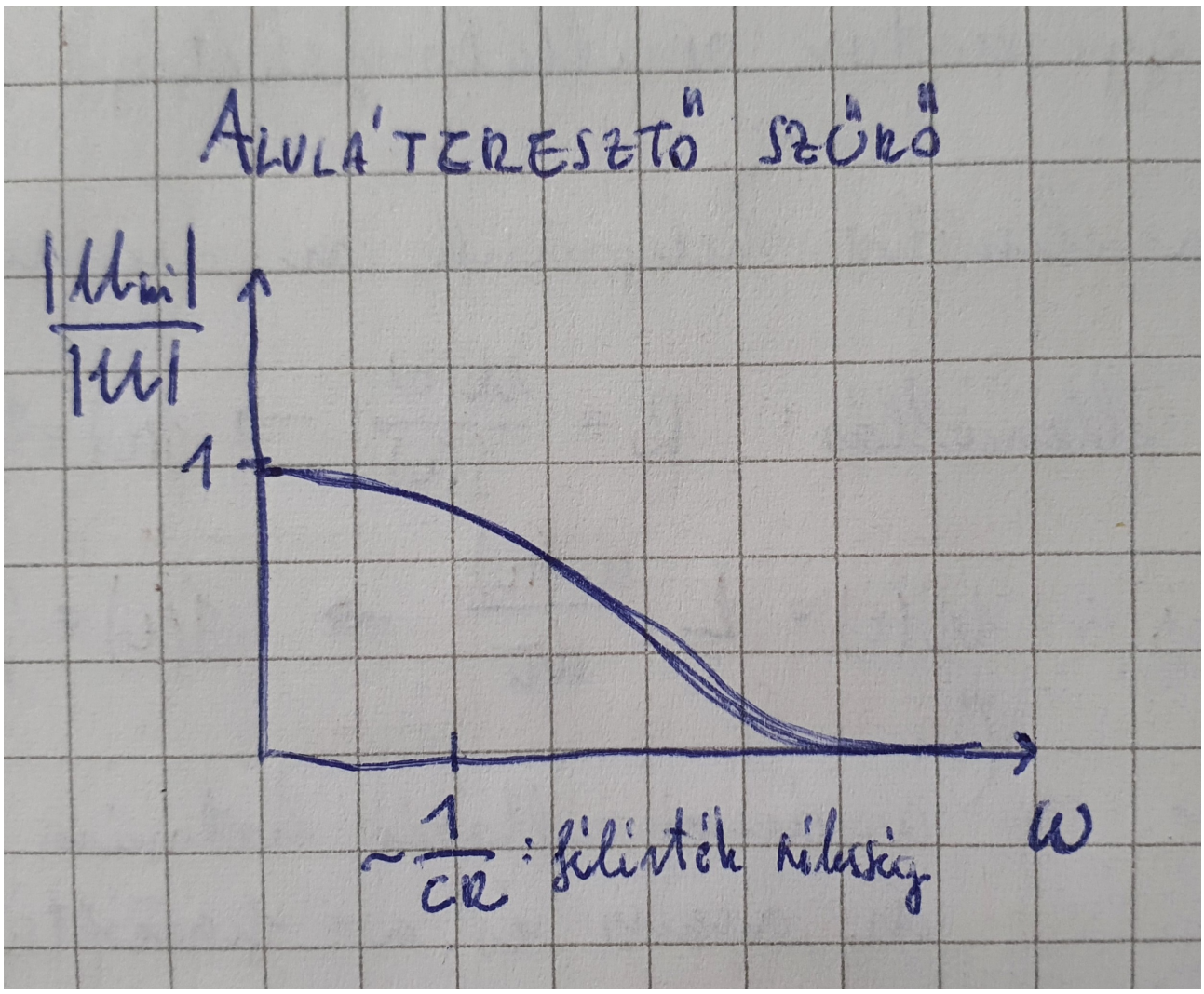
$$U = I\left(R - \frac{i}{C\omega}\right) \tag{84}$$

Ebből ki lehet fejezni az I-t, amivel a következő lépésben már számolni is fogunk.

$$U_{ki} = I\left(-\frac{i}{C\omega}\right) = \frac{-\frac{i}{C\omega}}{R - \frac{i}{C\omega}}U = \frac{-i}{RC\omega - i}U \tag{85}$$

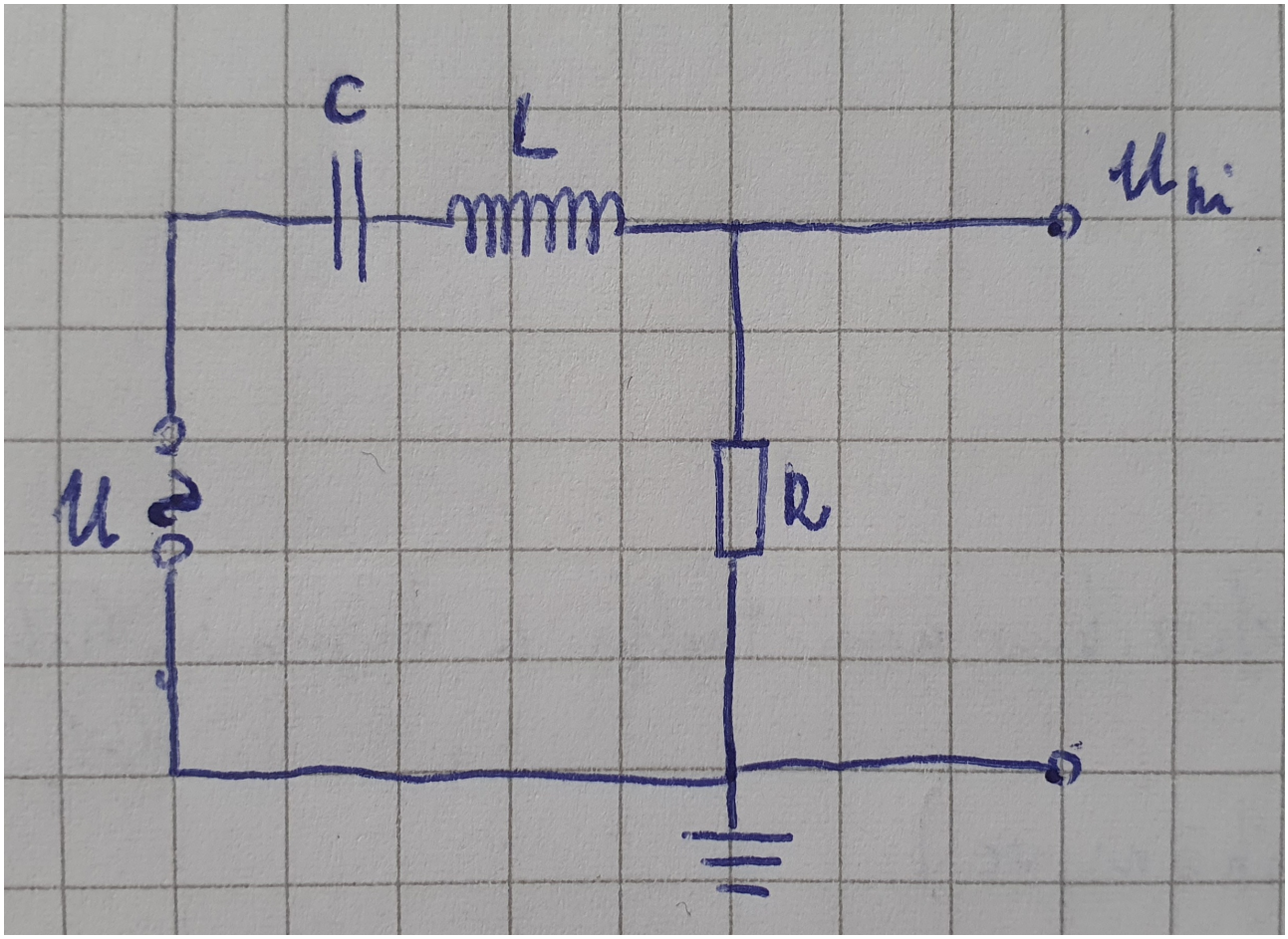
A kimenő és a feszültséggenerátor által szolgáltatott feszültség arányának a nagysága az amplitúdók nagysága igazából, és a fázisa pedig a két frekvencia közötti fáziseltolás.

$$\left|\frac{U_{ki}}{U}\right| = \sqrt{\frac{-i}{(RC\omega - i)}\frac{i}{(RC\omega + i)}} \tag{86}$$



22. ábra. Aluláteresztő szűrő által áteresztett frekvenciák

- Sávszűrő:



23. ábra. Sáváteresztő szűrő

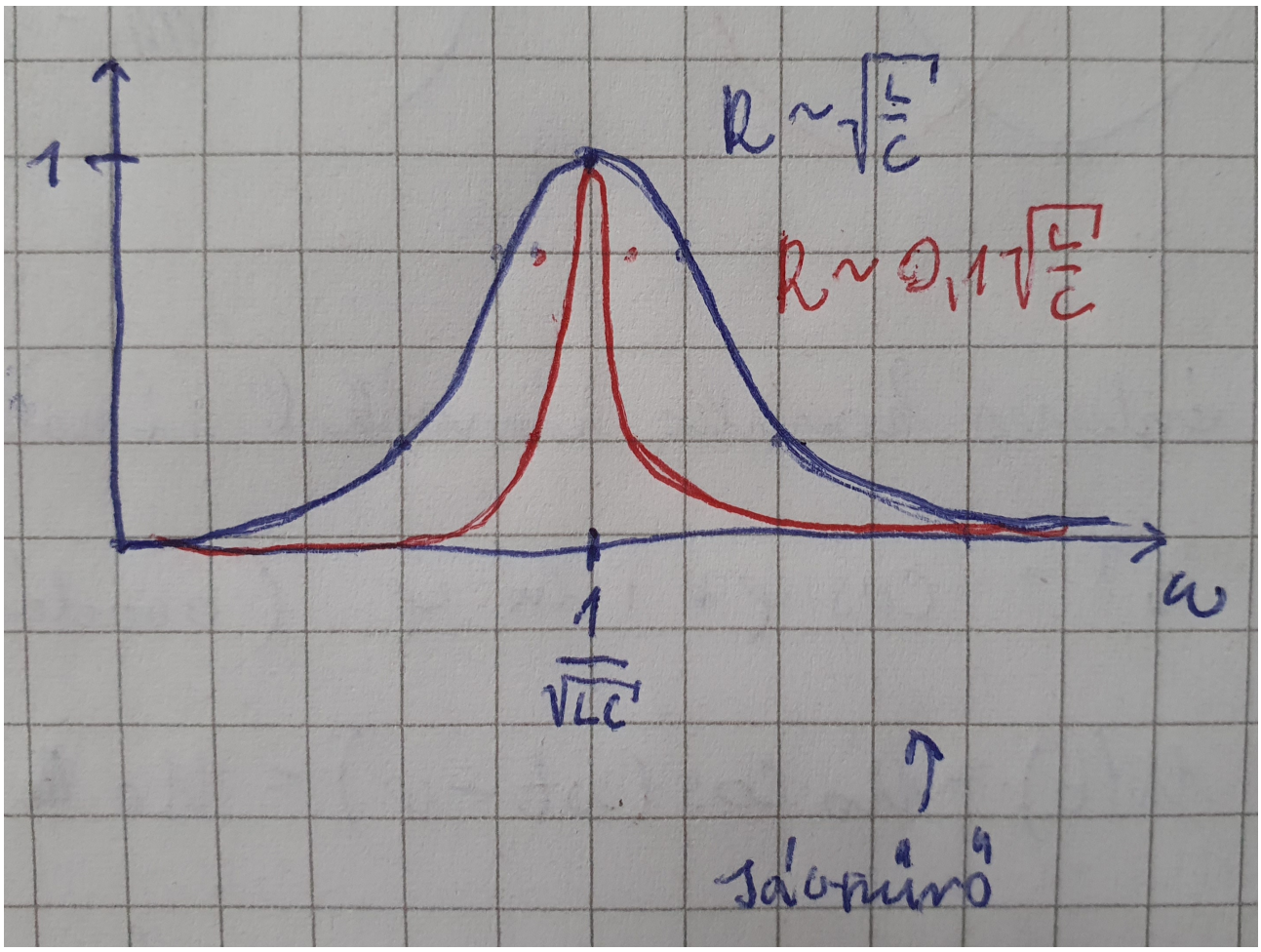
A sávszűrőnek nagy haszna van a rádióknál. Az egyes adók frekvenciái közel esnek egymáshoz, és egy sávszűrővel meg lehet oldani, hogy csak egy frekvencián sugárzott adást halljunk, és ne többet egyszerre. A rajzon az alsó részt nulla feszültségnek vettük itt is.

$$U_{ki} = IR = R\frac{U}{Z} \tag{87}$$

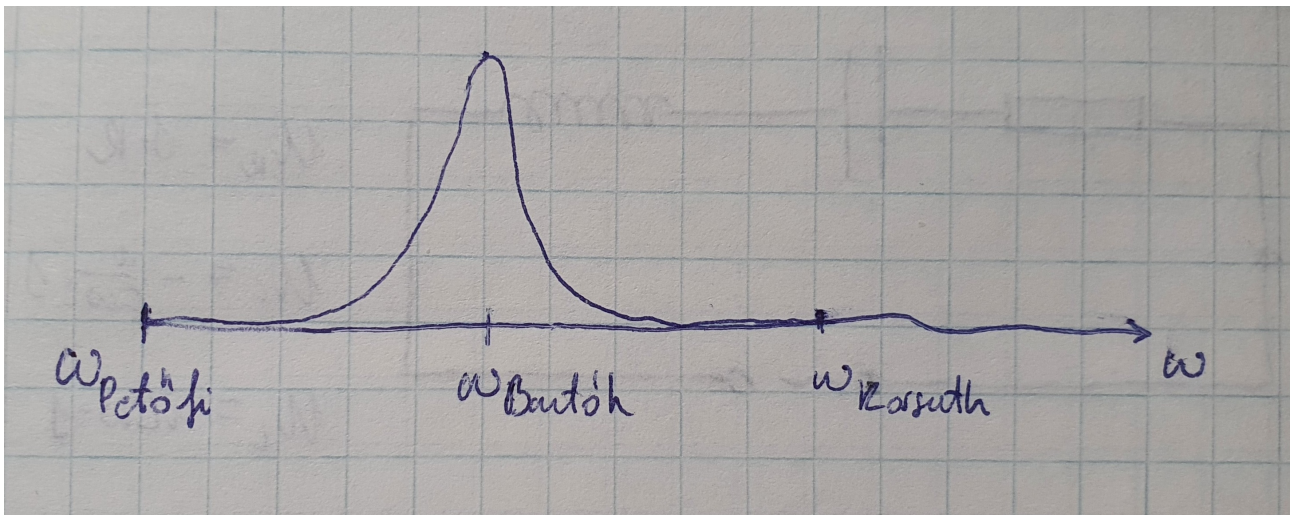
$$\frac{U_{ki}}{U} = \frac{R}{Z} = \frac{R}{|Z|}e^{-i\phi} \tag{88}$$

$$\left|\frac{U_{ki}}{U}\right| = \frac{R}{|Z|} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} \tag{89}$$

Akkor van maximum, ha $L\omega = \frac{1}{C\omega}$.Ez akkor lehetséges, ha $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Emiatt $\left|\frac{U_{ki}}{U}\right| = 1$



24. ábra. Sáváteresztő szűrő által áteresztett frekvenciák

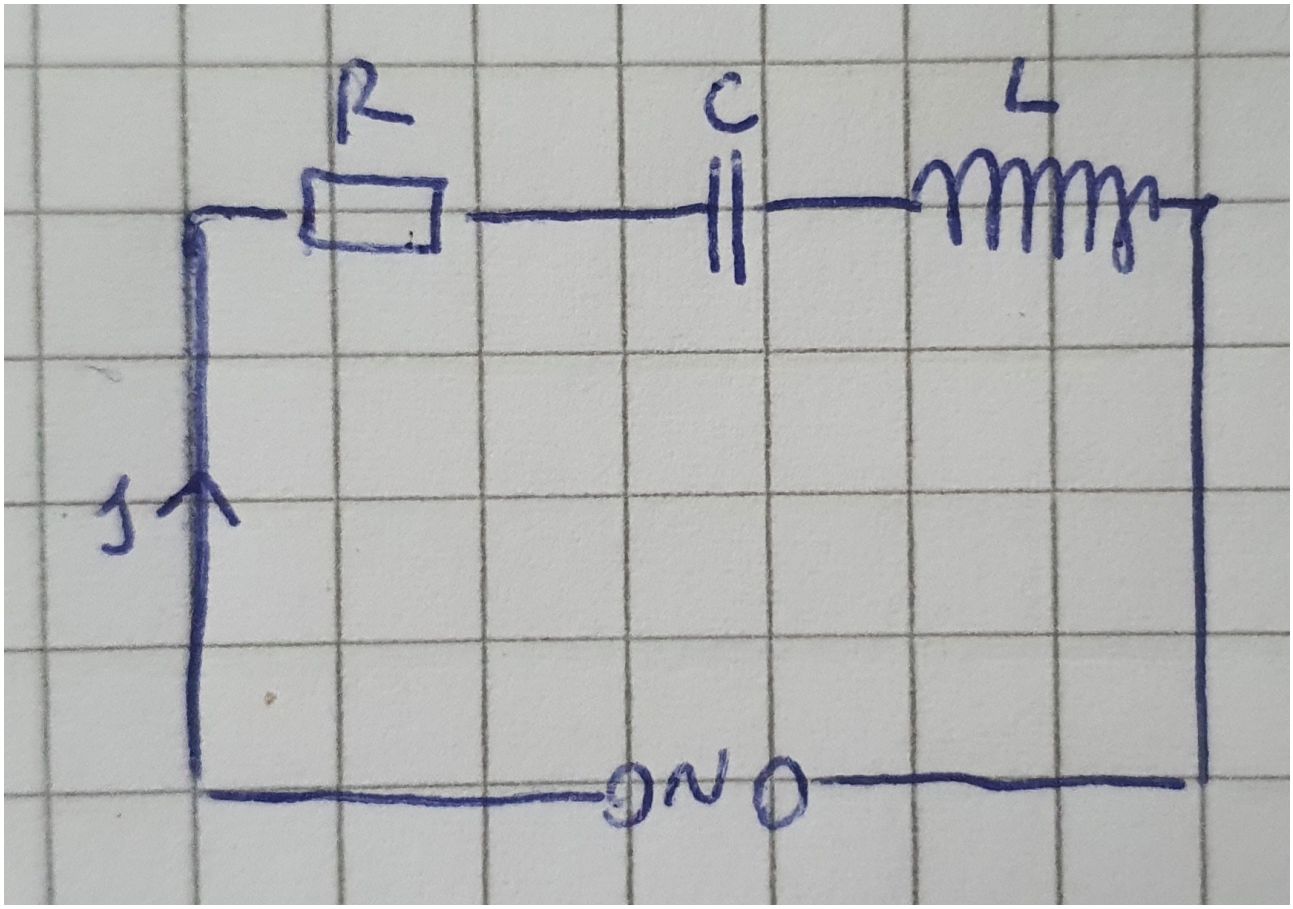


25. ábra. Vicces példa

Ha zenét akarsz hallgatni, akkor a Petőfit, ha meg propagandát, akkor meg a Kossuthot hallgasd!

6.1.4. rezgőkörök

Az RLC-áramkör olyan passzív elemekből (tekercsből, kondenzátorból és ellenállásból) álló elektromos áramkör, amely külső energia hatására rezgésbe hozható. Több fajtája is van pl.: soros-, párhuzamos RLC kör. Órán a sorosat néztük meg részletesebben.



26. ábra. Soros rezgőkör

$$U_R = IR \tag{90}$$

$$U_C = \frac{-i}{C\omega} I \tag{91}$$

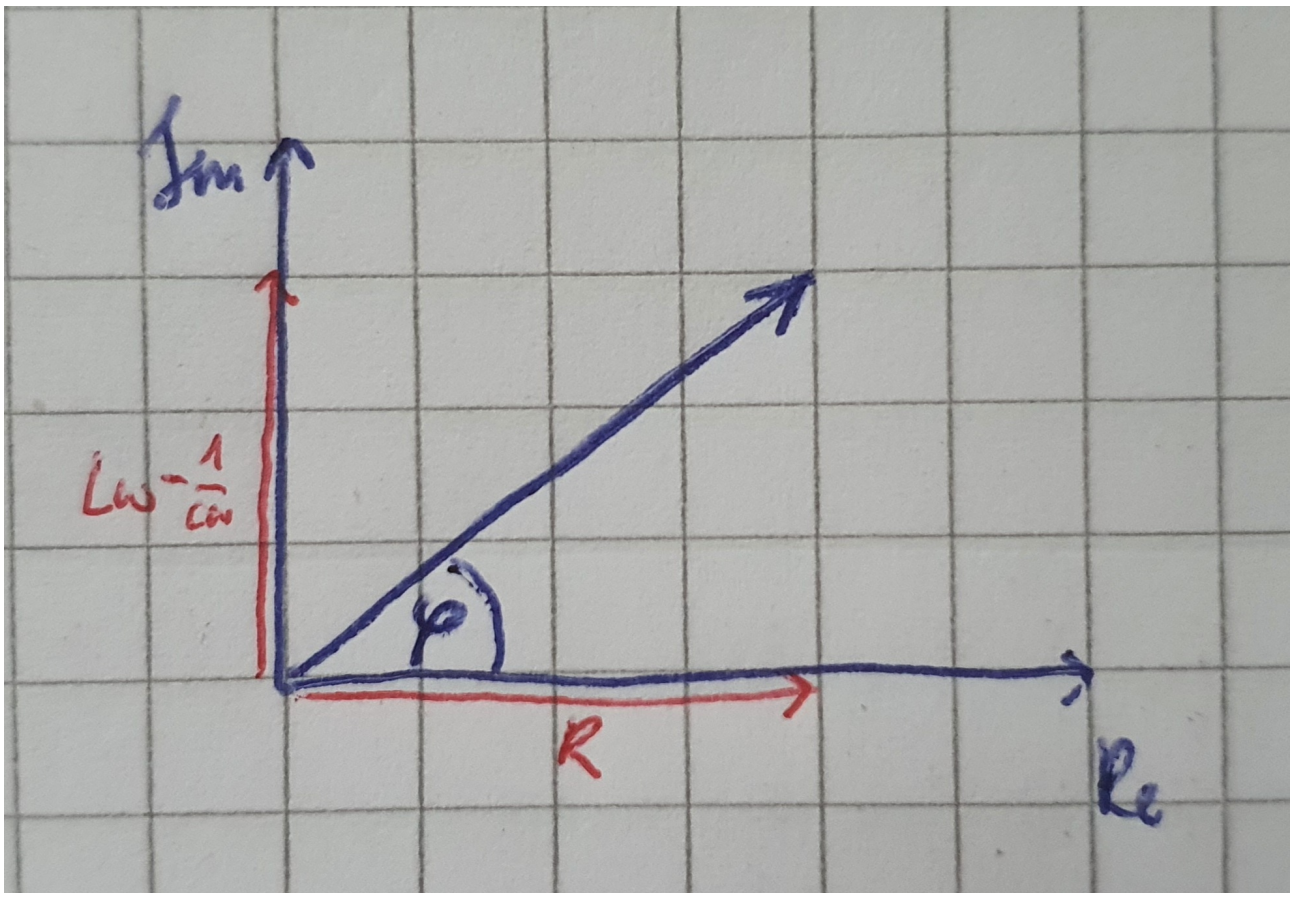
$$U_L = iL\omega I \tag{92}$$

$$U = U_R + U_C + U_L \tag{93}$$

$$U = \left(R - \frac{i}{C\omega} + iL\omega \right) I \to R - \frac{i}{C\omega} + iL\omega = Z \tag{94}$$

$$Z = |Z| e^{i\varphi} \tag{95}$$

Ábrázoljuk a komplex síkon Z-t, hogy lássuk mekkora a Z és a φ. A fentiekből meg tudtuk határozni a komplex szám valós és képzetes részét.



27. ábra. Z ábrázolása a komplex síkon

A fenti képről megállapítható a φ szög és a hossz is.

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \tag{96}$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} = \frac{U_{max}}{I_{max}} \tag{97}$$

Ezek után még kiszámoltuk, hogy mekkora teljesítményt kell leadnia a feszültségforrásnak.

$$P = UI = I_0|Z|\cos(\omega t + \varphi) I_0 \cos(\omega t) = |Z| I_0^2 \cos(\omega t + \varphi)\cos(\omega t) \tag{98}$$

A P ugye itt időről-időre változi, tehát ha egy periódus átlagát megadom, akkor azzal gyakorlatilag le tudom írni az egészet.

$$P_{atlag} = |Z| I_0^2 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d(\omega t)\cos(\omega t + \varphi)\cos(\omega t) \tag{99}$$

A $\cos(\omega t + \varphi)$-s tag átalakítható $\frac{1}{2}\cos(2\omega t + \varphi) + \frac{1}{2}\cos(\varphi)$-re könnyedén elvégezhetjük az integrált. A $\frac{1}{2}\cos(2\omega t + \varphi)$-s tag nulla lesz, hiszen ugyanannyit hullámzik a tengely felett, mint alatt egy periódus alatt.

$$P_{atlag} = \frac{1}{2}|Z| I_0^2 \cos(\varphi) \tag{100}$$

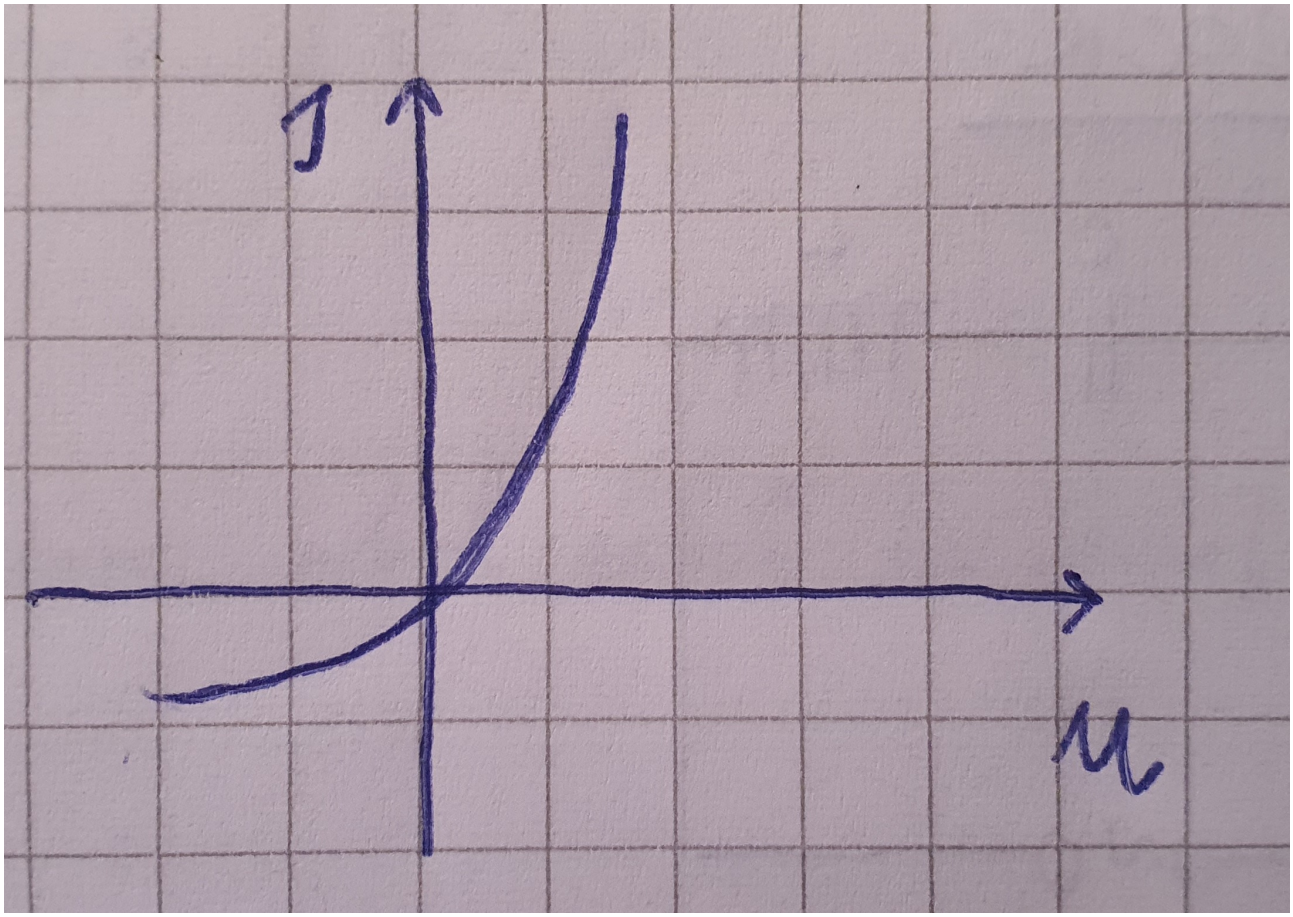
Itt tudjuk, hogy $R = |Z|\cos(\varphi)$, illetve $I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$.

$$P_{atlag} = R I_{eff}^2 \tag{101}$$

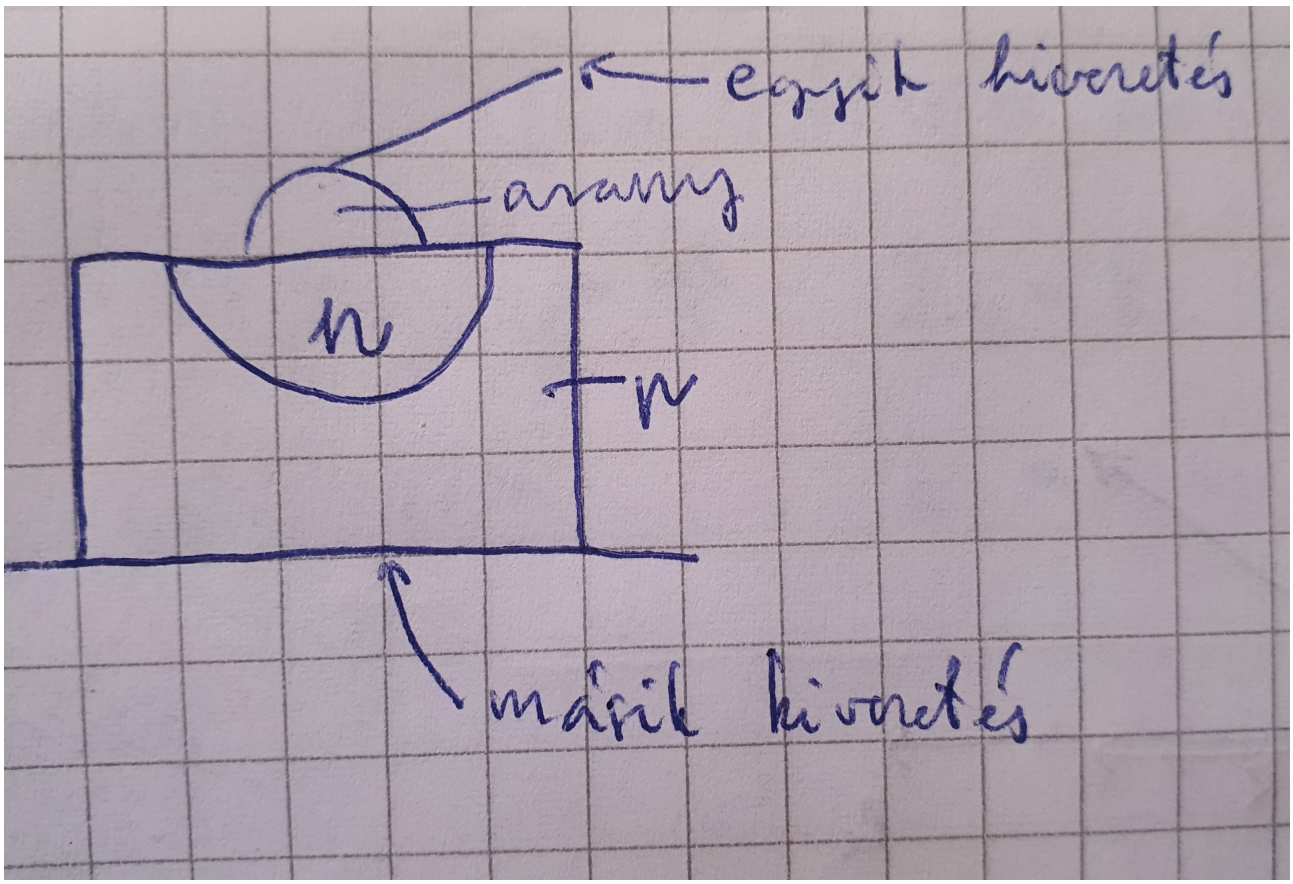
6.1.5. nem lineáris hálózatok

Egy hálózat nem lineáris, ha az R nem lineáris függvénye I-nek. Nem lineáris elem például egy villanykörte, vagy egy dióda.

6.1.6. diódák

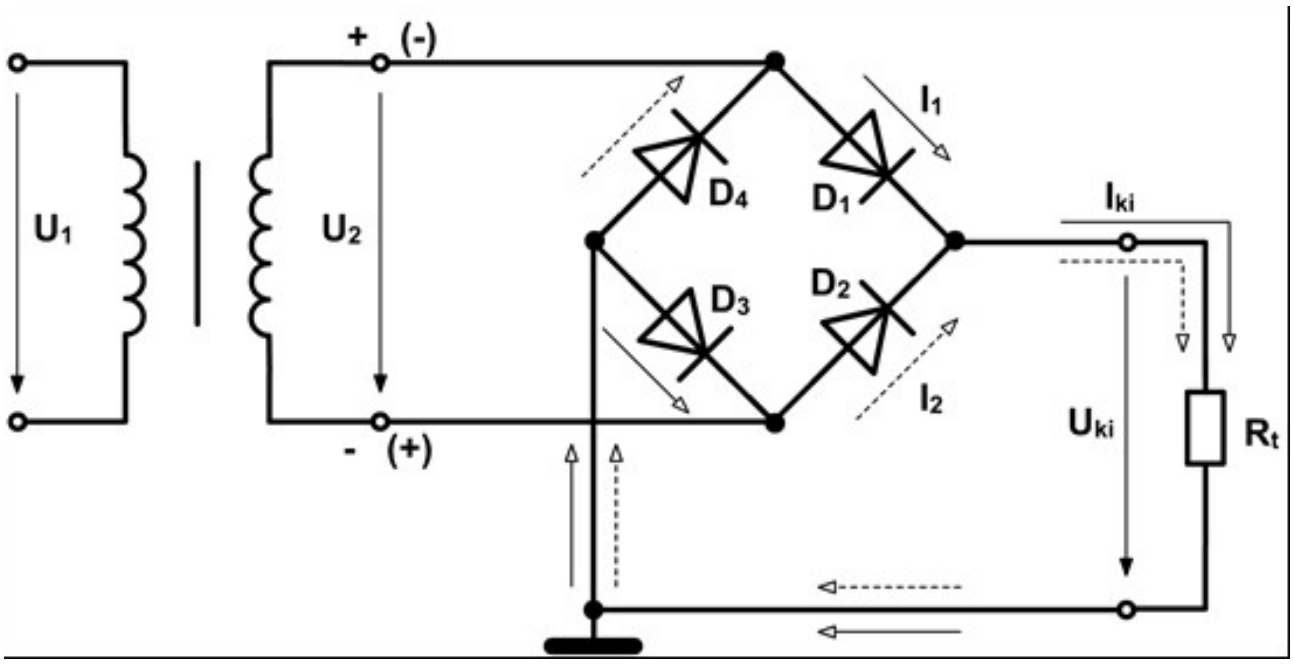


28. ábra. Diódán folyó feszültség és áram ábrázolva



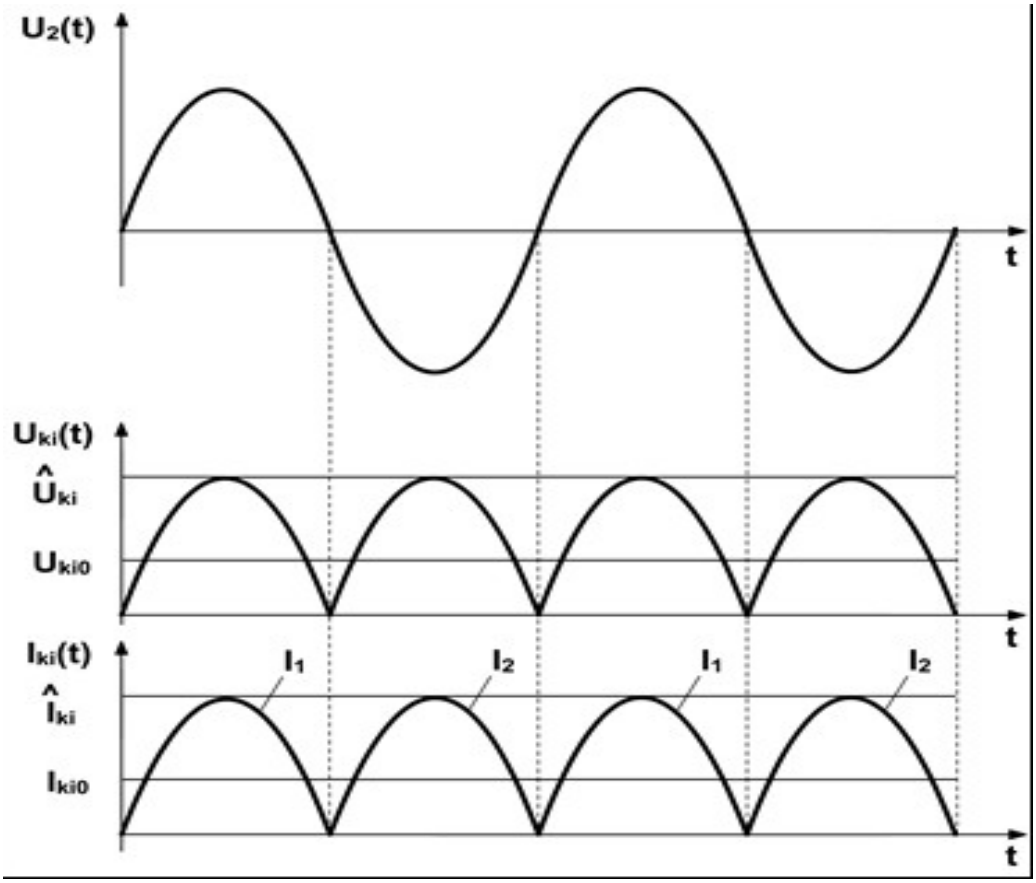
29. ábra. Dióda felépítése

A diódákat a váltakozó feszültség egyenirányításra alkalmazzák. Egy dióda kettő félvezetőlapból áll, amelyeket szennyeznek megfelelő anyagokkal. Az egyik lap egy p-típusú félvezetőréteg, tehát olyan anyaggal szennyezik, amely a rácsszerkezetben egy lyukat eredményez, az ilyen anyagok eggyel kevesebb vegyértékelektronnal rendelkeznek, mint a rácsot felépítő atomok. A másik lap n-típusú félvezetőlap, ahol egy olyan anyaggal szenyezik a félvezetőt, aminek eggyel több vegyértékelektronja van, mint a rácsot felépítő atomoknak. Ha az n réteghez a pozitív pólust, a p-hez pedig a negatív pólusát kötjük az áramforrásnak, akkor egy határréteg keletkezik a p és az n réteg között és nem vezet, viszont ha fordítva kötjük be, akkor kiválóan szuperál.
(Prepare for az én elképzelésem arról hogy hogyan működik a dióda: Ez azért van így, mert ha a p-hez kapcsoljuk a negatívat a pozitív lyukakat elkezdi vonzani a kivezetés és ez így van ha az n-hez a pozitívat kapcsoljuk, így minden töltéshordozó ami tudna mozogni a kivezetésnél lesz és ezért nem tudnak vezetni, mert nem találkoznak, mert konkrétan lesz egy "üres" tér ahol érintkeznének. Ellenkező estben viszont egymással szembe folynak és az elektron és a lyuk kiegészítik egymást és így tud majd folyni az áram, hiszen a lyukak helyére elektron kerül.(amit zárójelben írtam itt, azt ne vedd készpénznek!))
update(2021.05.26.)- Szecska azt mondta nem kell ennyire részletesen tudni a diódát. Elmondásai alapján elég a fent leírtak kb első két mondata XD(viszont itthagyom, hátha egyszer valakinek hasznára lesz). Továbbá még kérte, hogy a Graetz-kapcsolásról tudjunk valamit, szóval akkor most arról is írok egy picit.



30. ábra. Graetz-kapcsolás

(Ha jól értem a Graetz-kapcsolás azért jó, mert ha sok dióda kell valami berendezéshez, akkor olcsóbb, mit a sok dióda but idk). Az egész kapcsolás lényege, hogy az AC-ből, DC-t csináljon. A kapcsolás csinál is, és a kimeneteli feszültség és áramerősség is pulzálni fog (váltakozik az amplitúdója).



6.1.7. koax kábel

31. ábra. Koax kábel

Egy koax kábel belső vezető érből, dielektrikumból, fémhálóból és külső szigetelésből áll.A fémháló az elektromos árnyékolás segítségével megóvja a belső éren továbbított jelet a külső elektromágneses zajoktól.

6.2. megjegyzések

Takács István (amúgy nekem semmi bajom a Kossuth rádióval, de a mester szerint propagandát sugároz, illetve a képeket az elején csak rosszul neveztem el és a kondi.jpg mutatja a tekercs dolgait és fordítva)

7. Elektromos energia előállítása, szállítása és felhasználása

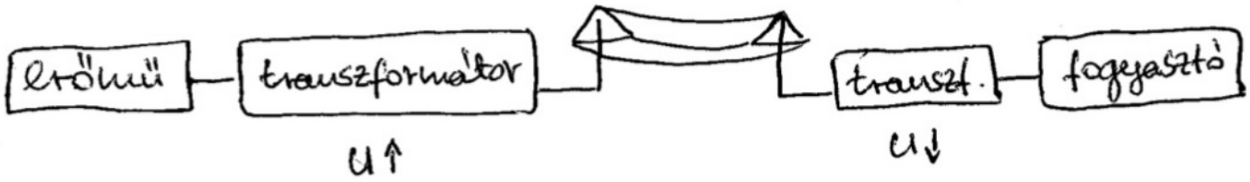
Erőművek, generátor és dinamó, elektromos energiatermelés, transzformátor, villanymotorok.

7.1. Kidolgozás

"Amire itt mindenre rájött az Tesla volt..." //Tichy Géza//

7.1.1. Transzformátor

Mindenféle módon, de az erőművekben 3 fázisú áramot állítanak elő. Az erőművekből kijövő áramot, pár százezer voltra transzformálják fel.



32. ábra. Így megy az áram.

A háromfázisú áram, három, egymástól 120°-al eltolt fázisú áramot jelent.

$$U_R = \sin(\omega t) \tag{102}$$

$$U_S = \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \tag{103}$$

$$U_T = \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \tag{104}$$

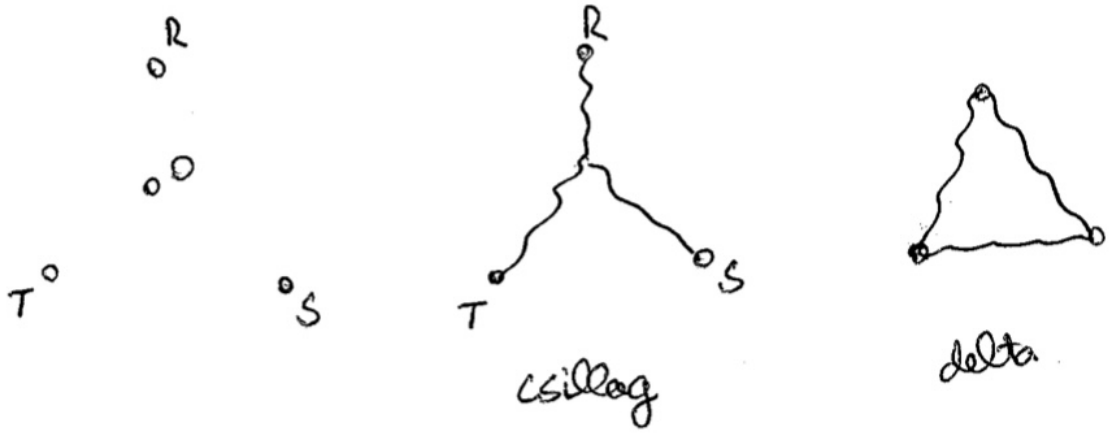
$$U_R + U_S + U_T = \tag{105}$$

$$= U_0(\sin(\omega t) + \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\sin(\omega t) + \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\cos(\omega t) + \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\sin(\omega t) - \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\cos(\omega t)) = 0$$

Két kivezetés között a feszültség kb.

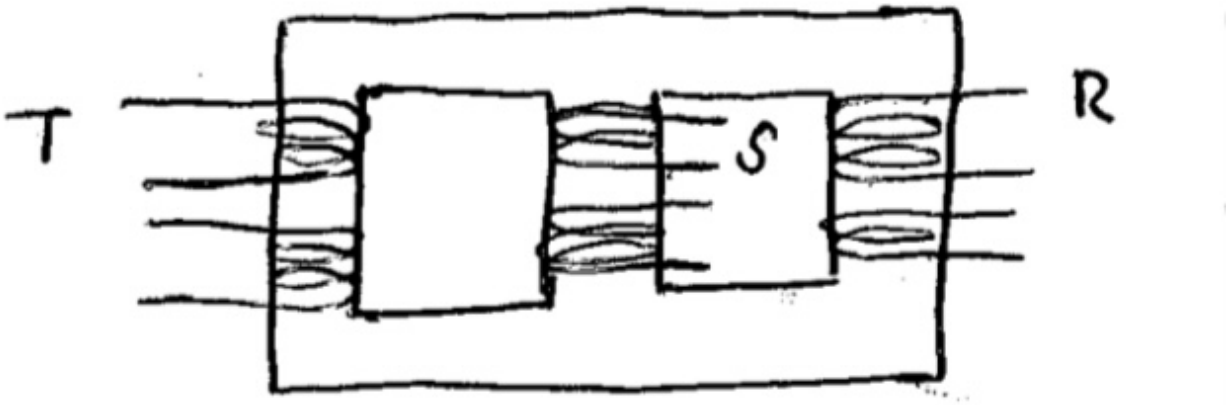
$$\sqrt{3}U_0\cos(\omega t) \tag{106}$$

ami közelítőleg 400V.



33. ábra. Csillag és delta kapcsolás, így kötik be a fogyasztót.

A transzformálás 3 fázissal sokkal költséghatékönyabb. 3 primer és 3 szekunder menet.



34. ábra. 3 fázisú trafó.

A három feszültség összege 0, ha a három áram összege is 0 akkor a három fluxus összege is 0.
Ha nem ohmos ellenállást üzemeltetünk a 3 fázison egyformán, akkor van nullpont eltolódás. Ekkor a három fluxus nem egyezik, így romlik a trafó hatásfoka. Ezeket villamos művek mérik, és "nagy kondenzátorokat " iktatnak be.

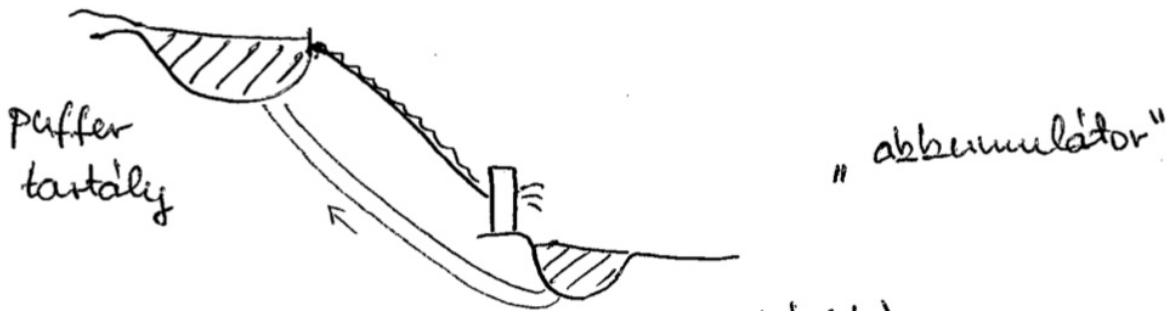
7.1.2. Szállítás

A nagyfeszültésű váltóáram minimális veszteséggel szállítható akár több száz kilóméteres távolságokba is. A feltranszformált nagyfesz áramot távvezetékeken szállítják a városok között. Magyarországon 1db 750kV-os vonal van (amely 2 állomást köt össze, Albertirsát és az ukrajnai Vinnicját) és több 220-400kV belföldi vonal. A 3 vezeték jól el van különítve, kerámia

szigetelőkkel az oszlopokra van felfüggesztve, melyek tetején 2db vezeték fut végig vedőföldelés/villámhárítás céljából (Funfact: ezekben mennek az országot összekötő optikai kábelek is, amelyeken keresztül pl. az egészségügyi és választási információk is mennek). A vezetékeket néha "megcsavarják" (az oszlopon megcserélik a helyüket) mivel így kevesebbet sugároznak.

7.1.3. Erőművek

- Hőerőmű
  - szén –> gőzturbina (η=25%, nem tiszta szén esetén egyéb anyagok–>savas eső)
  - földgáz(olaj)
    - gőzturbina(vizet melegít)
    - gázturbina(levegőt melegít)(gyorsabb)
    - kombinált ciklus: a megfáradt levegővel még vizet melegítenek η=75%
  - atomerőmű–> gőzturbina
    - alacsony hatásfok
    - kevesebb munkát végez, a hidegebb hőtartályt jobban melegíti viszont
    - környezet :(
- Alternatív források
  - vízenergia
    - sok víz kis esés (Duna,Tisza)
    - kevés víz nagy esés (Alpok)

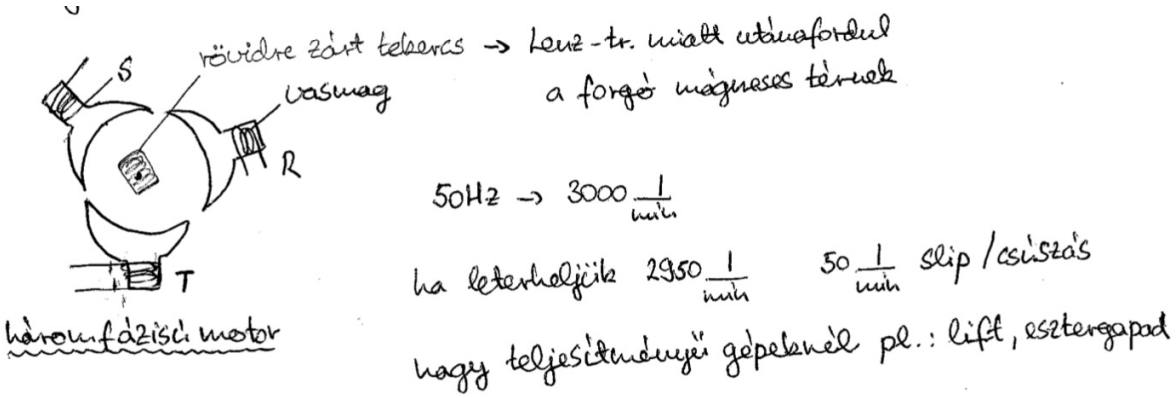


35. ábra. Vízerőmű

  - napelemek(alacsony hatásfok)
  - szélerőmű
  - sivatagban: napkémény
  - geotermikus erőmű (meleg vízből lehülés után kicsapódnak az ásványok)
  - árapály/hullámerőmű
  - ?sókoncentráció?

7.1.4. Villanymotorok

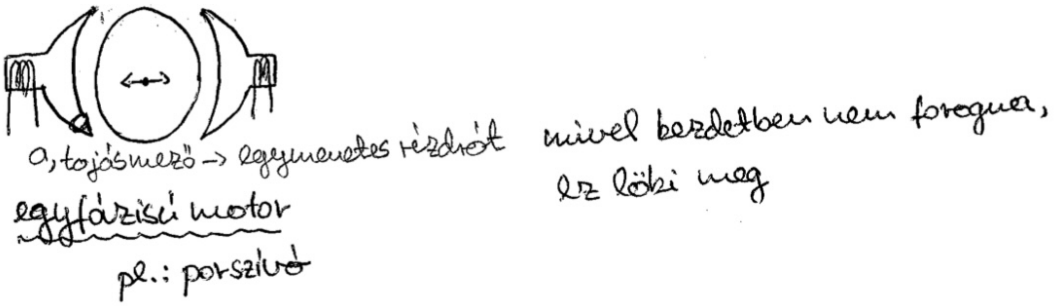
- Háromfázisú motor



36. ábra. Háromfázisú motor

Bármely két fázist megcserélve megváltozik a forgásirány.

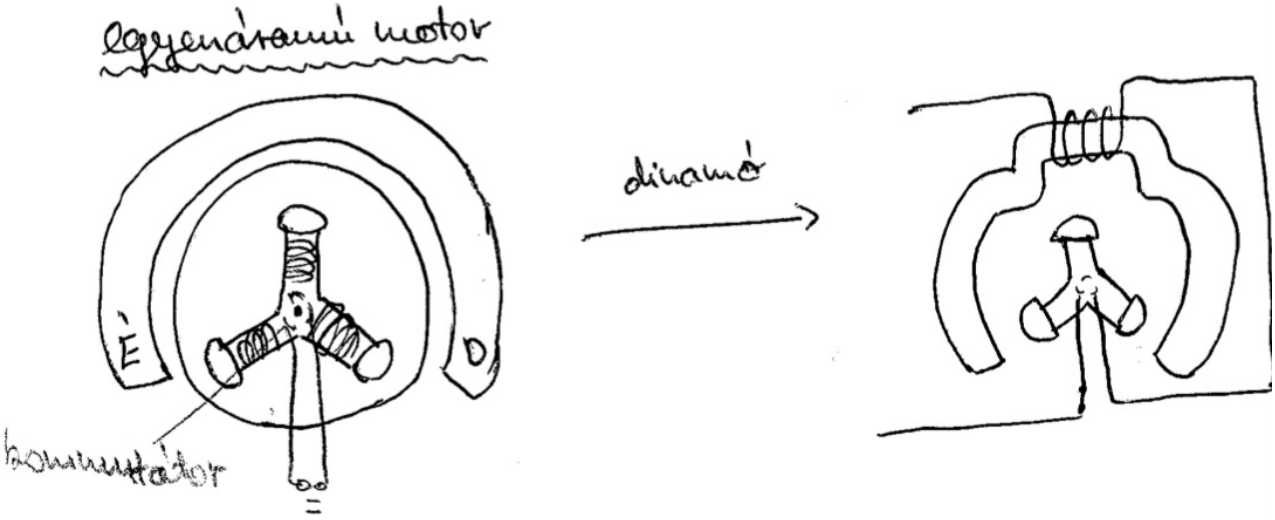
- Egyfázisú motor



37. ábra. Egyfázisú motor

  - belökés után a segédfázist le kell kapcsolni
  - de mindkettőnek alacsony az indítási nyomatéka
  - Vonatoknál például egy ilyen segédmotor mindig pörög (még ha a vonat áll is), ez hajt meg egy generátort, ami meg egy 3 fázisú motort.
  - ma viszont már egyenáramú motort használnak

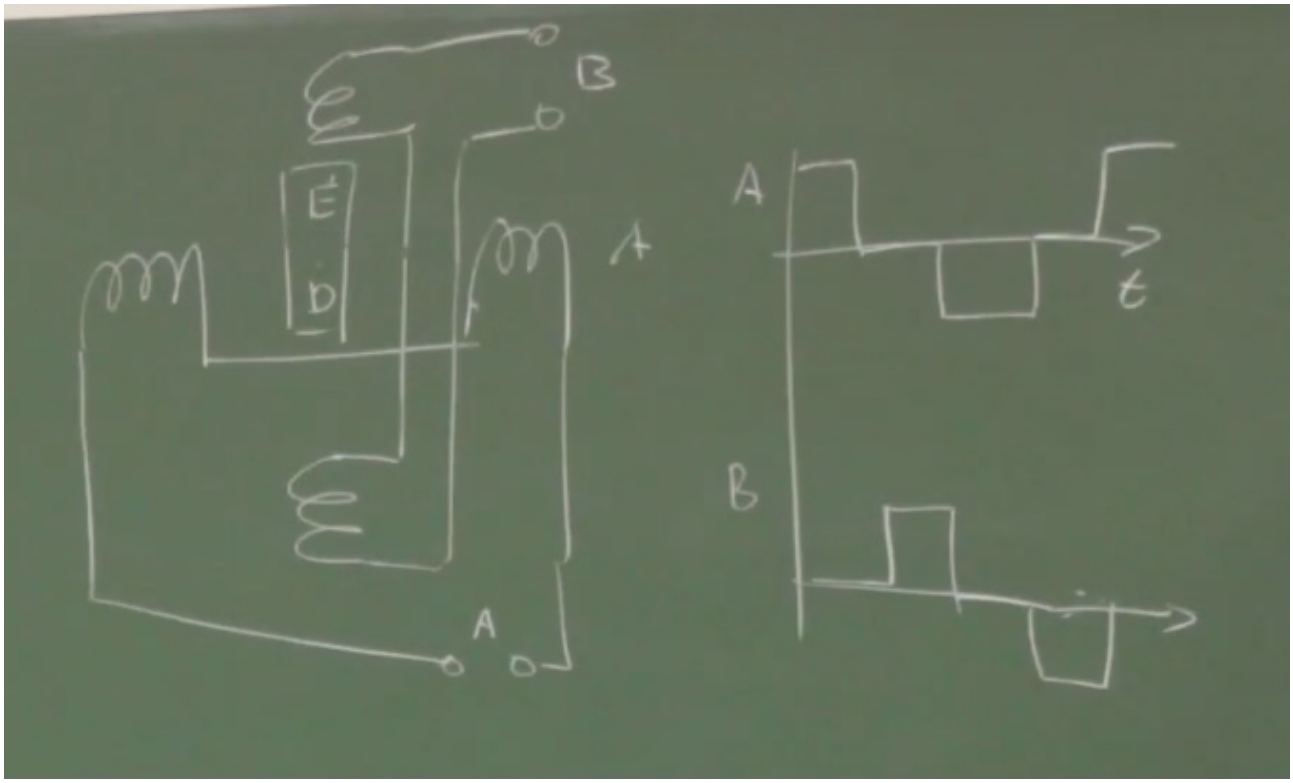
- Egyenáramú motor
  Állandó mágnesű motor - Nagy teljesítmény leadására nem képes(játékvasút). Az áram polaritásától függ a forgásirány. A tekercses és az állandó mágneses változat is alkalmazható dinamóként. A tekercses változat esetén kezdetben nincs mágneses tér amely miatt létrejönne áram, viszont a dinamó elv (Jedlik Ányos) miatt a Föld kis mágneses tere elég ahhoz, hogy egy öngerjesztő folyamat alakuljon ki, így a feszültség addig növekszik, míg be nem áll egy egyensúly.



38. ábra. Egyenáramú motor

  - motor: feszültség–>tengely forog
  - dinamó: tengely forog—>feszültség (ami végig nő)

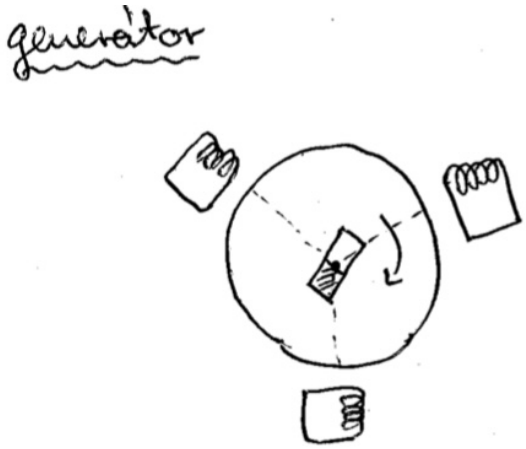
- Léptetőmotor
  - pontosan szabályozható körfrekvencica
  - akár pontos szögeket is be lehet állítani vele, viszont ez függ a pólusok és az állórész fogazásának számától.



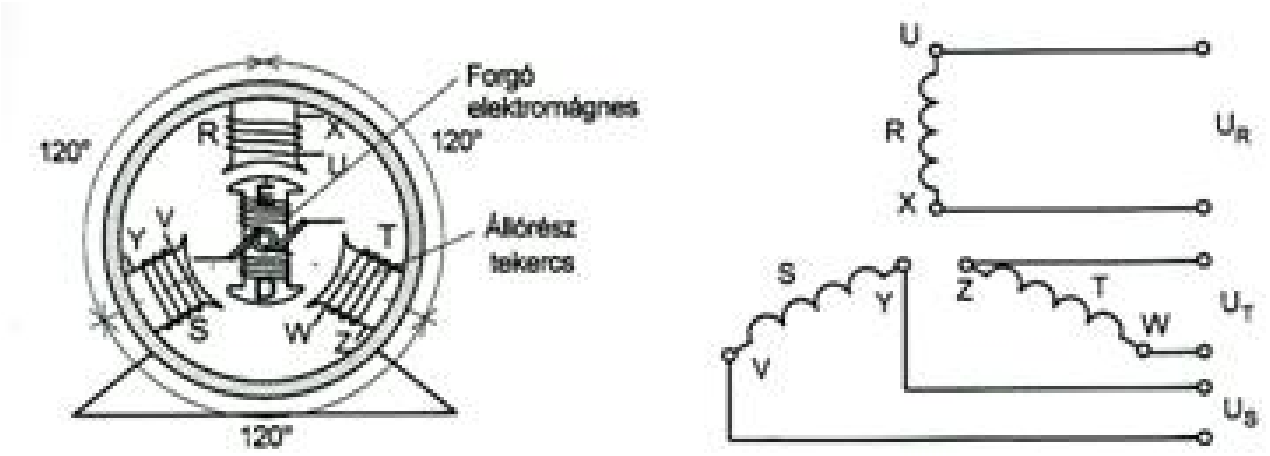
39. ábra. Léptetőmotor

7.1.5. Generátor

A generátor váltakozó áramot állít elő. Két részből tevődik össze: egy forgó rész amelyben egy (ritkán) állandó vagy egy elektromágnes biztosítja a mágneses teret, és egy állórész, melynek egy-vagy többfázisú tekercselése van. Ez a tekercselés legtöbbször 3 fázisú.
A gerjesztett forgó részt mechanikai energiával forgatják különböző turbinák.



40. ábra. Generátor-lusta fizikus



41. ábra. Generátor-szorgalmas nem paintes mérnök izé

Előnye a dinamóval szemben az, hogy nagy feszültség esetén is alkalmazható, mivel az áram közvetlenül az álló részben indukálódik.
Hátránya az, hogy csak váltóáramot képes előállítani, amelyet egy fázis esetén is egyenirányítani kell ahhoz, hogy egyenáramot kapjunk.

7.1.6. Kísérletek

- Glimmlámpás kísérlet: zsebtelep»trafó»Glimmlámpa(min. 100V)»kapcsolgatás»villog
- sima trafós kísérlet: menetszám függvényében változik a feszültség a szekunder oldalon
- Szeg olvasztás- hegesztés: kis menetszám, kis feszültség, nagy áram
- ?Walter-Hoffe? inga: elektromágnes között inga: fémlap megáll, a fémfésű nem

7.2. megjegyzések

Kispál Tamás

8. Elektromos hullámok

Hertz kísérlete, eltolási áram, teljes Maxwell egyenletek, hullámegyenlet, síkhullámés gömbhullám, rádióhullám, mikrohullám, fény, röntgen és gamma-sugárzás, antennák, Rádióhullámok terjedése, plazma,

8.1. Kidolgozás

8.1.1. Maxwell-egyenletek

$$\begin{array}{cc} \oint \underline{D} d\underline{f} = q & \oint \underline{H} d\underline{r} = I + \frac{d}{dt} \int \underline{D} d\underline{f} \\ \oint \underline{E} d\underline{r} = -\frac{d}{dt} \int \underline{B} d\underline{f} & \oint \underline{B} d\underline{f} = 0 \end{array} \tag{107}$$

És a differenciálos felirás:

$$\begin{array}{cc} \text{div } \underline{D} = \varrho & \text{rot } \underline{H} = \underline{j} + \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} \\ \text{rot } \underline{E} = -\frac{\partial \underline{B}}{\partial t} & \text{div } \underline{B} = 0 \end{array} \tag{108}$$

Ahol $\underline{D} = \varepsilon_0 \underline{E} \quad \underline{B} = \mu_0 \underline{H}$.
Mit is jelentenek ezek a maxwellek?

- 11.- Ez a Gauss-törvény, tehát egy zárt felületet átdőfő fluxus arányos a felületBEN lévő össztöltéssel
- 21. - Ő lényegében az indukciót mondja el. Tehát egy zárt hurokra a térerősség függeni fog a mágneses tér változásától.
- 12. - Hurkon a mágneses térerősség a hurok valamely felületén átfolyó áram és az elektromos tér változásának (eltolási vektornak) az összege
- 22. - A mágneses tér zárt felületre vett integrálja 0, ez azt jelenti hogy a mágneses erővonalaknak nincs forrása, mindig valamilyen zárt vonalat kell alkotniuk.

Ezeket az egyenleteket vezetgettük le a félév során. Szerintem eleget sajkolták belénk, hogy ezek mennyire szent képletek és minden fizikusnak álmából felriadva is tudnia kell ezeket. Azért mindenesetre ideirom hogy az eddigiek és az ezutániak is ebből következnek, sikerült leírnunk az egész elektromágnesességet. A maxwellek linearitásából következik a szuperpozició elve pl, amit elég gyakran kihasználtunk.
Ha tudjuk q, I-t vagy $\varrho, \underline{j}$-t akkor meg tudom adni E, H, D, B-t. Ezekből már ki lehet számolni a töltésekre ható erőt, erősűrűséget.

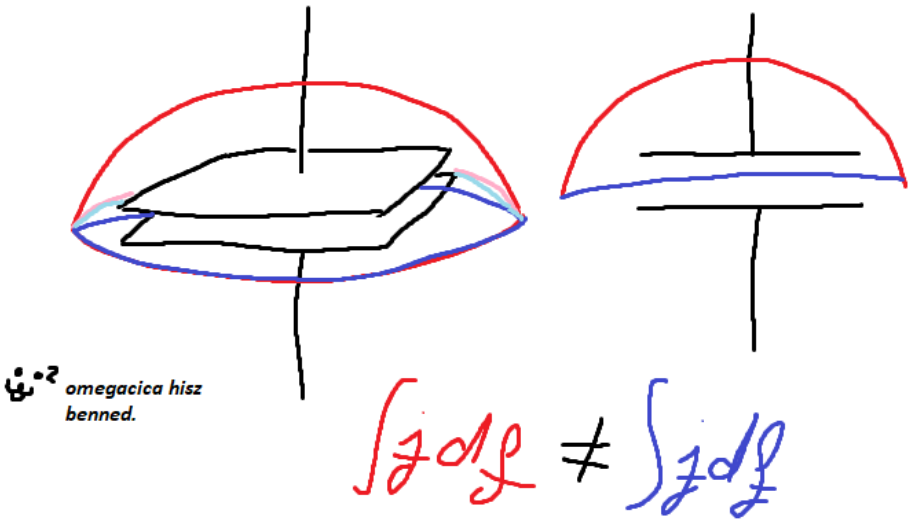
$$\underline{F} = q\left(\underline{E} + \underline{v} \times \underline{B}\right) \quad , \quad \underline{f} = \varrho \underline{E} + \underline{j} \times \underline{B} \tag{109}$$

8.1.2. Eltolási áram

Az Egyenlet 107-ben 1. sor 2. egyenlete eredetileg így nézett ki nekünk:

$$\oint \underline{H} d\underline{r} = I = \int \underline{j} d\underline{f} \tag{110}$$

Viszont ezzel volt egy komoly probléma. Ha egy kondenzátoron végezzük el a az integrálást a következő képpen:



42. ábra. Az eredeti felirás problémája

Akkor a két áram integrál NEM lesz egyenlő pedig a hurok ugyanaz.. Ezért be kell vezetnünk egy tényezőt ami figyelembeveszi a töltések felhalmozódását. Mivel a töltések felhalmozodáskor kellemesen csinálnak nekünk egy elektromos erőteret, ennek az időbeli változását beirjuk a jobboldalra.

$$\oint \underline{H} d\underline{r} = I + \frac{d}{dt} \int \underline{D} d\underline{f} \tag{111}$$

Ahol a $\frac{d}{dt} \int \underline{D} d\underline{f}$-t nevezzük eltolási áramnak (Displacement current). Azért hivjuk igy mert a folyó áramat eltoljuk a kondenzátor két lemeze kőzé.

8.1.3. Hullámmegoldás *? nemtudom ezt minek kéne hivnom*

A hullámegyenletet a Maxwellek homégén verzióiból vezetjük le. A Maxwell akkor homogén amikor q, I vagy $\underline{\varrho}, \underline{j}$ nulla.

$$\begin{array}{cc} \text{div } \underline{D} = 0 & \text{rot } \underline{H} = +\frac{\partial \underline{D}}{\partial t} \\ \text{rot } \underline{E} = -\frac{\delta \underline{B}}{\delta t} & \text{div } \underline{B} = 0 \end{array} \tag{112}$$

Feltesszük, hogy vákumban vagyunk $\varepsilon = const \quad \mu = const$, igy tudunk vele osztani.
Ennek már van hullám megoldása:

$$\underline{E} = \underline{E}_0 \cos(\omega t - kz) \quad , \quad \underline{H} = \underline{H}_0 \cos(\omega t - kz) \tag{113}$$

Ez egy z irányba terjedő hullám lesz. Ahoz, hogy teljesitsék a homogén dives Maxwelleket teljesülnie kell, hogy minden irányú derivátjuk összegének nullának kell lennie. Mivel a z-irányú derivált alapvetően nem lenne 0 ki kell kötnünk, hogy

$$E_{0z} = 0 \quad B_{0z} = 0 \tag{114}$$

Ez azt jelenti, hogy a hullámunk tranzverzális.
Feltehetem, hogy E-nek csak x irányú komponense van, mert a z irányitottsága ezt szabadon választhatónak hagyja.

$$\underline{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cos(\omega t - kz) \tag{115}$$

Ebből ki tudjuk számolni E rotációját, ami pont a H időszerinti deriváltjának konstans szorosa. Látni fogjuk hogy H-nak csak y irányú komponense van.

$$\text{rot } \underline{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{ebből} \quad \underline{H} = \begin{pmatrix} 0 \\ H_0 \\ 0 \end{pmatrix} \cos(\omega t - kz) \tag{116}$$

Fontos megjegyzés ide, hogy E és H **mindig** ugyanabban a fázisban vannak. Nincs köztük semmi eltolás, késleltetés ilyesmi. Ábra 51 egy jó ábra arról, hogy hogyan néznek ők ki.
Hogyha visszahozzuk ε, μ-t akkor a következőket kapjuk a rotációs egyenletekből:

$$kE_0 = \mu\omega H_0 \quad kH_0 = \varepsilon\omega E_0 \tag{117}$$

Ezt az egyenletrendszert megoldva:

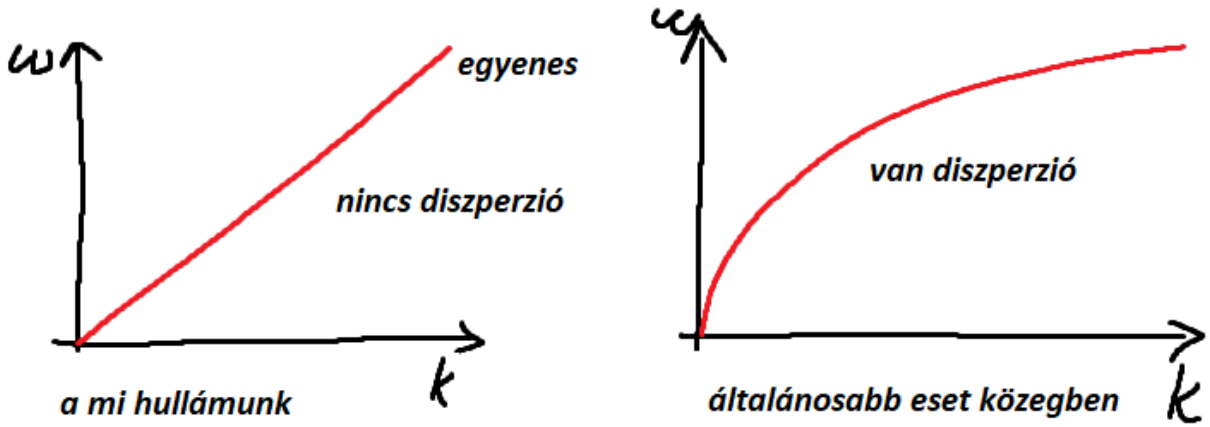
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} k \quad \text{vákuumban} \quad \omega = ck \tag{118}$$

Ezt nevezzük **diszperziós reláció**nak. Fontos megjegyeznem hogy azért diszperziós reláció mert megadja ω-t k függvényeként
Mellékesen még a fény vákumbeli terjedési sebességét elneveztük c-nek, ez azért fontos mert manapság ez az SI mértékrendszer egyik alappillére, definiált konstans.
Ez a vákuumbeli fénysebesség de meg tudjuk adni különböző anyagokban is őt:

$$c_{\text{közeg}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} = \frac{c}{n} \tag{119}$$

8.1.4. Diszperziós reláció

Ábrázoljuk a diszperziós relációt a mi hullámunkban, és egy általánosabb közegbeli esetben:



43. ábra. Diszperió grafikonok.

A diszperzió magyarul azt jelenti, hogy szétszóródás. Vákuumban szerintem logikusan nincsen, míg közegekben lehet diszperzió. A diszperziót az okozza, hogy különböző frekik különböző sebességgel haladnak a közegben.

8.2. Hullámegyenlet

Képzeljuk ide a homogén Maxwell- egyenleteket Egyenlet 112!

1. Megint osztunk ε, μ-vel.
2. rot E-s egyenletnek vegyük a rotációját, majd irjuk bele a meglévő rot H-t
3. rot rot = grad div $- \triangle$ és grad div $E = 0$
4. μ, ε-t átirjuk $\frac{1}{c^2}$-re

és voalá megvan a hullámegyenlet (általánosan E helyett Φ van):

$$\triangle \underline{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{E}}{\partial t^2} = 0 \tag{120}$$

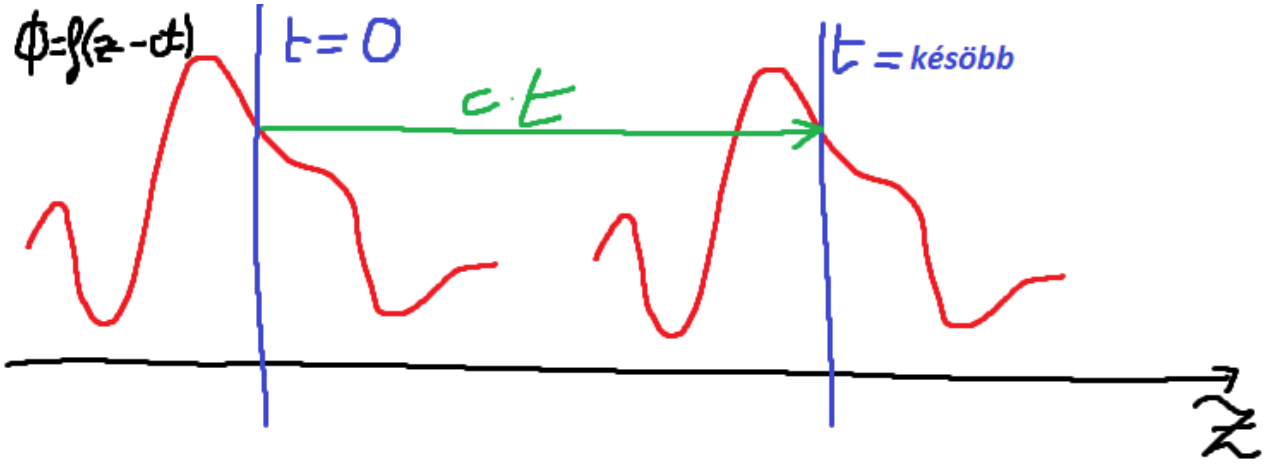
Ez egy nagyon "szép" parciális diffegyenlet, de jó hir ezt meg lehet oldani, és ha DGY-hez járt az ember akkor "tudja" is hogyan kell. Itt fontos, hogy az idő máshogy van kezelve benne mint a tér koordináták.
Most oldjuk meg a hullámegyenletet először 1D-ben majd 3D-ben

8.2.1. Sikhullám megoldás

Legyen az egy dimenziónk neve mondjuk z. Ilyenkor a a hullámegyenletnek van

$$\Phi = f(z \pm ct)$$

alakú megoldása, ahol f egy akármilyen függvény lehet. A függvényben az előjel annyit dönt csak el hogy melyik irányba szalad a függvény.



44. ábra. 1D-s egyszerű megoldás.

Ebben a megoldásban nincs diszperzió. Ha lenne akkor azt látnánk, hogy a későbbi hullám elkenődött. Mivel a hullámegyenlet lineáris ezért a megoldások összege is megoldás lesz. Ebből az általános megoldása az 1D-s hullámegyenletnek:

$$\Phi(z,t) = f(z+ct) + g(z-ct) \tag{121}$$

Nézzük meg a hullámegyenlet megoldását elektromos térre, úgy hogy E teljesiti a hullámegyenletet.

$$\underline{E} = \begin{pmatrix} f(z-ct) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \underline{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} f(z-ct) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{122}$$

Ez persze teljesül bármilyen irányú hullámra, csak úgy kell felvenni a koordináta rendszert, hogy z legyen a hullám terjedési iránya. Ez a síkhullám megoldás.

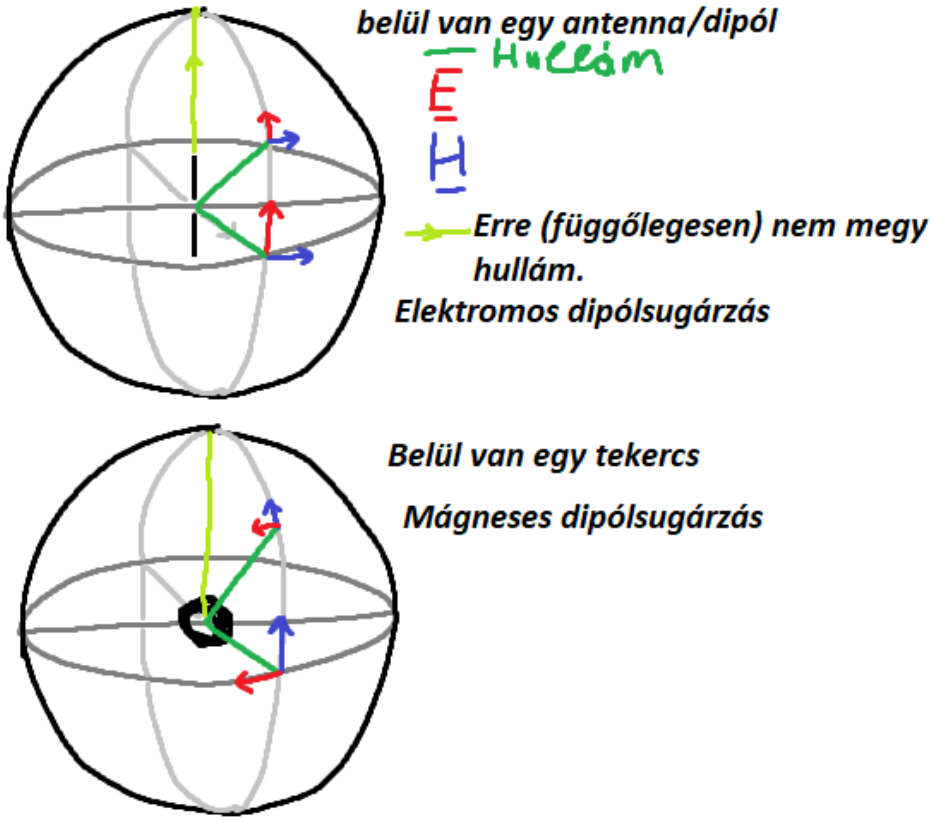
A kövi kis rész nemtudom hogy hova tartozik vagy hogy egyáltalán helyes-e, mert Tichy megzavarodott miután ezt elmondta. Ez nagyon egyszerű konkrétan ugyanazt csináljuk mint elöbb csak 3-szor. Részletesen kifejtve a tér mindhárom irányára x, y, z-re megoldjuk $E_i = f(x_i \pm ct)$ alakban, és ezeket összeadjuk. Ezt nevezzük **síkhullám** megoldásnak.

8.2.2. Gömbhullám megoldás

Vegyük elő ismét a hullámegyenletet, és most alapból 3D-ben keressük a megoldást, ami igazából csak annyit jelent hogy Tichy megmondja nekünk. Mindenestre azt mondta, hogy jó megoldás a következő:

$$\Phi(\underline{r}, t) = \Phi(x, y, z, t) = A \frac{e^{i(\omega t - \underline{kr})}}{r} \tag{123}$$

Ez a gömbhullám megoldás. Itt elenőrizte Tichy, hogy tényleg jó megoldás-e, azzal hogy behelyettesítette a hullámegyenletbe. Most nekem el kell hinnetek, hogy ő tényleg megcsinálta és tényleg jó volt. Ennek a megoldásnak feltétele, hogy teljesüljön a diszperziós reláció. Viszont a gömbhullám transzverzális hullámra, tehát a fényre nem jó. Ha jól értelmeztem azért nem lehet gömbhullám mert az EM sugárzásnak nincs pontszerű, vagy gömbszerű kibocsájtója.
Hogy van az elektromágneses hullámokra?



45. ábra. Gömbhullám.

8.2.3. Hertz kisérlete

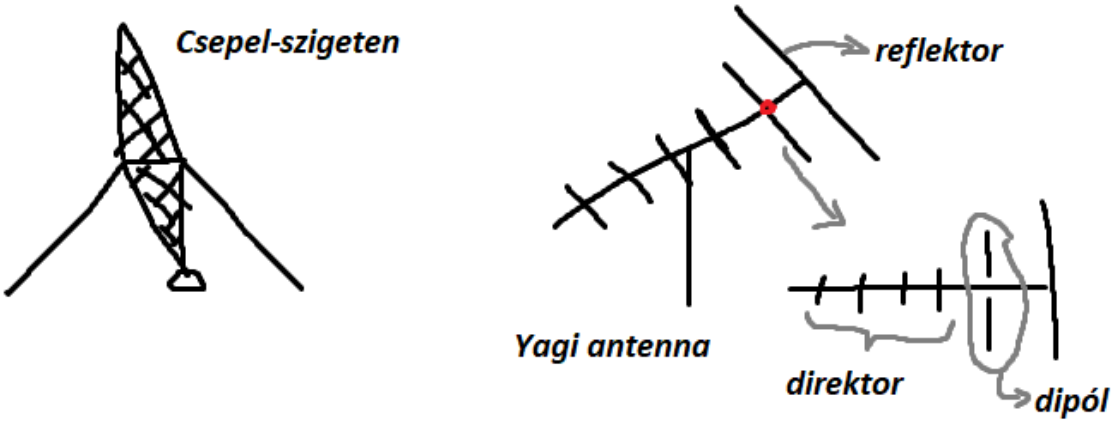
Legalábbis amit nekünk bemutattak órán. Az előadáson mit láttunk. A kisérlethez kell egy szikragenerátor (Hertzénél jóval kissebb kis vacak), ami úgy működik, hogy:
egyenáramra van kötve, van benne kettő tekercs amin úgy folyik át az áram hogy előtte át kell mennie egy kis mágneses megszakitó kapcsolón, ez lyukakat tesz az áramba. Ezek a megszakitások miatt a tekercsen nem lesz állandó az elektromos mező, ezért indukálódni fog benne egy egy feszültséget a gép kimeneti izéire van véve. Ez fog szikrázni nekünk.
Maga a kisérlet az hogy egy fénycsőt rakunk a szikrák mellé és ez világitani fog.

46. ábra. Hertz kisérlete.

Még azt is láttuk hogy ez a szikra csinál egy rádióhullámot amitől Tichy régi rádiója elvileg zörög. A zörgés függ a rádió irányától.

8.2.4. Antennák

Két fő tipusa van: az elektomos térre érzékeny és a mágneses térre érzékeny. Ezeket láthatjuk a gömbhullám ábrán, az egyetlen különbség hogy az EM hullám nem kifele jön, hanem befelé megy.
A hétköznapi életben antennákat láthatunk bőven, általában egy vevőhöz, adóhoz több is tartozik csak hogy javitsa a jelet, vagy hogy minden irányból tudjon venni.



47. ábra. Az antennák amikről beszélt Tichy.

8.2.5. legyen most diszperzió is

nem tudom hogy ez kell-e, de inkább legyen mint ne
Túl könnyű volt eddig az életünk ezért nézzük meg ezt az egészet újra, csak most legyen diszperzió! Ennek alapvető kejelentése az hogy $\varepsilon(\omega)$, viszont $\mu = \mu_0$ (ennek nem muszáj így lennie de mindenki így veszi). Ebből $n(\omega) = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} = \sqrt{\varepsilon_r(\omega)}$

$$\underline{E} = \underline{E}_0 e^{i(\omega t - \underline{kr})} \quad \underline{H} = \underline{H}_0 e^{i(\omega t - \underline{kr})} \tag{124}$$

Az egyenleteink a szokásos homgén Maxwellek. Eljátszuk az eddigi játékainkat.
Először kijön hogy k merőleges E-re és H-ra:

$$\underline{kE_0} = 0 \quad \underline{kH_0} = 0$$

Majd kihozzuk, hogy:

$$\omega = \frac{k}{\sqrt{\varepsilon(\omega)\mu}}$$

és

$$c_{\text{fázis}} = c_A = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{n(\omega)} \tag{125}$$

Ez a fázissebesség ami azt jelenti, hogy milyen sebességgel halad a hullámfront. A különböző frekis hullámok más-más sebességgel terjednek. A hullám legyen az bármilyen alakú középpontjának, súlypontjának a sebességét nevezzük csoportsebességnek. Tichy beszél arról, hogy ezt a

csoport sebességet le lehet programozni, szóval én igy tettem. Az animációs itt lehet elérni, és még játszani is vele hála geogebrának.
A csoportsebességet számszerűleg ki tudjuk számolni:

$$\underline{v}_{cs} = \frac{d\omega}{d\underline{k}} \tag{126}$$

15. előadás 1. részében kb 7. perctől beszél ilyen ijesztő dolgokról amit hajnali 2-jkor én képtelen vagyok értelmezni, főleg úgy hogy nem is tudom hogy kell-e.
Ha E_r-nek van képzetes része akkor ω imaginárius, ez annyit jelent hogy omega idővel csökken, vagy valami ilyesmi.

8.2.6. EM hullámok

Elektromágneses hullámok skálája

43. táblázat

Frekvencia (hertz)	Sugárzás	
$10^4 \ldots 10^5$	Morzejeles távírás vivőhulláma	rezgőkörben
$10^5 \ldots 5 \cdot 10^5$	Rádióhullámok a hosszúhullámú sávban	rezgőkörben
$5 \cdot 10^5 \ldots 1{,}5 \cdot 10^6$	Rádióhullámok a középhullámú sávban	rezgőkörben
$3 \cdot 10^6 \ldots 3 \cdot 10^7$	Rádióhullámok a rövidhullámú sávban	rezgőkörben
$3 \cdot 10^7$	Rövidhullámú gyógykezelés	rezgőkörben
$4 \cdot 10^7 \ldots 10^8$	Rádióhullámok az ultrarövidhullámú sávban	rezgőkörben
$5 \cdot 10^7 \ldots 10^9$	Televíziós átvitel	rezgőkörben
$2{,}5 \cdot 10^8$	Mikrohullámú kemence (sütő)	rezgőkörben
$3 \cdot 10^8 \ldots 3 \cdot 10^{10}$	Mikro- (radar) hullámok	rezgőkörben
$5 \cdot 10^9 \ldots 3 \cdot 10^{12}$	Hertz-hullámok (régen szikratávírónál használták)	szikraközben
$5 \cdot 10^{11} \ldots 3{,}7 \cdot 10^{14}$	Infravörös fény- felhasználása: melegítésre, szárításra, fényképezésre	az elektronfelhőben
$3{,}7 \cdot 10^{14} \ldots 8{,}1 \cdot 10^{14}$	Látható fény	az elektronfelhőben
$8{,}1 \cdot 10^{14} \ldots 3 \cdot 10^{18}$	Ultraibolya fény: kémiai hatású (asszimiláció, D-vitamin-képződés)	az elektronfelhőben
$8{,}1 \cdot 10^{15} \ldots 5 \cdot 10^{19}$	Röntgensugarak; felhasználása: diagnosztikában, terápiában, anyagvizsgálatnál	az elektronok lefékezése által a Röntgen-csőben
$1{,}1 \cdot 10^{19} \ldots 6 \cdot 10^{20}$	γ-sugarak; felhasználása: terápiában, anyagvizsgálatnál, élelmiszerek sterilizálására	magátalakulásoknál
$1{,}5 \cdot 10^{22} \ldots 1{,}5 \cdot 10^{24}$	A kozmikus sugárzás elektromágneses komponense	atommagok átalakulásánál a sztratoszférában

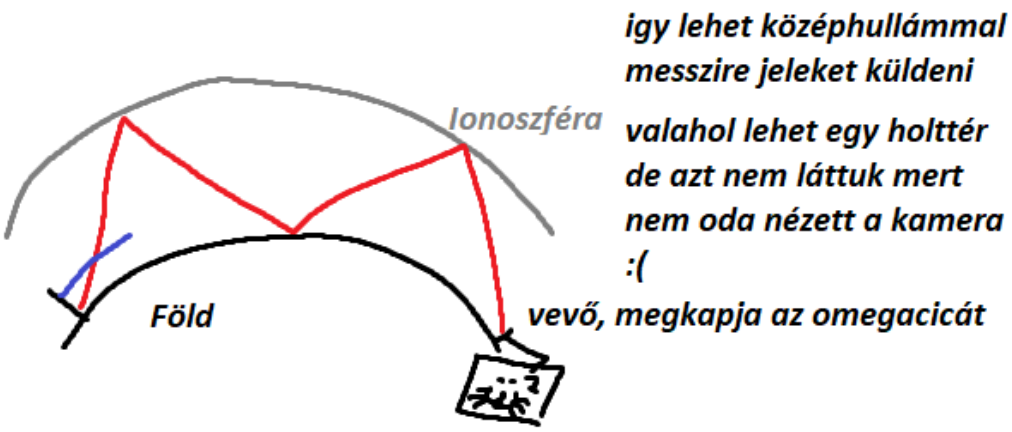
A fékezési röntgensugár spektruma folytonos: $\lambda_{min} = \frac{hc}{eU}$.

48. ábra. Az EM sugárzásokat összefoglaló táblázat a sárga bibliából.

Néhány dolog ami fontos vagy kimaradt és Tichy beszélt róluk:

- 1Hz körül csak a geofizikusokat érdekli
- 300kHz 1km - hosszúhullám

- középhullám: 100m-1km , 300kHz-3MHz



49. ábra. A középhullámok különlegessége.

- Rövidhullám : 10-100m , 3-30 MHz. Hasonlóan tud terjedni mint a középhullám csak rövidebb hatótávolságú. Ezen halgatta Tichy a Szabad Európát. A két szinű hullám egymással interferélhat igy néha rövid időre elnémult a beszéd a rádióban.

- VHF: 1-10m , 30-300 MHz. Ezen jött régen a TV, ezt kell fogni Yagi-antennákkal. Soproron forditva vannak polarizálva. Ezek csak egyenesen mennek

- UHF: 10cm-1m , 300MHz-3GHz. Ez a mikrohullám. Régen sok adó működött ezen, manapság a telefonok mennek ezen. Ezzel melegitjük kajánkat is. A mikró azért ezen a frekin van mert kb itt van a víz rezonancia frekije, mindig rezonanciánal van a legnagyobb veszteség, ezzel lehet a legjobban vizet melegiteni. A mikró kb 1 cm mélyig melegít.

- Infravörös: 1m- 1000nm . Sok minden működik itt. Pl távirók, mozgásérzékelő, hőkamera az izraeli drónon. Még azért fontos mert a hőcserének egyik alapja.

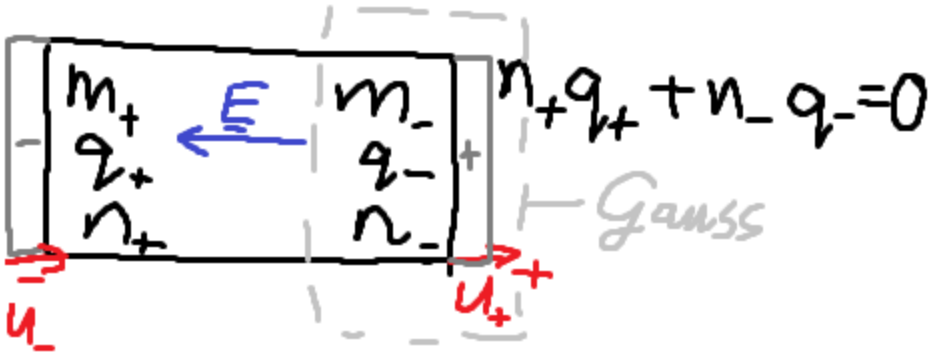
- Látható fény: 350-700nm . nem jó semmire ezt nem kell tárgyalni. Komolyra véve, ez a Földre érkező napfény legintenzivebb tartománya.

- Ultraibolya: Ezentúl már a fénynek van elég energája arra hogy kémiai kötéseket szétszakitson, ezért már rongálni tudja a sejtjeinket, ami egy komoly daganat rizikó.

- Röntgen és γ-sugárzás: Itt az elnevezések kicsit inkonzisztensek, de általában elmondható, hogy elektronhélyon belüli változásokkor kibocsájtott hullám lesz röntgen, míg atommag transzformációk során kirepülő hullám lesz γ. Itt fontos megjegyezni, hogy a röntgensugaraknak elég fontos a gyógyászati jelentősége, hiszen ezzel nézik a csontjaidat egyebek mellett. (Ez nem jelenti azt hogy a gamma hasztalan.)

8.2.7. Plazma

Gyakran 4. halmazállapotnak nevezik, de ha jól emlékszem ez belefér még az angolos "fluid" halmazállapotba kis extrákkal. A plazma töltött anyagot jelent ami tud mozogni, folyni meg mindent csinálni. Fontos tulajdonsága , hogy az elektromos hatótávolsága végtelen nagy. A plazma össztöltésének mindig semlegesnek kell lennie.



50. ábra. A mi plazmánk.

A plazmának még érdekes tulajdonsága, hogy tud magától rezegni. Vegyünk egy tök általános kellemesen téglalap alakú plazmát. Ebben van ugyanannyi + és - töltés. Kapcsoljunk rá egy elektromos teret, ekkor a töltések a téglalap két szemközti oldalán fognak felhalmozódni. Ez létrehoz a plazmán belül egy elektromos teret:

$$\varepsilon_0 E = -n_+ q_+ (U_+ - U_-) \tag{127}$$

Irjuk fel a mozgásegyenletet:

$$\begin{aligned} m_+ \ddot{u}_+ &= q_+ E \\ m_- \ddot{u}_- &= q_- E \end{aligned} \tag{128}$$

Ezeket megoldva:

$$\omega_p^2 = \left(\frac{q_+}{m_+} - \frac{q_-}{m_-} \right) \frac{n_+ q_+}{\varepsilon_0} \overset{\text{ha } m_- \gg m_+}{\longrightarrow} \omega_p^2 = \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \tag{129}$$

ezt hívják plazmafrekinek.
Néhány plaza/plazmon:

- A legegyszerűbb plazmon a fémek. Ők a sűrűplazmák: $\nu_p = 3 \cdot 10^{15}$ Hz, λ=100nm. Ez egy kemény ultraibolya sugárzás.
- Az ionoszféra is plazmon, és úgy hívjuk, hogy ritka plazma. ν_p=30 MHz, λ=10m. Ezért veri vissza a 30 MHz alatti rádiófrekiket.

8.3. megjegyzések

Sándli Lóránt
Próbáltam ezt a tételt jobban a saját szavaimmal leirni Tichy szent szavai helyett. Pls ahogy tanultok jelezzétek nekem melyik tetszik nektek jobban, lehet megpróbálom akkor a többi tételem kicsit átirni saját szavaimra.
a szöveges kiirásokban gyakran ellustáztam aláhúzni a vektorokat, de azért szövegkörnyezetből remélem ki lehet találni.
nagyon hosszú lett sorry, nemtudom hogy lehetne ezt leröviditeni... remélem azért még jó

9. Fizikai optika

Lineáris és cirkuláris polarizáció, polárszűrők, Frensel képletek, Brewster-szög, interferencia, interferométerek, Huygens-elv, diffrakció, felbontóképesség

9.1. Kidolgozás

9.1.1. Kis bevezetés

A forrásmentes Maxwell-egyenleteknek van hullámmegoldása, ezek lesznek az elektromágneses hullámok.

- div $\underline{D} = 0$
- rot $\underline{E} = -\dfrac{\partial \underline{B}}{\partial t}$
- div $\underline{B} = 0$
- rot $\underline{H} = \dfrac{\partial \underline{D}}{\partial t}$

Ekkor az egyenletek egyik megoldása a síkhullám megoldás. Ekkor egy-egy síkban az $\underline{E}$ vektor végig egy irányba mutat. Kijelölünk egy haladási irányt, legyen ez a z irány (mert miért ne?). A tejedési irányt továbbá a Poynting vektor is leírja (energia áram sűrűség vektor).

$$\underline{S} = \underline{E} \times \underline{H} \qquad [\underline{S}] = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s\,m}^2} \tag{130}$$

A hullámunk mivel z irányban terjed, ezért mind az E és a B vektor merőleges lesz a terjedési irányra, tehát az elektromágneses hullámok transzverzális hullámok.

$$\underline{S} \perp \underline{E} \perp \underline{B} \tag{131}$$

$$\underline{E}(z;t) = \begin{pmatrix} E_0 \cos(kz - \omega t) \\ \varnothing \\ \varnothing \end{pmatrix} \qquad \underline{B}(z;t) = \begin{pmatrix} \varnothing \\ B_0 \cos(kz - \omega t) \\ \varnothing \end{pmatrix}$$

k-ről a tudjuk, a diszperziós reláció szerint(síkhullám megoldás esetén), hogy:

$$\omega = c \cdot k$$

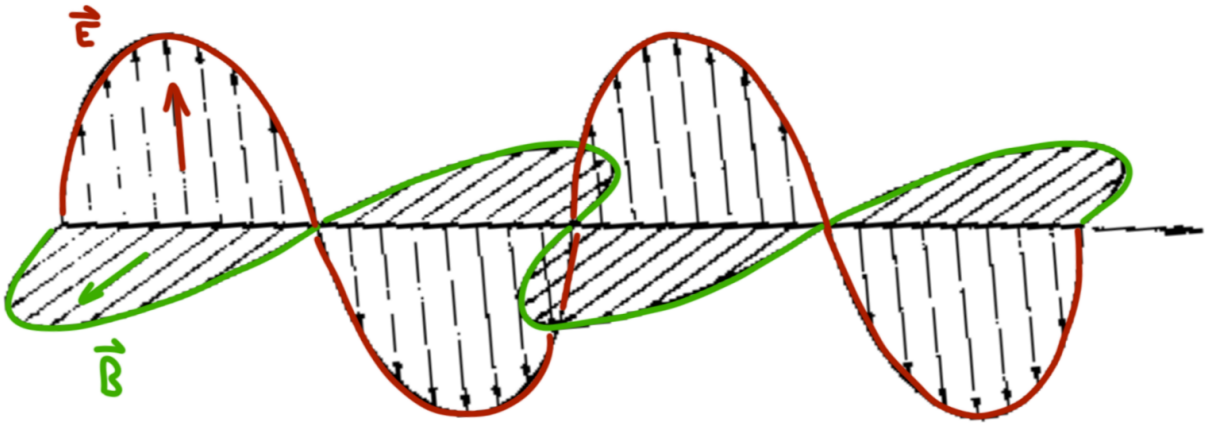
, ahol k a hullámszám vektor, c pedig a sebessége az elektromágneses hulámnak (ami persze a fénysebesség).

$$\omega = c \cdot k = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r}} k = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} k = \frac{c_0}{n} k \qquad \mu_0 \approx 1$$

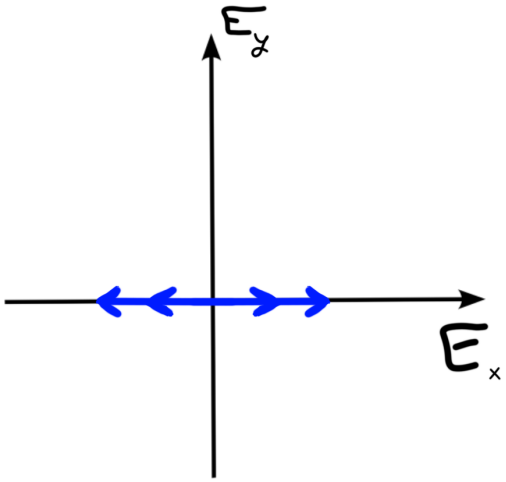
Mivel a mágneses indukcióvektor és az elektromos tér is cosinus-osan változik, így ugyanakkor lesz a maximuma a mágneses és elektromos térnek (lsd. 51. ábra). Alapvetően a képen egy x irányba lineárisan polározott elektromágneses hullám látható, viszont tökelesen megfelel a jelenség szemléltetésére.
Optikában általában intenzitásokat tudunk mérni, így erről is pár szót kéne jeteni:

$$\underline{S} = \underline{E} \times \underline{B} \longrightarrow S \propto (E_0 \cdot B_0) \longrightarrow S \propto E_0^2 \tag{132}$$

$$\text{Intenzitás} \propto (\text{amplitúdó})^2$$



51. ábra. A képen szép színesen látszik, hogy a terjedési irányra merőlegesen "tér ki" az elektromos és a mágneses tér.



52. ábra. Az x irányba polarázott fény szemléltetése, ahogy oszcillál az elektromos tér az x tengely körül

9.1.2. Polarizáció

Lineáris polarizáció

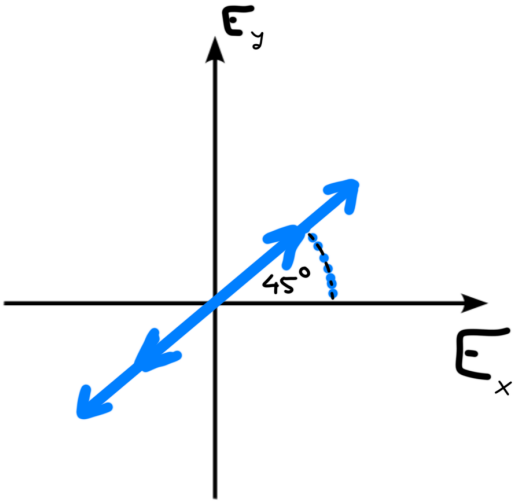
Vehetünk egy két komponensű vektort, mivel z irányban biztosan nem lesz járuléka sem $\underline{E}$-nek, sem $\underline{B}$-nek. Ezesetben (ha x/y irányban polározzuk a fényt, vagy akarmilyen elektromágneses hullámot), akkor azok oszcillálni fognak az x/y tengelyen, és a vektor a küvetkezőképpen fog kinézni:

$$\underline{E}^{(x\ polarizacio)} = \begin{pmatrix} E_0\cos(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \underline{E}^{(y\ polarizacio)} = \begin{pmatrix} 0 \\ E_0\cos(\omega t) \end{pmatrix} \tag{133}$$

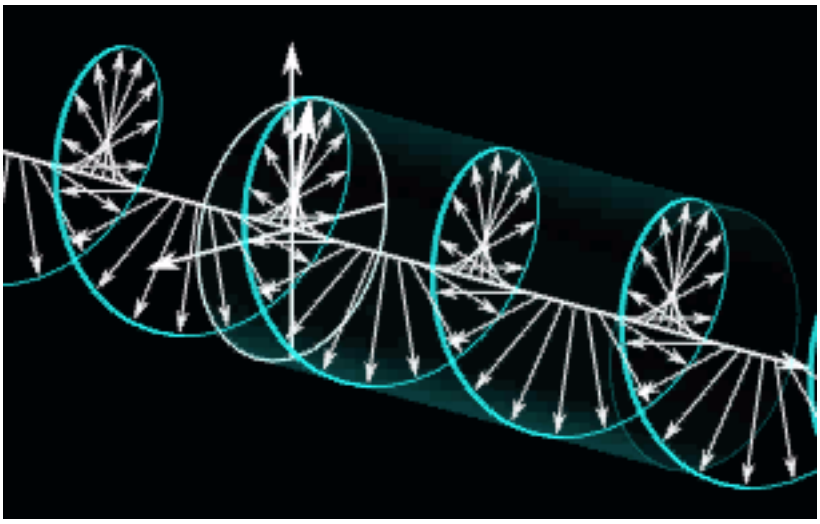
Természetesen, össze is tudjuk adni az x és y irányú polarizációt, ekkor egy 45°-osan polározott fény jön létre:

$$\underline{E} = \begin{pmatrix} E_0 cos(\omega t) \\ E_0 cos(\omega t) \end{pmatrix} \tag{134}$$

Cirkulárisan polárizáció



53. ábra. Ábrázolva a két irányú polarizált fény összege



54. ábra. Cirkulárisan polározott fény. A kép sajnos nem paintben készült, amint lesz rá időm csinálok ott egy paintes ábrát is :)

A Maxwell-egyenletek linearitása miatt két megoldás összege is megoldás. Ezért ha lesz egy fázistolás a két megoldás közt, akkor a következőképpen fog kinézni az $\underline{E}$ vektor:

$$\underline{E} = \begin{pmatrix} E_0 cos(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ E_0 sin(\omega t) \end{pmatrix} = E_0 \begin{pmatrix} cos(\omega t) \\ sin(\omega t) \end{pmatrix}$$

A fenti összefüggésből látszik, hogy az amplitúdó végig E_0 nagyságú, viszont körbe fog menni, ha $\omega t = 2\pi$ esetben újra visszatér az eredeti állapotba. Ebben az esetben, hogy hova teszünk egy negatív előjelet, attól függően lesz bal vagy jobb menetesen cirkulárisan polározott elektromágneses hullámunk. A cirkulárisan polározott fény gyakorlatilag két lineárisan polározott fény 90°-os fázistolással összeadva. Természetesen a cirkulárisan polározottnak a z általános verziója az ellipitkus polarizáció, mikor nem feltétlenül éppen $\frac{\pi}{2}$-es fázistolással adjuk össze a vektorokat, hanem bármekkora ampolitúdóval és fáziskülönbséggel. Ezen esetekben nem is kötelező, hogy az ellipszisek tengelyei az x és y tengellyel legyenek párhuzamosak.
Az ember, mint mindent ezt is manipulálni akarja, erre vannak ezért különféle eszközök. Egy ilyen eszköz a polárszűrő. Ezek a cuccok az elektromos térnek csak egy adott komponensét engedik át. Vékony fém szálakoból állnak általában, és ennek hatására csak például az y irányúak

tudnak átjutni. Továbbá vannak még a $\frac{\lambda}{2}$-es és $\frac{\lambda}{4}$-es lemezek. A $\frac{\lambda}{2}$-es lemezek a lineárisan polározott fény síkját forgatásra használatosak. A $\frac{\lambda}{4}$-es lemezek pedig lineárisan polározottból cirkulárisat hoznak létre, és viszont. A 3d-s moziban is ezeket a polárszűrűket használják.

9.1.3. Fresnel-formulák

Ha van két közegünk, eltérő törésmutatóval, akkor ha jön a fény, valamekkora E_0 amplitúdóval, akkor lesz egy része, ami visszaverődik (E_r) és egy része, ami transzmittálódik (E_t). A visszaverődési szög és a beesési szög természetesen azonos. A trnaszmittálódott sugarak szögét pedig a Snellius-Descartes törvényből tudhatjuk majd meg. A Frsenel-formulák megadják, hogy a reflektált fény hogyan függ az eredeti E_0-tól. A tényezőt mely kifejezi a kapcsolatot E_r és E_0 közt r-rel szokás jelölni:

$$E_r = r(n_1, n_2, \alpha, \beta)E_0$$

Az r nem csak a fentiektől függ, hanem a polarizáció is befolyásolja. Két lehetőség van: TM- és TE módus. A TM-módus esetén az elektromos térerősség a törési síkban van (a fény törése kijelöl egy síkot, és azzal egy síkban van). A TE-móduskor pedig éppen merőleges lesz az $\underline{E}$ a törési síkra.

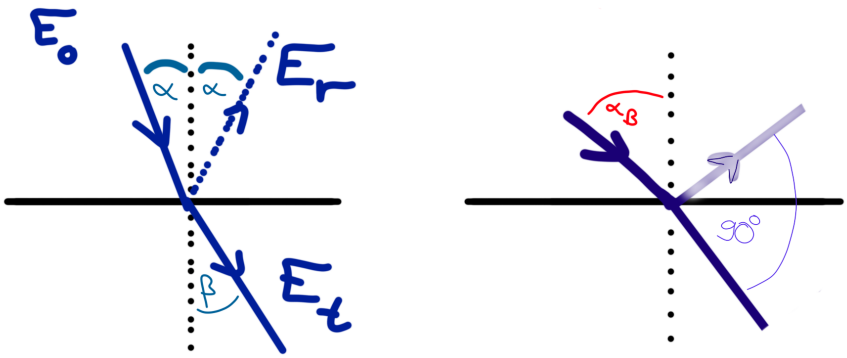
$$\frac{sin(\alpha)}{sin(\beta)} = n = \frac{n_2}{n_1} \qquad \mu_1 = \mu_2 \qquad n_k = \sqrt{\frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_0}} \longrightarrow n = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} \tag{135}$$

Ha a polarizáció merőleges a törési síkra $\left(\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\beta-\alpha)}\right) = n$:

- **Azonos közeg** esetén $\alpha = \beta$ tehát: $\underline{E}_r = 0; \underline{E}_t = \underline{E}$
- **Teljes visszaverődés** van, ha $\beta = \frac{\pi}{2}$; így: $\frac{E_r}{E} = -\frac{\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}{\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\alpha)}$
- **Merőleges beesés**kor $\alpha; \beta << 1$, így felÍrható, hogy $\alpha = n\beta$ $\frac{E_t}{E} = \frac{2n}{1+n}$ és $\frac{E_r}{E} = \frac{1-n}{1+n}$
- **Optiakilag sűrűbb közeg**: $\alpha > \beta$
- **Opitiakilag ritkább közeg**: $\alpha < \beta$

Ha a polarizáció párhuzamos a törési síkra $\left(\frac{E_r}{E} = \frac{tg(\alpha-\beta}{tg(\beta+\alpha)}\right)$:

- **Teljes visszaverődés** van, ha $\beta = \frac{\pi}{2}$, ekkor: $\frac{ctg(\alpha)}{ctg(-\alpha)} = -1$
- **Merőleges beesés**kor: $\frac{1-n}{1+n}$ és $\frac{2n}{1+n}$, mint az előző esetben.
- A **Brewster-szög** a legjobb mindközül, így arra egy külön subsection van szentelve. Ekkor $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$



55. ábra. A fénytörés és a Brewster-szög. A jobb oldali képen a reflektált és a transzmittált sugarak éppen derékszöget zárnak be egymással.

9.1.4. A Brewster-szög

TM-módus esetén van egy speciális szög, mikor a transzmittálódott és a reflektált sugarak éppen 90°-ot zárnának be egymással, ekkor a fentebb említett r együttható nulla, tehát nincsen visszavert fénysugár. Ekkor a beesési szöget nevezzük **Brewster-szög**nek. Ez TE-módusra nem teljesül, csak TM-re. Ez a Brewster.szög kijöhet úgy is, hogy valamiféle dielektrikum a közeg, és a dipólmomentumok éppen úgy sugároznak, hogy a járulékaik kioltják a reflektálódó fényt. Ezért ha általános fény (nem polározottat) a Brewster-szöggel esik a közeghatárra, akkor a visszavert fény kizárólag TE-módusú lesz.

9.1.5. Interferencia, interferométerek

Az interferencia az akkor kerül elő, ha az ember különböző fázisú elektromágneses hullámokat akar összadni. Az MX- egyenletek linearitása miatt, a megoldások összeadódnak. Így, ha van egy $E_1\cos(\omega t-\varphi_1)$ és egy $E_2\cos(\omega t-\varphi_2)$ megoldásunk (itt feltesszük, hogy E_1, E_2 egy irányba állnak), akkor a sejtésünk az, hogy $E_1\cos(\omega t-\varphi_1)+E_2\cos(\omega t-\varphi_2)=\tilde{E}\cos(\omega t-\tilde{\varphi})$ is megoldásunk lesz, ugyanúgy ω-val rezegve, valamilyen amplitúdóval és a fázissal. Ezt trigonometrikus azonosságokkal szépen ki lehet hozni, csak nagyon hosszú, és fizikusként utáljuk őket, ezért komplex írásmód jóval egyszerűbb.

$$E_1e^{i\varphi_1}+E_2e^{i\varphi_2}=\tilde{E}e^{i\tilde{\varphi}}$$

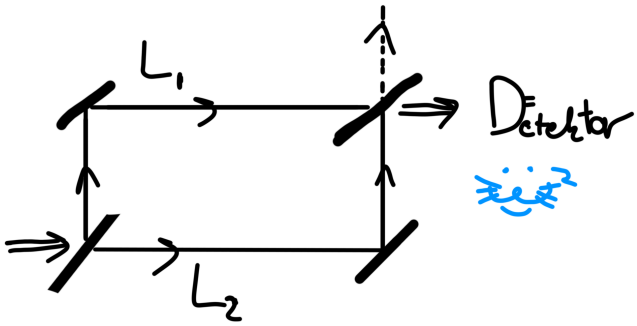
- Erősítés: $\varphi_1=\varphi_2+2\pi\cdot n$
- Gyengítés: $\varphi_1=\varphi_2+\pi+2\pi\cdot n$

Láthatóan a fázisnak önmagában sok értelme nem nagyon van, a fizikai információt főként a fáziskülönbség hordozza.

Mach-Zender interferométer

A detektrorra eső fénysugarak fáziskülünbsége érdekel minket (56.ábra). A fázisok $\varphi_1=kL_1$ és $\varphi_2=kL_2$ lesznek. A detektorra eső intenzitás lesz számunkra fontos, amely arányos az eredő elektromos tér amplitúdójával.

$$I\propto\tilde{E}^2=\tilde{E}e^{i\tilde{\varphi}}\cdot\tilde{E}e^{-i\tilde{\varphi}}=E_0^2\left(e^{i\varphi_1}+e^{i\varphi_2}\right)\left(e^{-i\varphi_1}+e^{-i\varphi_2}\right)=\cdots=E_0^2(2+2\cos(\Delta\varphi))$$



56. ábra. A Mach-Zender interferométer. A ferde vonalak félig áteresztő tükrök, amikkel irányítjuk a fényt.

$$I = \frac{I_{max}}{2}(1 + \cos(\Delta\varphi)) \qquad \Delta\varphi = k(L_1 - L_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(L_1 - L_2)$$

A fenti összefüggés I-re ábrázolható, kiderül, hogy cosinus függvény nulla értékeket vesz fel, ha a $\Delta\varphi$ egyenlő π-vel. Például, ha $L_1 - L_2 = \frac{\lambda}{2}$. Nagyon kis megváltozásokra nagyon nagyot esik az intenzitás, így az interferométerek iszonyatosan kis távolságok mérésére alkalmasak. A LIGO-ban is interferométereket használtak.
A folyadékok törésmutatóját is interferométerrel lehet megmérni, hogy a Mach-Zender-inerferométer egyik ágába behelyezzük a mérednő anyagunk, ami változtatja a rajta átmenő fény sugarát, amiből következtethető a törésmutató.

9.1.6. Diffrakció

Átlátszatlan lapon kis lyuk, és jön valami fény, merőlegesen a lapra. Ha a lyuk mérete összemérhető a fény hullámhosszával, akkor a lap mögé helyezett ernyőn nem triviális ábra (diffrakciós-ábra, intenzitás-eloszlás) fog megjelenni.
Az ernyő és a lap távolsága sokkal nagyobb a hullámhosszhoz és a lyuk méretéhez képest.
Kétrés diffrakció
Csíkok fognak megjelenni az ernyőn. A megértéshez szükségünk van a **Huygens-Fresnel-elv**re, miszerint a hullámtér minden pontja gömbhullámok kiindulópontjának tekinthető, így a résen a fény úgy megy keresztül, mintha ott lenne a fényforrás. A két pont gömbforrás lesz. Az ernyőt az α szöggel tudjuk paraméterezni, így lesz egy $I(\alpha)$ függvény.
A fáziskülönbség:

$$\Delta\varphi = kd\sin(\alpha)$$

$$I(\alpha) \propto= E(\alpha)E(\alpha)^* = E_0^2(1 + e^{i\Delta\varphi})(1 + e^{-i\Delta\varphi}) = E_0^2(2 + 2cos(\Delta\varphi)).$$

Ekkor is oszcillálni fog az intenzitás, az ernyőn tehár csíkok fognak megjelenni, mivel fázistolással kell összeadni a fényeket.
Kör alakú apertúra
Ha a kör alakú lyuk összemérhető a fény hullámhosszával, akkor lesz valami érdekes. Középen meg fog jelenni egy nagy folt, ezt hívjuk Airy-korongnak. Majd az intenzitások kifelé csökkennek. Az Airy-korongot a nulla-intenzitású hely szögével szokás jellemezni, mely $\alpha = 1,22\frac{\lambda}{D}$, ami az egyik Bessel-függvény első zérushelye, D pedig a kör átmérője.

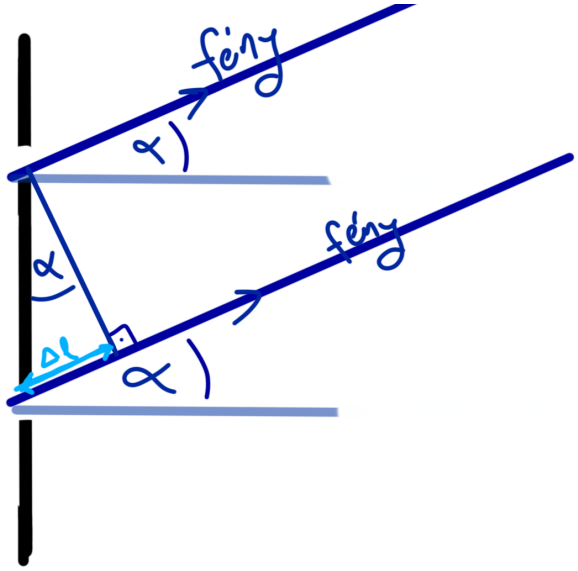
9.1.7. Felbontóképesség

Felbontóképesség annak a távolságnak a reciproka, amelyre a különböző Airy-korongok még megkülönböztethetőek. Ez jól szemléltethető a szemünkkel. Ha egy autó elegendően messze

van tőlünk, akkor a két lámpájából érkező fénysugarak a retinánkra vetett intezitáseloszlása nem megkülönböztethető egymástól, így egy pontot fogunk látni.

Kétrés kísérlet

Veszünk egy átlátszatlan lapot, melyen van két rés (aminek a szélessége/keresztmetszete a fény hullámhosszával összemérhető), és világítsuk meg fénnyel. A résen átmenő fényt fogjuk fel ernyőn, és azt fogjuk tapasztalni, hogy nem triviális alakzat jön létre. Ekkor a Huygens-elv



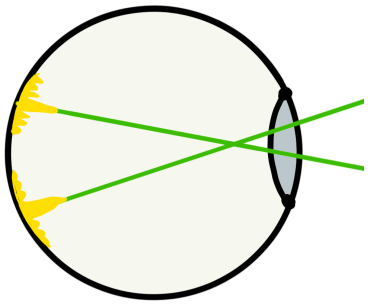
57. ábra. Ahogy a fénynek lesz különbsége

alapján a két rés egy-egy hullámforrásként fog viselkedni. Láthatóan a fénysugarak közt lesz egy eltérés, ezt jelöljük a képen Δl-lel (57. ábra). Ekkor felírhatjuk a következőt:

$$\Delta l = \lambda = d\sin(\alpha) \qquad \lambda = \frac{\lambda_{\text{vacuum}}}{n} \tag{136}$$

$$d = \frac{\lambda_{\text{vacuum}}}{n \cdot \sin(\alpha)} \longrightarrow \frac{1}{d} = \frac{n \cdot \sin(\alpha)}{\lambda_{\text{vacuum}}}$$

Ahol a d reciproka a felbontóképesség.



58. ábra. A szemen ahogy keletkezik a kép. A retinán is Airy-korongok lesznek, és az agy kiszűri, hogy hol a legnagyobb az intenzitás. Ha két ilyen intenzitási kép túl közel kerül egymáshoz, és a csúcsosodások közt a távolság elegendően kicsi, akkor nem tudjuk megkülönböztetni a két objektumot, és egynek látjuk.

9.2. Megjegyzések

Megjegyzés
Tibiássy Adalbert

10. Geometriai optika

Fermat-elv, fénytörés törvénye,lencse-törvény, vékonylencse fókusztávolsága, nevezets sugármenetek, összetett optikai rendszerek, fősíkok

10.1. Kidolgozás

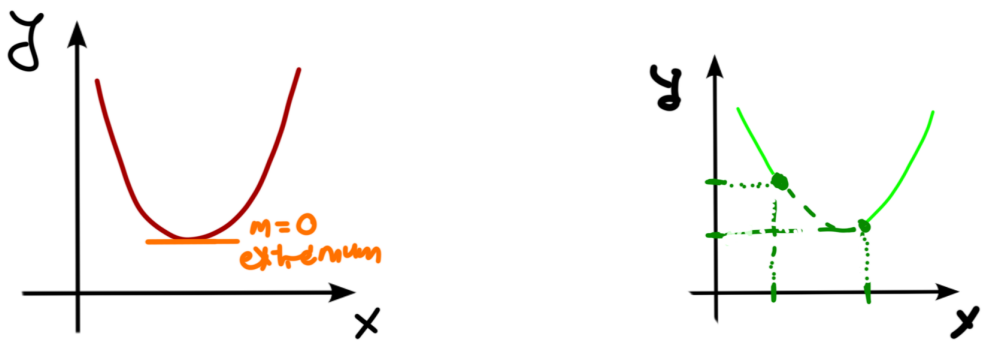
10.1.1. Fermat-elv

Az egész geometriai optika a Fermat-elvből származik:
A megtételhez szükséges idő extremális.

$$\delta \int_A^B n(\underline{r})\mathrm{dl} = 0 \tag{137}$$

A Fermat-elv kimondja, hogy a fény mindig azt az utat "választja" két pont között, amely megtételéhez szükséges idő extremális. Az extrémum lehet maximális és minimális is. A fenti, integrálos képlet (137) kifejezi, hogy a derivált legyen nulla (hiszen, akkor lesz valaminek szélsőértéke, ha deriváltja nulla...).

Az, hogy extrémuma van, azt is jeleni, hogy kis megváltoztatásra nem szabad megváltoznia



59. ábra. A bal oldali képen a függvénynek van extrémuma, ott, ahol deriváltja nulla, míg a jobb oldali ábrán, a szaggatott vonallal jelzett szakaszon függvény nem értelmezett, ekkor nyilván ugyanúgy lesz minimuma a görbének, viszont, ott nem lesz a derivált értéke nulla.

az időnek. (59).

$$c = \frac{c_0}{n} \qquad n = \frac{c_0}{c(r)} \qquad \delta \int_A^B \frac{c_0}{c(r)}\mathrm{dl} = 0 \tag{138}$$

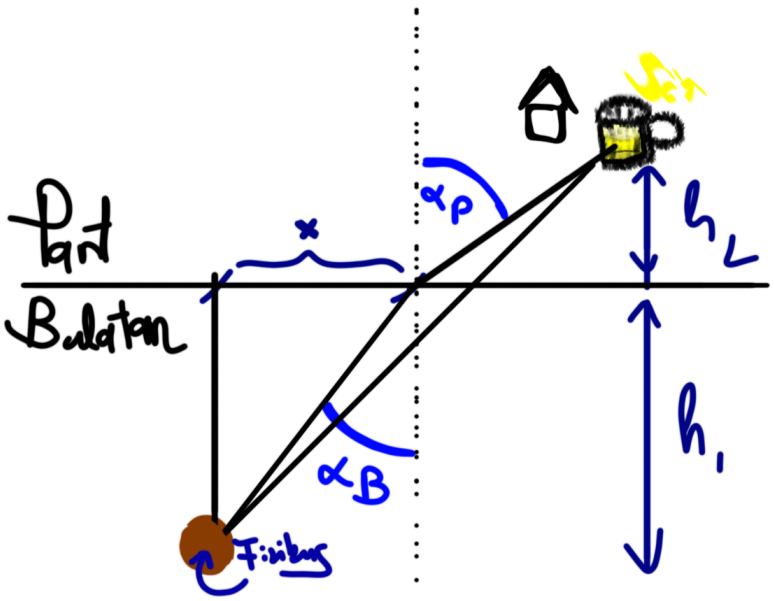
Mesterünk szavaival élve: "A Fermat-elvből az egész geometriai optika kipotyog"

10.1.2. Fénytörés törvénye

Nem tudom mennyire kell a Snellius-Descartes törvényt levezetni, de azért ideírom :)

Vagyunk a Balatonban (bár tudnám mi az...), és elkiáltják magukat, hogy ingyen sör, és a sok nép elkezd nyílegyenest rohanni a sörosztás helyszínére, de az okos fizikusok nem hülyék, ezért máshogy fognak mozogni, mint a csőcselék. Mivel a vízben lassabban mozog az ember, mint parton, ezért nyilván jobb lenne, ha a parton többet tudnánk menni.

$$t = \frac{\sqrt{x^2 + h_1^2}}{\frac{c}{n_B}} + \frac{\sqrt{(L-x)^2 + h_2^2}}{\frac{c}{n_P}} = t(x) \tag{139}$$



60. ábra. Ahogy ázik a fizikus a parton, csak sört szeretne, viszont hamar ott akar lenni az ingyen piánál, ezért okosan kell odamenni.

Ekkor szeretnénk, hogy t minimális legyen, ekkor a deriváltja nulla:

$$\frac{\mathrm{dt(x)}}{\mathrm{dx}} = \frac{n_B x}{\sqrt{x^2+h_1^2}} - \frac{n_P(L-x)}{\sqrt{(L-x)^2+h_2^2}} = 0 \tag{140}$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+h_1^2}} = \sin(\alpha_B) \qquad \frac{L-x}{\sqrt{(L-x)^2+h_2^2}} = \sin(\alpha_P)$$

Tehát, ha behelyettesítünk, akkor a következőt kapjuk:

$$n_B \cdot \sin(\alpha_B) = n_P \cdot \sin(\alpha_P) \tag{141}$$

Ami meg persze a Snellius-descartes törvény.

10.1.3. Lencse törvény, vékonylencse fókusztávolsága

Vegyünk egy síkdomború lencsét, ekkor lesz egy görbületi sugara a lencsének (R). Ekkor a következő

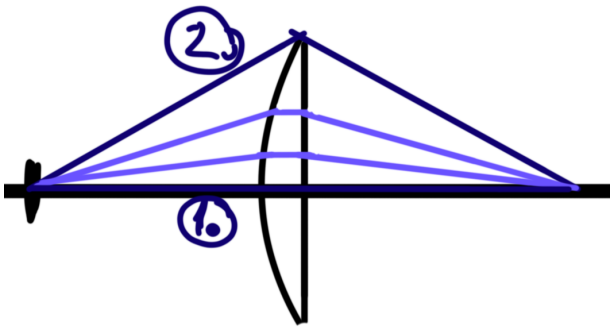
$$h^2 + (R-d)^2 = R^2 \Longrightarrow h^2 + d^2 - 2Rd + R^2 - R^2 \Longrightarrow h^2 = 2Rd - d^2 \Longrightarrow h^2 \approx 2Rd \tag{142}$$

Mivel vékony lencséről esik itt szó, ezért $d^2 \approx 0$ közelítés megtehető, hiszen az átmérője a lencsének lényegesen kisebb, mint a többi hosszúságadat a problémában.

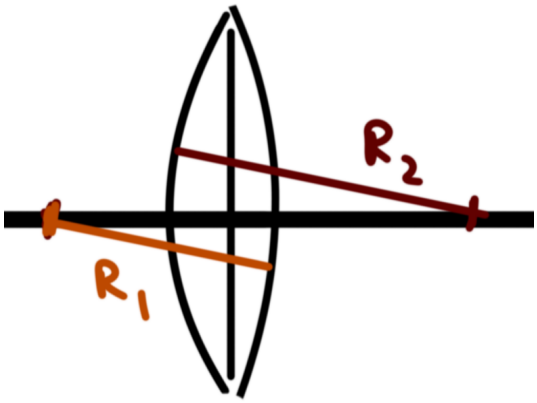
Kísérleti megfigyelés, hogy a lencse, tud fókuszálni, tehát a sugarakat egy pontba nyomja. Látszólag ez ellentmond a Fermat-elvnek, de valójában az összes út ugyanahhoz a minimumhoz tartozik, tehát az összes út extremális. Így kimondhatjuk, hogy a T, a megtételhez szükséges idő mindengyik sugár esetén azonos. Viszont az utak egymásba folytonosan deformálhatóak.

$$T_1 = \frac{t-d}{c} + \frac{d}{c/n} + \frac{k}{c} \qquad T_2 = \frac{1}{c}\left(\sqrt{t^2+h^2} + \sqrt{k^2+h^2}\right) \qquad T_1 = T_2 \tag{143}$$

$$\frac{t-d}{c} + \frac{d}{c/n} + \frac{k}{c} = \frac{1}{c}\left(\sqrt{t^2+h^2} + \sqrt{k^2+h^2}\right)$$



61. ábra. A sík domború lencse fókuszálja a fénysugarakat, mely látszólag mond csak ellent a Fermat-elvnek, de valójában az összes út extremális. A probléma vizsgálatakor a két legegyszerűbb sugárt nézzük meg (persze, hogy azokat, hiszen lusták vagyunk, franc fog a dupla Snellius-szal bajlódni).



62. ábra. "Teljesen" domború lencse esetén két görbületi sugár van, azokból fog akkor összeállni a fokúsztávolság.

A fentebb kapott összefüggéseket sorbafejthetjük; így a következőt kapjuk meg:

$$t + k + (n-1)d = t + \frac{Rd}{t} + k + \frac{Rd}{k} \tag{144}$$

$$\frac{n-1}{R} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k} = konst. \qquad \frac{n-1}{R} = konst. = \frac{1}{f}$$

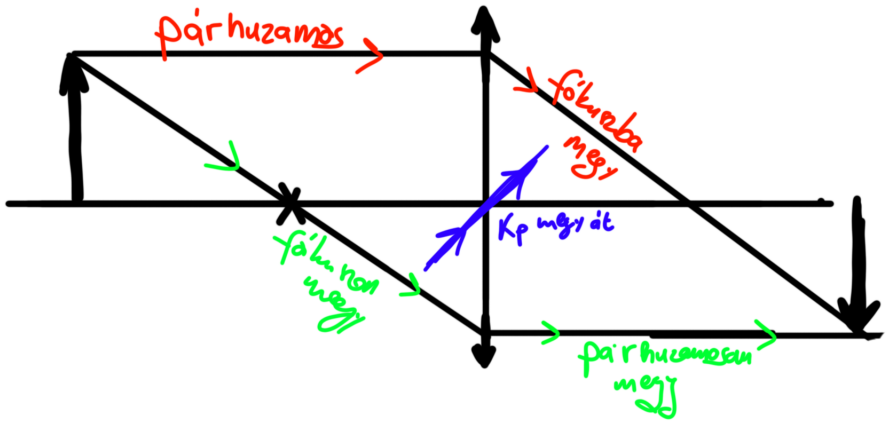
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k}$$

Ahol elnevezzük f-et a lencse fókusztávolságának. Ha a lencsénk nem síkdomború (62. ábra), hanem "teljesen domború":

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \tag{145}$$

10.1.4. Nevezetes sugármenetek

A nevezetes sugármeneteket a 63. ábra jól szemlélteti. A kép persze gyűjtőlencsére vonatkozik, ekkor a leképezési törvény a rendes alakban felírható, mivel valódi képünk és valódi tárgyunk van.

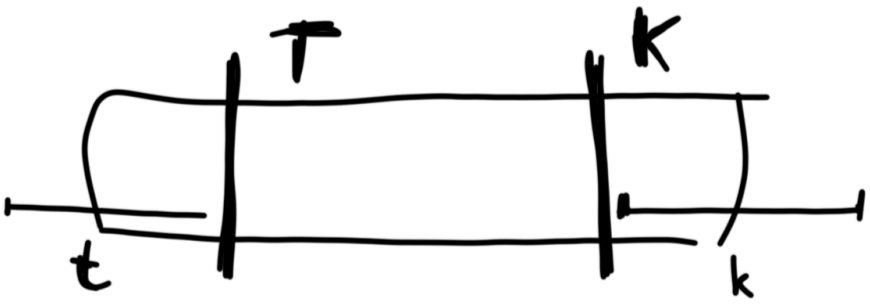


63. ábra. A képen az RGB skála legalapabb színeivel ábrázolva láthatóak a nevezetes sugármenetek.

- t = 2f $\Longrightarrow$ k = 2f
- $t = \frac{f}{2} \Longrightarrow k = -f$: virtuális a kép. A jobb oldalt olyan széttartó nyaláb lesz, mintha úgy lenne tárgy, mint ahogy látjuk, csak ernyőn nem tudjuk felfedezni.
- Meg kell tanulni egy rakat konvenciót, de azt nem szeretjük
- k,t > 0 valós
- k,t < 0 virtuális
- **Tükrök** esetén az egyetlen igazán fontos a parabolatükör, mely a legjobban fókuszálja a sugarakat. Ilyen van a napkollektorokban, csillagászati távcsövekben, stb...

10.1.5. Összetett optikai rendszerek

A leképezési törvény összetett optikai rendszerek esetében nem lesz érvényes, hiszen alapvetően azonnal felmerül, hogy honnan is kéne mérni a kép és tárgytávolságokat. Továbbá a rendszeren belül sem lesz érvényes. Lehet általánosítani a képletet ilyen rendszerekre is, de csak a ki- és bemenő hullámokra. A benti történések nem tudja leírni.
A k és a t teljeskörű értlemezéséhez be kell vezetnünk a kép és tárgyoldali fősíkot. A rendszerben a tárgyoldali fősíktól kell mérni a t-t, és k-t pedig a képoldali fősíktól. Ezeken túl meg kell adni a fókusztávot is. Az, hogy a tárgyoldali és a képoldali fősíkok hol helyezkednek el, semmiféle elvárást ne támasszunk, lehet, hogy akár a rendszeren kívül vannak.



64. ábra. Egy összetett optikai rendszer, T-vel a tárgyoldali, K-val a képoldali fősík van jelölve, és láthatóan tőlük van felmérve a t és a k.

10.2. Megjegyzések

Amennyiben elfáradtatok
Tibiássy Adalbert

11. Az elektromágneses tér, mint anyag

Elektrosztatikus tér energiasűrűsége, mágneses tér energiája,elektromágneses tér energiasűrűsége, energiaáramsűrűsége, Poynting vektor, a tér impulzusa és impulzusnyomatéka, Einstein-de Haas kísérlet.

11.1. Kidolgozás

11.1.1. Elektrosztatikus tér energiasűrűsége

Ha a tér egy tetszőleges pontjában az elektromos térerősség $\vec{E}$ és az indukcióvektor $\vec{D}$, akkor a pont körül felvett kicsiny ΔV térfogatban $dW = \frac{1}{2}\vec{E}\vec{D}\Delta V$ elektromos energia található, vagy másképpen kifejezve: $dW = \varepsilon_0 A \cdot d \cdot E \cdot dE$.
Az elektromos energiasűrűség pedig:

$$\rho_{eletromos} = \frac{W}{V} = \frac{CU^2}{2Ad} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}DE.$$

11.1.2. Mágneses tér energiája

Teljesítmény: $P = UI$, viszont ha térfogategységre vesszük, akkor $P = jE$. Számítsuk ki a teljesítményt. Tudjuk, hogy az erő:

$$F = eE + e(v \times B)$$

Ezt elosztva a térfogattal megkapjuk az erősűrűséget:

$$f = \rho E + (j \times B)$$

A Maxwell egyenletek alapján pedig:

$$\nabla \times H = j + \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}$$

Behelyettesítve:

$$-jE = -E(\nabla \times H - \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}) = \varepsilon E \frac{\partial E}{\partial t} - E(\nabla \times H)$$

Számoljuk ki a következő mennyiséget:

$$\text{div } (E \times H) = H\boldsymbol{\nabla} \times E - E\boldsymbol{\nabla} \times H$$

Ezt is helyettesítsük be.

$$-jE = \frac{\partial}{\partial t}(\frac{1}{2}\varepsilon E^2) + \boldsymbol{\nabla} \cdot (E \times H) - H\boldsymbol{\nabla} \times E = \boldsymbol{\nabla} \cdot (E \times H) + \frac{\partial}{\partial t}(\frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2)$$

A mágneses tér energiasűrűségének hívjuk ezt a tagot: $w = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2$. Bevezetjük a Poynting vektort, jele S: $S = E \times H$. Így felírva az előző egyenlet:

$$-\underline{jE} = \frac{\partial w}{\partial t} + div\underline{S}$$

Ez az egyenlet az elektromos tér energiájának a kontinuitási egyenlete, tehát csúnyábban az energiamegmaradás. Igazából ami oda van irva pont azt jelenti, hogy nem marad meg mert munkát tud végezni az elektromos tér, ahogy Tichy mondta "elmegy a villamos".

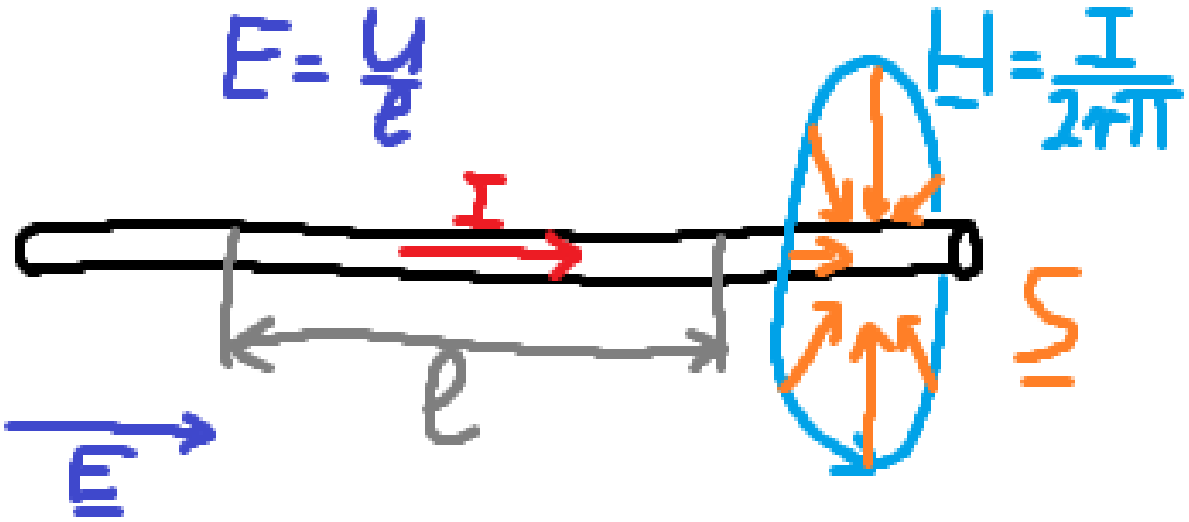
11.1.3. Poynting vektor, energiaáramsűrűség

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

Mértékegysége:

$$[S] = \frac{VA}{M^2} = \frac{W}{m^2} = \frac{J}{sm^2}$$

$\vec{S}$ a felületegységen időegység alatt átvitt energiát jelenti, azaz a Poynting-vektor nem más, mint a mező energiaáram-sűrűsége, azaz a teljesítménysűrűsége.



65. ábra. A Poynting vektor egy ellenálló vezetéken.

Az elenálló vezetőn valóságban hő fog termelődni, tehát energiát nyel el az elektromos tértől, ezért a Poynting vektor a vezetőbe / vezető felé mutat.

11.1.4. A tér impulzusa

Impulzusmegmaradás:

$$\frac{\partial \underline{\underline{g}}}{\partial t} + div \underline{\underline{\sigma}} = -\underline{f}$$

, ahol g az impulzussűrűség, σ az impulzusáram aki egy tenzor és f az erő, az impulzus forrása. Látható, hogy ez az egyenlet tök olyan mint amit rugalmas testekre felirtunk folytközön. Ezért a σ-t Maxwell-féle feszültségtenzornak is szokták hivni. Magát az elektromágneses teret feszíti. Az erőt felírhatjuk így is:

$$f = \rho E + j \times B$$

Ebbe behelyettesítjük ezeket az egyenleteket:

$$\rho = \text{div } D$$

$$j = \boldsymbol{\nabla} \times H - \frac{\partial D}{\partial t}$$

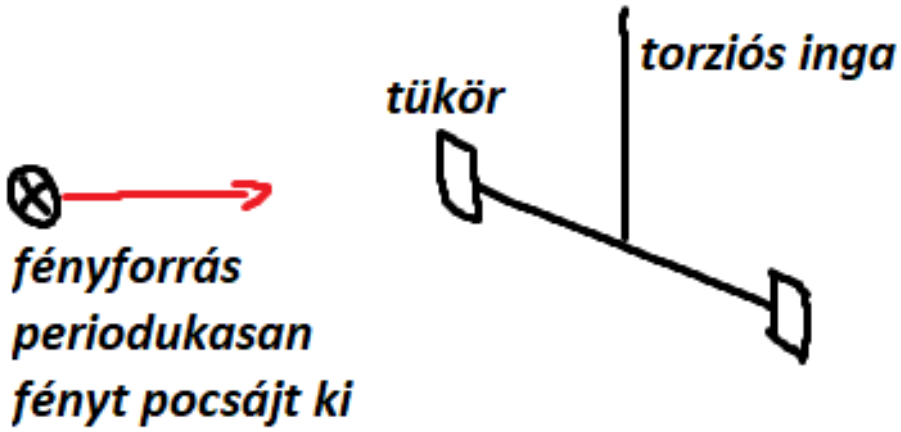
Az átalakítások után ezt kapjuk:

$$g = D \times B$$

Vákuumban:

$$g = D \times B = \varepsilon_0 \mu_0 E \times H = \frac{1}{c^2} S$$

Tehát azt kapjuk, hogy az elektromos tér impulzussűrűsége megadható D, B-vel amit könnyen átalakithatunk a Poynting vektorrá. Az $\frac{1}{c^2}$ miatt ez egy nagyon kicsi mennyiség.
Itt végig lehet játszani a mértékegységekkel de el kell hinnünk Tichynek, hogy ez jó és tényleg az impulzus megfelelője. $[g] = \frac{kg}{m^2 s^2}$
Ezt a Lebegyev-kisérlettel lehet *elvileg* kimérni, csakhogy ez nagyon nehéz és Lebegyeven kivül senki se csinálta meg.



66. ábra. Lebegyev kisérlete. Azt állitotta, hogyha rezonanciafrekivel küldte a fényt akkor ez az inga kilengett.

11.1.5. A tér impulzusmomentuma

Ebből az egyenletből kell kiindulni:

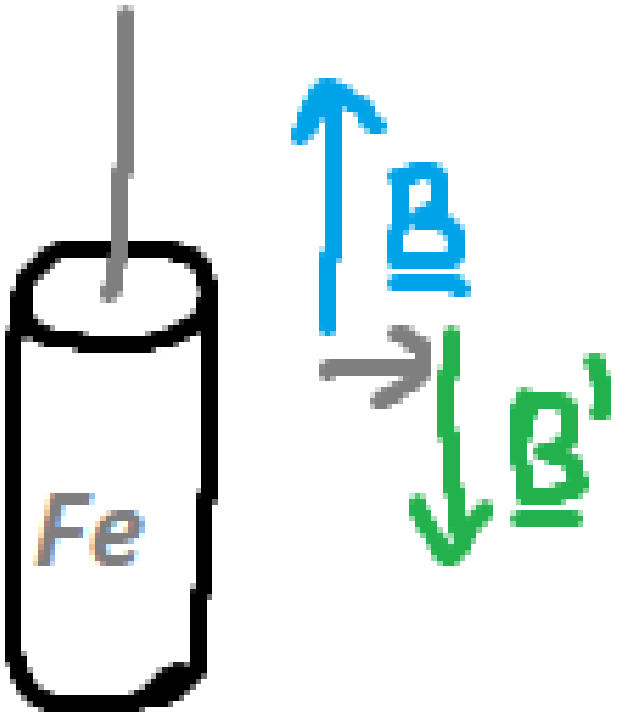
$$\frac{\partial}{\partial t}(r \times g) + \text{div } (r \times \sigma) = -r \times f \tag{146}$$

Ez már kísérletileg is kimutatható, egy hengerkondenzátor segítségével. Ha a rajzon látható módon töltjük fel a kondenzátort, és a külső lemez tud forogni, akkor $\vec{B}$ vagy $\vec{E}$ kikapcsolásakor forogni kezd.

67. ábra. Hogyan lehet ezt mérni.

11.1.6. Einstein-de Haas-kísérlet

Fellógatunk egy vékony kötélre egy vas darabot. Ezt betesszük B térbe. Ekkor a vas fölmágneseződik függőlegesen. Ha a B teret megfordítom, akkor a vasat átmágnesezem. Ekkor forgatónyomaték jön létre. Periodikus mágnesezgetésnél, berezonál. Ekkor meg lehet mérni mekkora mágneses momentum tartozik mekkora impulzusmomentumhoz. Ez kapcsolódik a spin fogalmához.



68. ábra. NAGYON vázlatos Einstein-de Haas

11.2. megjegyzések

Még át kell nézni, már késő van, és elfáradtam, szóval még nem biztos, hogy minden király benne.
Sok sikert mindenkinek a vizsgához.
Karnitscher Trixi

Sándli Lóránt - raktam bele pár ábrát meg kis extra mesét az energiaáram sűrűségtől. Az elötte lévő részt nem láttam a videóban szóval tippek jók lennének.

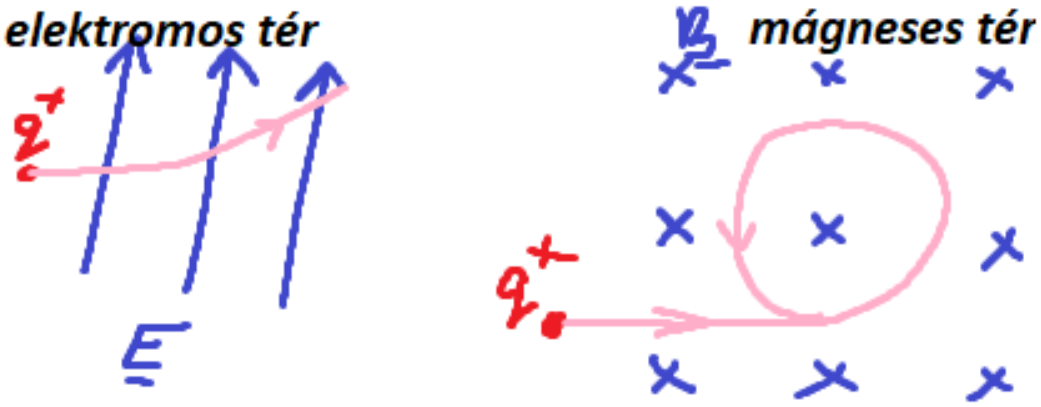
Kadlecsik Ádám - Csak a mágneses térről ha jól látom ebben a tételben külön nincs kidolgozás, hanem itt a mágneses már együtt van az elektromossal w-ben. Csak a mágnesesről szó volt a 11. óra közepének az elejénél.

12. Az elektromos töltés alapjai és az elektromágnességhez kapcsolódó fontos kísérletek

Thomson kísérletei elektronokkal, töltés mozgása elektromos és mágneses térben, Lorentz erő, katódsugárcső, elektronmikroszkóp, Millikan-kísérlet. Aharonov-Bohm és Stern-Gerlach-kísérlet. Klasszikus elektronsugár.Weber-Kohlrausch kisérlet

12.1. Kidolgozás

12.1.1. Töltés mozgása elektromos és mágneses térben.



69. ábra. Pozitiv töltések mozgása a terekben

Remélem ezt nem nagyon kell részleteznem, hiszen ez a tételekben eddig benne kéne hogy legyen. De azért röviden a + töltés az elektromos tér irányába gyorsul. Mágneses térnél minden töltés elég végtelen térrel kört fog leirni aminek az irányát a töltése szabja meg (jobbkéz). Ez spirál tud lenni ha van a B-vel párhuzamos erő pl gravitáció.

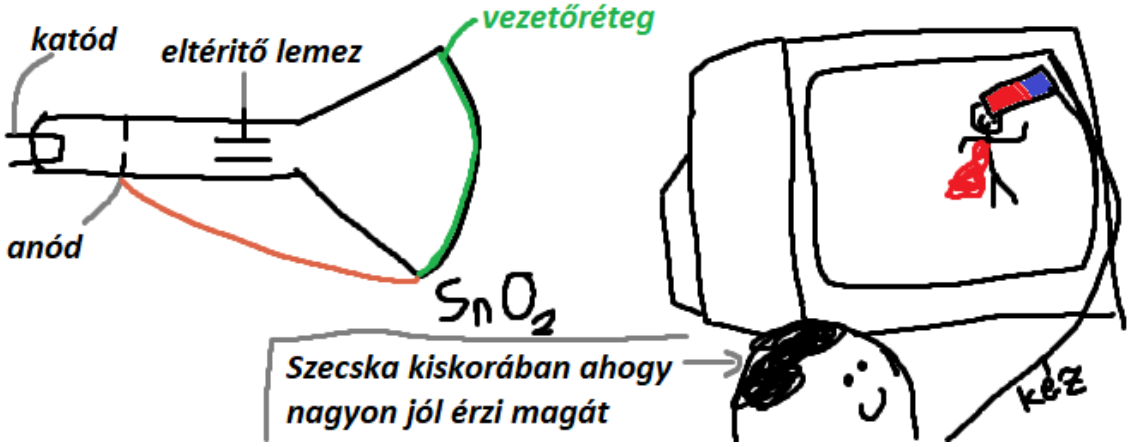
12.1.2. Lorentz-erő

Mágneses térben mozgó töltésekre ható erő, nagyon függ a két vektor irányától

$$F_L = q(\underline{v} \times \underline{B}) \tag{147}$$

Irányát jobbkézszabállyal kapjuk meg, vagy ha Sirius lakók vagyunk és ujjak helyett csápjaink vannak, akkor elvégezzük properül a vektorszorzást ahogy dgy tanitotta.

12.1.3. Katódsugárcső

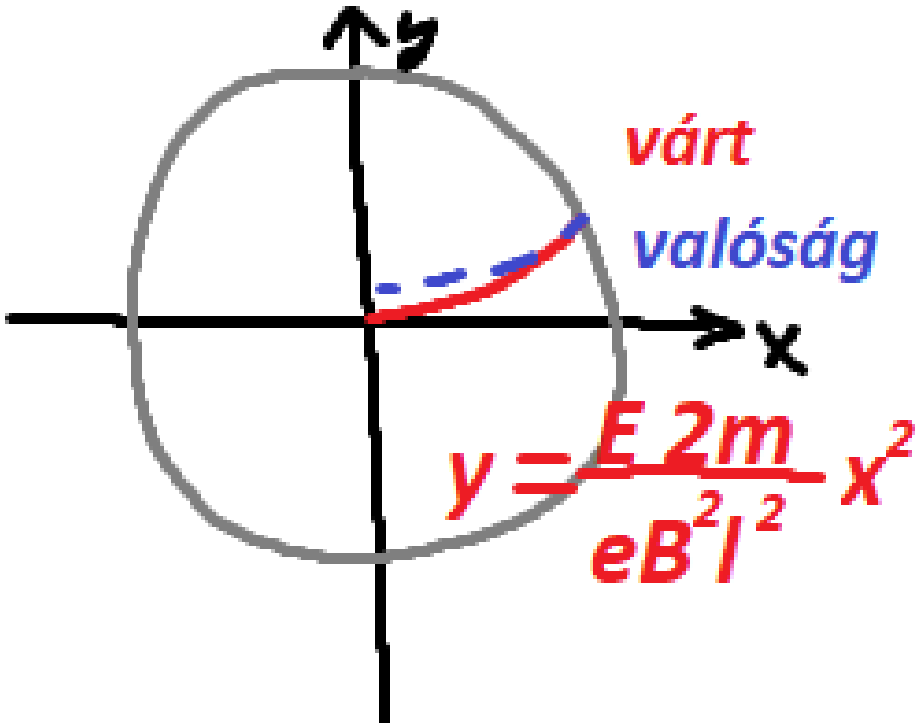


70. ábra. Hogy néz ki egy katódsugárcső és mit lehet vele csinálni. Az előadáson mit láttunk

Két féle katód van:
- izzó katód, ebből nagyon könnyen kijönnek az elektronok
- sima tű amiről az elektromos tér fogja lerántgatni az elektronokat. Alapból a nagytér nem elég de kvantumechanikai furcsaságok miatt néha kilép egy-egy elektron.
A kilépő elektronokat az első lépésben egy anóddal felgyorsítjuk. Ezután az elektronok áthaladnak az eltéritő lemezeken (ez egy kondi vagy egy tekercs), amiknek a feladata, hogy megmondják merre menjen az elektron. A cső végén valamilyen vezető anyaggal szokták beboritani, amit összekötnek az anóddal, hogy az anód után már nem legyen elektromos tér és ne gyorsuljon tovább az elektron.

12.2. Thomson-kisérletei

Akkoriban (kb.1890) még nem tudták hogy léteznek elektronok, vagy bármi ami kisebb lehet az atomnál. Voltak gondolatok amelyek szerint az atomok tovább bonthatóak, de úgy vélték hogy kb hidrogén atom nagyságú a legkisebb valami.
Thomson azonban másként vélte, ő úgy gondolta hogy létezik az atomnál jóval, 1000-szer kissebb elem. A kisérlete mai szemmel rendkivűl egyszerű volt. Fogott egy katódsugárcsövet, belerakott egy kondenzátort, szivott rá egy vákuumot és bekapcsolta. Látta, hogy ez a valami ami kijön a katódból eltérül az elektromos tér hatására. Majd megismételte ezt csak most mágneses teret rakott bele. Megint eltérült, és a kettő eredmény rendes lemérésével egy elég pontos adatot kapott ennek a valaminek a fajlagos töltéséről. *-a megjegyzésekben van egy részletesebb link ehez*
Ezt igy őszintén nem tudom hogy kéne-e tudni, mert ez a 18. előadáson volt amikor ilyen specreles dolgokkal foglalkoztunk és ez nem volt a kötelező videók között.
Ha a katódsugárcsőben, ha E és B párhuzamos akkor azt várnánk, hogy az elektron valamilyen parabolán menjen... De nem azon ment.



71. ábra. Thomson parabola. Ez az elektron pályája ha belenézel a katódsugárcsőbe hátulról (belenézel a széles részbe a katód felé nemtom hogy hivjam ezt). Itt az origó ahonnan jön az elektron x az oldalirányú, y a függőleges elmozdulás. A B a mágneses tér amin átküldjük l *-nem I szerintem-* pedig hogy milyen messze van az eltéritőtől *-szerintem*

Ennek relativisztikus magyarázata van, amikor Thomson kihozta a prabola egyenletét akkor nem vette figyelembe, hogy az elektron tömege függ a sebességéttől.
DISCLAIMER!!! - nagyon valószinű hogy a fenti ábrát elrontotta órán Tichy, logikusan semmi értelme nincs annak hogy a valós sugár nem az origóból jön. Szerintem korrekt eredményt kapunk ha szimplán beviszzük azt a görbét az origóba.

Ha E és B merőleges egymásra akkor $v = \frac{E}{B}$. Szeretnénk meghatározni az elektron tömegét és töltését, viszont a kisérleteink csak az $\frac{e}{m}$ fajlagos töltést tudják meghatározni. Erre az egyik megoldás a:

12.2.1. Millikan-kisérlet

Ha meg tudunk fogni csupán néhány elektront akkor meg tudjun mérni a töltésüket és a tömegüket.

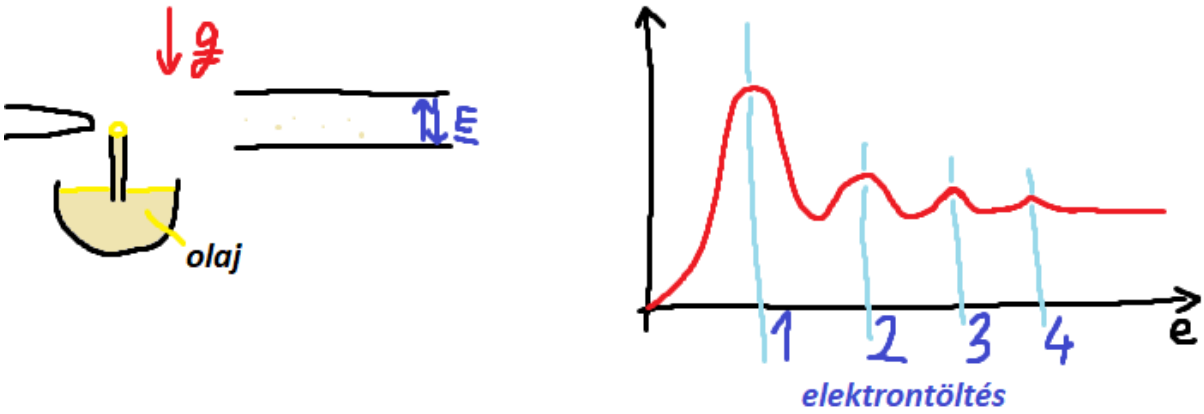
A kisérlet úgy működött, hogy egy kondenzátorba porlasztott olajcseppeket lőtt be. A levegővel súrlódó olajcseppek feltöltődnek. Az olajcseppeken ultramikroszkópon követik (világos pontok, meg vannak világitva). A kondenzátort fel lehet tölteni, de nem muszály ezért két részre taglalom:
Amikor a kondenzátor nincs feltöltve, akkor az olajcseppekre csak a súrlódás és a grav erő fog hatni. Ilyenkor a következő teljesül az olajcseppekre:

$$mg = Sv_3 \qquad S = 6\pi\eta r \quad m = \frac{4}{3}r^3\pi\varrho_{olaj} \tag{148}$$

Ha a kondenzátor fel van töltve, Coulomb-erő is fog hatni az olajcseppekre, attól függően milyen irányú az elektromos tér:

$$\text{le: } e\underline{E} + mg = Sv_1 \quad \text{fel: } -e\underline{E} + mg = -Sv_2 \tag{149}$$

itt úgy vesszük, hogy az elektromos tér jóval nagyobb mint a grav tér.
Amikor mérést végezte, akkor a mikroszkópba nézve először figyelte meddig tart hogy felessen egy csepp (a mikroszkóp fordit a képen), majd bekapcsolta a teret és nézte hogy meddig tart leesnie egy csepnek (a gyorsakat és a nem esőket elhanyagolta), és megmérte mennyi idő kell ahoz hogy az egyik vonaltól elérjenek a másiking. Ezt megismételgette a cseppekkel amig látta őket, úgy hogy a teret kapcsolgatta.

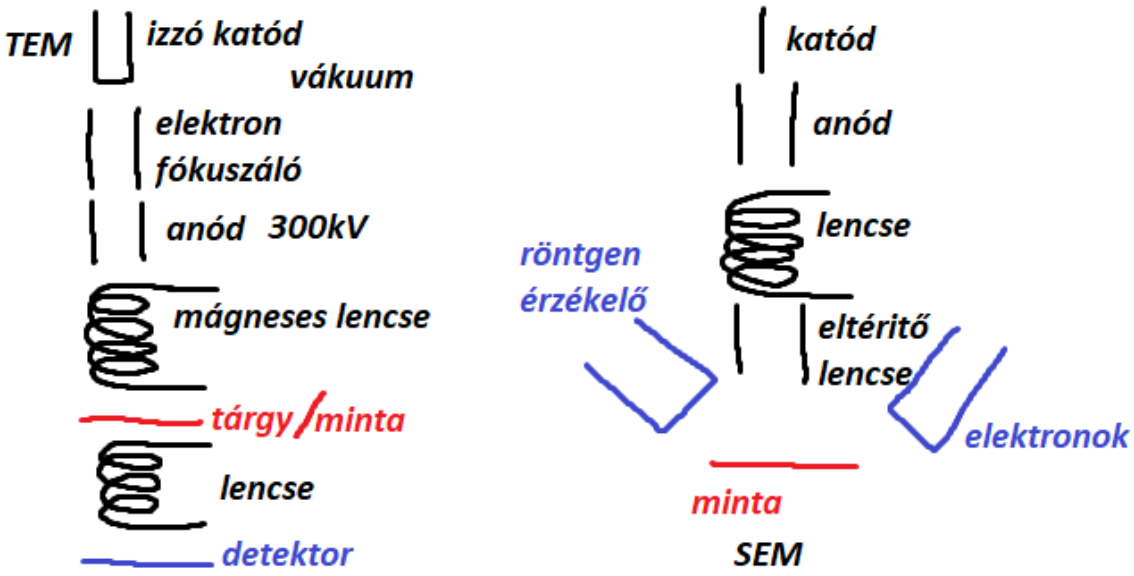


72. ábra. A mérési elrendezés és a hisztogram

A térmentes mérésből meghatározta a cseppek sugarát, majd azt behelyettesitve az egyik teres egyenletbe ki tudta számolni a cseppek töltését. A töltésekhez csinálunk egy hisztogrammot , és a kiugrásokra rámondta, hogy legyenek ők az elektrontöltés többszörösei. A mérése kifejezetten pontos volt (nem véletlen töltött vele 10 évet)(kicsit elmérte azért de nem olyan komolyan), mára már tudjuk jóval nagyobb pontossággal az elektron töltését: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}C$, amit ha jól tudom konkrét értékre definiáltak. Ebből és a Faraday-állandóból meg tudjuk határozni az Avogadro-számot. Ebből meg még sok-sok mindent meg tudunk határozni.

12.2.2. Elektronmikroszkópok

Majdnem ugyanúgy néz ki mint egy katódsugárcső. Az elektron mikroszkópok elég nagy berendezések, pár méter magasak. A mikroszkópban az elektron lencsék nagyon picik (pár mm).



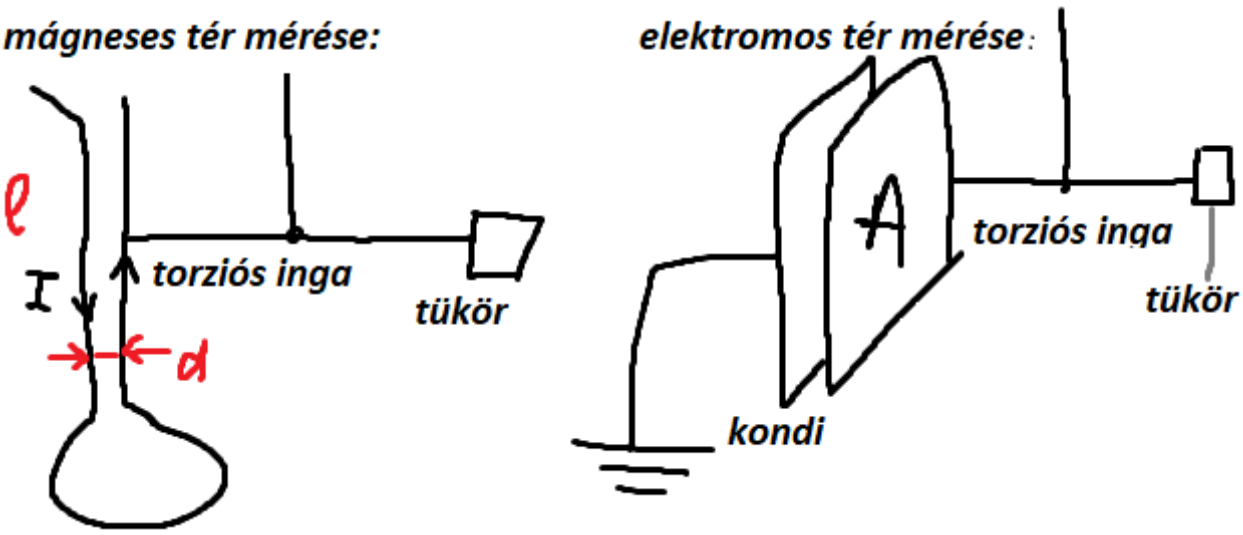
73. ábra. Elektronmikroszkópok

Azt szokták mondani hogy kb hullámhossz méretű dolgokat tudunk nézni vele, de ez nem teljesen igaz. Van egy numerikus apertúra ami annál nagyobb minél nagyobb átmérőjű a lencse. Akkor látunk csak hullámhossz méretben ha ez a szám 1. Ez sose 1, sima mikroszkópnál ez ilyen 0.5-0.7 tehát a hullámhosz felére, harmadára lehet látni. Elektronmikroszkópnál a lencse nagyon keskeny ezért a hullámhossz századáig látunk el.
Az érzékelőnk egy Image Plate ami megjegyzi, hogy hol éri őt elektronsugárzás. Ezt egy lézerrel olvassuk ki róla. Egyik előnye hogy százezres nagyságrend különbségben képes a fényt mérni. Az eredményt kiiratjuk egy géppel.
A lencse fókusztávolságat a ráadott árammal lehet kontrollálni. $\frac{1}{k} + \frac{1}{t} = \frac{1}{f}$-t úgy állitjuk be hogy megkapjuk a minta mondjuk 50-szeresen nagyitott képét. Ha $t = f$ akkor kapjuk az elhajlási képet, ami megmondja nekünk a tárgy rácstávolságát meg egyéb dolgokat. A lencsék egyébként meg is forgatják a képet.
Elektronmikroszkópok (EM) tipusai:

- TEM: átvilágitós EM-ek, olyanok mint ami az 1. rajzon van (transzmissziós)
- HREM (High resolution): ezzel tudunk atomokat nézegetni
- SEM (pásztázó EL): ez kicsit másképpen működik, és másra is lehet használni. Itt már nem kell átlátszó minta. Az elektron nyalábbal végigpasztázzuk a mintát. Különböző dolgokat mérhetünk, és ettól függ, hogy milyen képet kapunk.
  Tudjuk mérni az elektronokat, ebből is kétfajta van: a közvetlenül visszavert, és a gyakoribb a szekunder kisebb energiás elektronokat mérjük, ilyenkor lesznek a legélesebbek a képek.
  Mérhetjük pl. az anyagok karakterisztikus röntgen sugárzását. Ezzel láthatjuk a felületen milyen anyagok, szennyeződések vannak. Nem olyan pontos mint az EM mikroszkóp de 2016-ban már vetekedett vele.

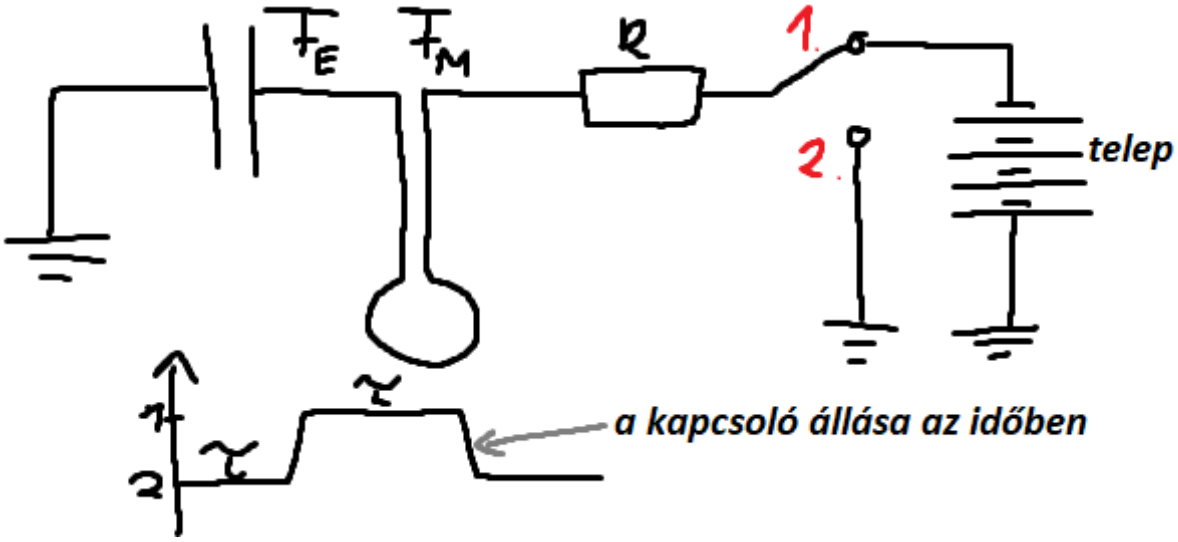
12.2.3. Weber-Kohlrasuch kisérlet

Tudunk mérni mágneses és elektromos teret



74. ábra. Terek mérése

A mérési összeállitás:



75. ábra. Terek mérése

$$F_M = BIl = \mu \frac{I^2}{2\pi} \frac{l}{d} \quad F_E = \frac{EQ}{2} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 A} \tag{150}$$

Ha a kapcsoló az 1. állásban van akkor folyik az áram, feltöltődik a kondenzátor. Ha a 2. állásban akkor pedig kisül. Egy feltöltésnél: $Q = I\tau$

Ha elvégezzük a mérést és a számolást azt fogjuk tapasztalni, hogy a mágneses és az elektromos erő függeni fog egymástól:

$$\frac{F_M}{F_E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{lA}{d\pi\tau^2} = \frac{1}{c^2} \frac{lA}{d\pi\tau^2} \tag{151}$$

Jé kaptak egy ilyen fura sebesség dimenziójú valamit, ami nagyságrandileg megegyezik az akkor már ismert fénysebességgel. Ebből lett a gondolat, hogy ez a fény valami lehet elektromágneses hullám.

12.2.4. Klasszikus elektronsugár

Miután Thomson felfedezte az elektronokat, és Millikan kimérte a töltésüket kíváncsiak voltak a fizikusok a többi tulajdonságára. Többek között kíváncsiak voltak mekkora is ez az elektron valami, tehát a sugarát meg akarták mérni.

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e}{r^2} \rightarrow Energia = \int \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 dV \overset{r\in[0,\infty)}{\rightarrow} \infty vagy \overset{r\in[r_0,\infty)}{=} \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_0} \tag{152}$$

Rájöttünk, hogy az elektron NEM pontszerű különben az energiája ∞ lenne. Vegyük az elektront egy homogénen töltött gömbnek, és nézzük meg belül az energiáját.

$$\sigma = \frac{e}{\frac{4}{3}\pi r_0^2} \quad E_{belul} = \frac{1}{10}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_0} \quad E_{teljes} = \frac{3}{5}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_0} \tag{153}$$

Ekkor már volt relativitás elmélet, és Millikan kisérlete az elektron tömegét is kimérte, ezért nézzük meg az elektron energiáját relativisztikus módszerekkel, amiből ki turjuk számolni az r_0-t

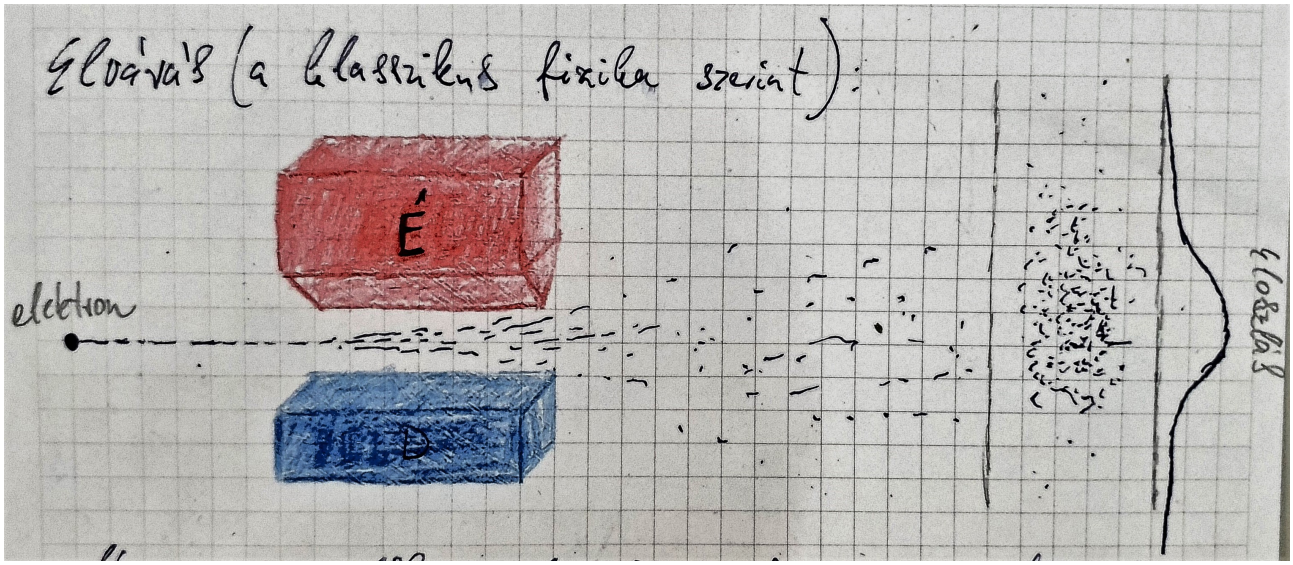
$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r_0} = m_e c^2 \rightarrow r_0 = 2.85 \cdot 10^{-15} m \tag{154}$$

Ez a **klasszikus elektronsugár**. Ez kb az atommag sugarának a nagyságrendjében van és semmi köze a valós elektronsugárhoz. Az igazi sugarát még most sem tudjuk mennyi, még az is lehet, hogy valójában tényleg pontszerű. Manapság az elektront a legelemibb részecskék közé számitják és jelenleg nem tudjuk továbbontani.

12.3. Stern-Gerlach-kísérlet

A kvantummechanika fontos részét képezi ez a kísérlet. Otto Stern és Walther Gerlach 1922-ben végezték el ezt a kísérletet, amelyet azóta is az atomok és elektronok kvantummechanikai tulajdonságaik demonstrálására használnak.

A kísérlet: Egy inhomogén mágneses téren keresztül azüstatomokból álló részecskesugarakat küldtek át, ezeknek vizsgálták az eltérülésüket. A várt eredmény a klasszikus fizikai modellek szerint az lenne, hogy a részecskék szép folytonos elolszlásban ütköznek az érzékelő képernyőbe, hisz akkor a mágneses tér minden részecskét véletlenszerűen térít ki egy irányba. (Ugyebár ha ezt most egy homogén térben tennénk meg akkor semmi sem történne, a részecske boldogan menne tovább egyenesen).

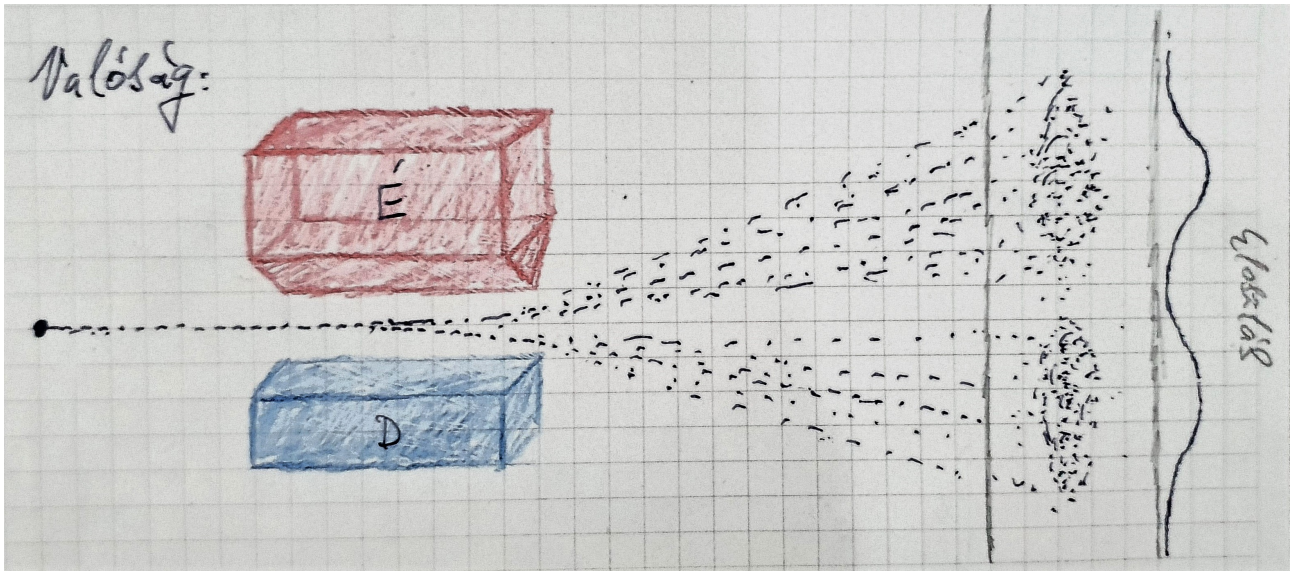


76. ábra. A klasszikus fizika szerint

Ehelyett az volt látható, hogy a részecskék egyik része felfele, míg a másik része lefele lett kitérítve, ezzel két "csoportosulást" létrehozva a képernyőn. Ez azt jelenti, hogy a részecskéknek van valamiféle belső momentuma (hasonlóan a klasszikus fizikában a forgó testek impulzusmomentumához), viszont ez kvantált (tehát csak egy bizonyos értéket vesz fel).

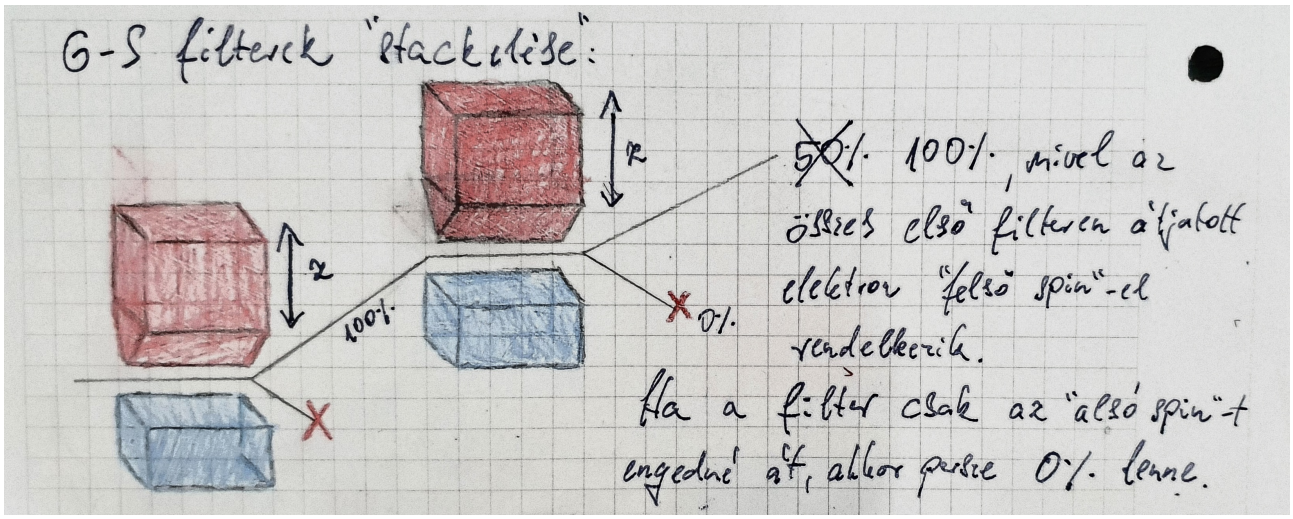
Megjegyzés: Azért használtak ezüstatomot (vagy inkább azért sikerült az ezüstatommal), mert az egy viszonylag magas rendszámú, stabil atom egy szabad elektronnal.

Ez a szabad elektron vált a két spin ($\frac{1}{2}$, $\frac{-1}{2}$) között.



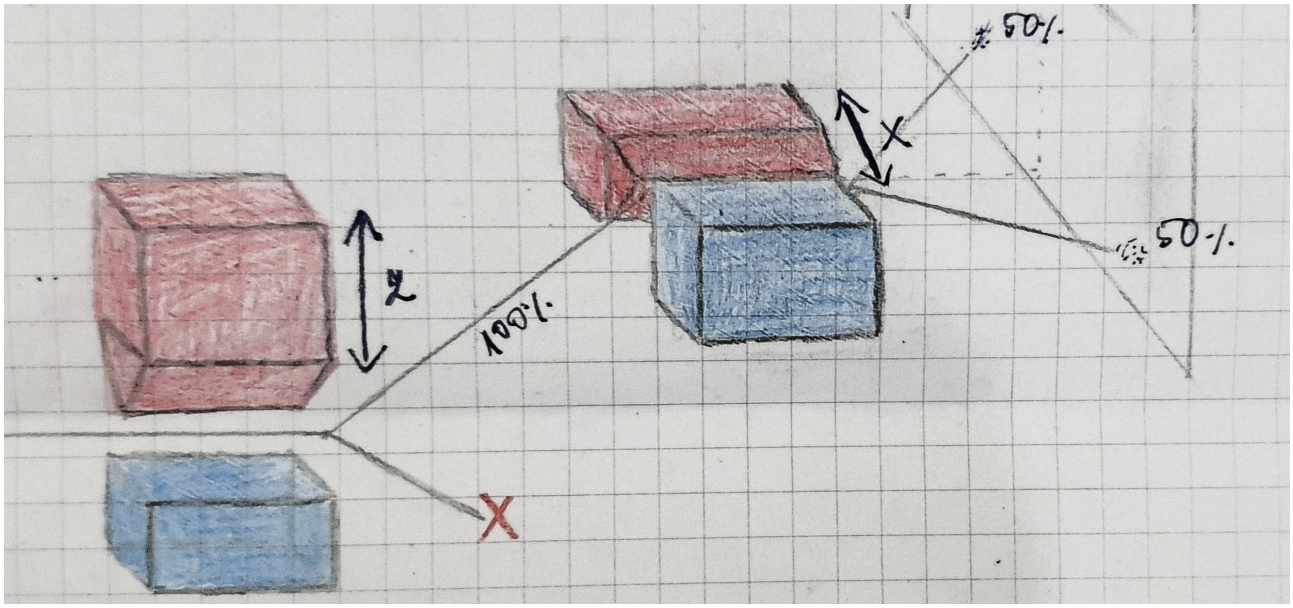
77. ábra. A kísérlet eredménye

Ha elkezdünk Stern-Gerlach-filtereket "stackelni", akkor több érdekességet is megfigyelhetünk az elektron viselkedésével kapcsolatosan.



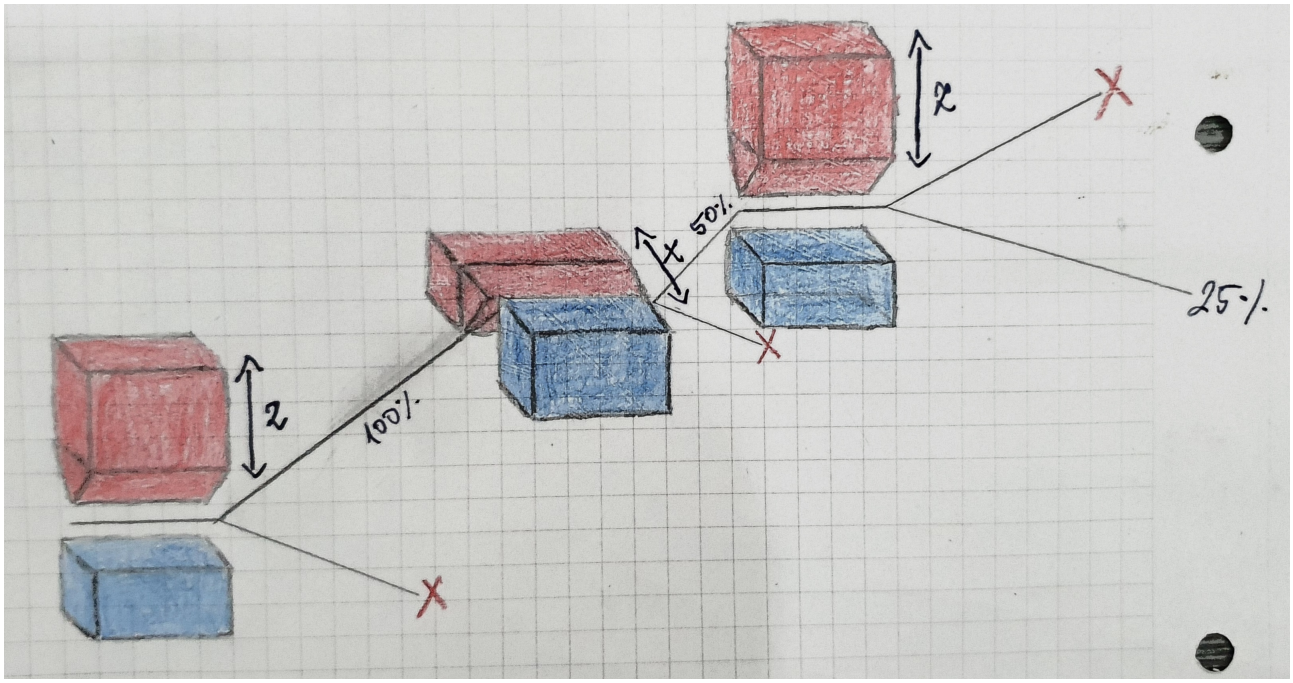
78. ábra. Alapbeállítás

Természeteses, ha a **z** irányban szűrünk és csak a felső spinnel rendelkező atomokat engedjük át, s majd ezt megtesszük másodjára, akkor logikus, hogy a második filteren az összes elektron át fog haladni, ami átjutott az első filteren.



79. ábra. X irányú filter

A második beállításon az alapból **z** irányú filter után egy **x** irányú filtert rakunk, mely most mind a két irányba engedi az elektronokat. Természetesen ebben az esetben kettéválik a csoport: 50% bal és 50% jobb irányba.

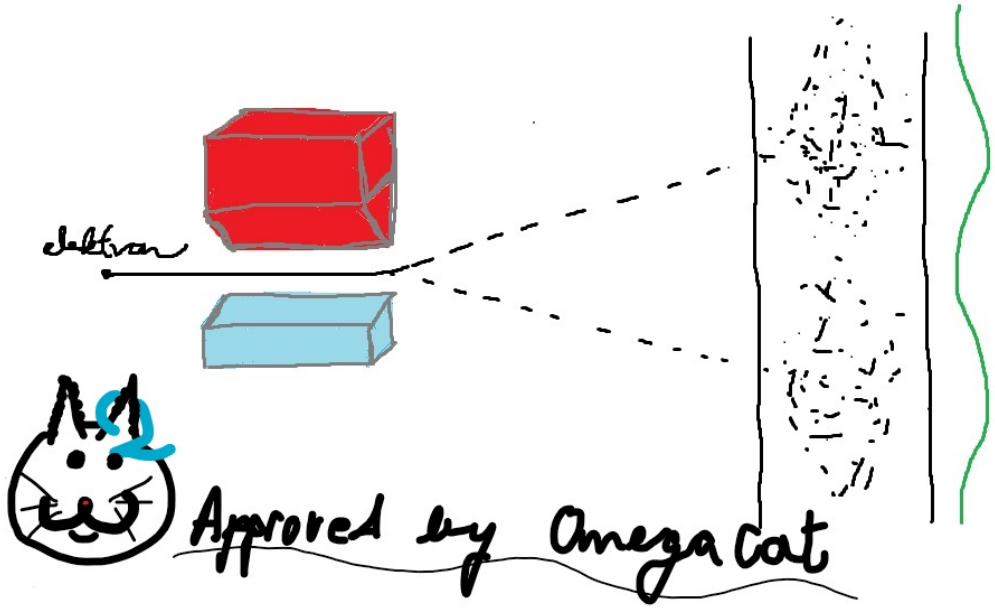


80. ábra. Duplafilter

Viszont a harmadik beállításon már fura dolgok történnek. Először a **z** tengelyen szűrünk és a felsőket engedjük át, majd átengedjük egy **x** irányú filteren csak a bal oldaliakat engedve, majd megint átengedjük egy **z** irányú szűrőn, mely csak az alsókat engedi át. Meglepő módon az első filteren átment elektronok körülbelül 25%-a átment a harmadik filteren és az ernyőn landolt, de vajon miért?

Magyarázat: Itt ugrik a képbe igazán a kvantummechanika (majd rendesen pofáncsap). Hasonlóan a Heisenberg-féle határozatlansági relációhoz, ha megvizsgáljuk valamelyik irányban a spinjét bármely részecskének az "reset"-eli a másik két irány értékét, tehát akkor semmilyen módon nem tudhatjuk a másik két irány spinjét megállapítani, mivel azok megváltoznak (s így újból képesek váltani a két érték között). Így képesek az elektronok átjutni a harmadik filteren. Persze ennek a matematikai részét majd át fogjuk szenvedni a jövőben.

12.4. Pain



81. ábra. OmegaCica

Lehet jobb, hogy nem paintben rajzoltam...

12.5. megjegyzések

Sándli Lóránt, Illés Eduárd
hasznos extra infó néhány itteni kisérletekről