

Elektromágnesség

11. B.

Tichy Gábor
32. évfolyam

A felmérés célja: felmérés

modellalkotás:

Budó
Bokros
Feynman
Bálint

Kölcsönhatások

1) Gravitációs $F_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\underline{r}}{r}$ $\underline{r} = \underline{r}_1 - \underline{r}_2$

2) Elektromágneses

3) Gyenge kölcsönhatás $n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}$
 $p \rightarrow n + e^+ + \nu$

4) Erős kölcsönhatás:

Elektromágneses kölcsönhatás

Coulomb törvény 1780

$$\underline{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\underline{r}}{r} \quad \underline{r} = \underline{r}_2 - \underline{r}_1$$



SI egységek:

töltés

távolság

erő

Coulomb $C(Cb) = As$

meter

Newton $N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{m^2 N}$$

több töltés:



$$\underline{F}_i = \sum_j \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j}{|\underline{r}_j - \underline{r}_i|^2} (\underline{r}_j - \underline{r}_i) = \sum_j \underline{F}_{ij}$$

$$\underline{F}_{ij} = 0 \text{ ha } i = j$$

$$\vec{E}_i = q_i \sum_j \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^3} (\vec{r}_j - \vec{r}_i) = q_i \vec{E}(\vec{r}_i)$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{j \neq i} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_j}{|\vec{r}_j - \vec{r}|^3} (\vec{r}_j - \vec{r})$$

terharmasikjéleket leírni:

térrelművelési leírás

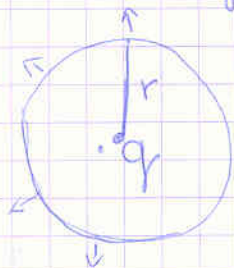
elektromos fluxus:



$$\int \vec{E} \cdot d\vec{\Phi} = \int |\vec{E}| \cos\alpha |d\vec{\Phi}|$$

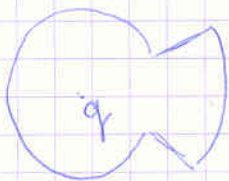
kis $d\vec{\Phi}$ derabola ^{szöglet} ~~szöglet~~
 bonyolult

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\Phi} = E \text{ mindig merőleges felülethe}$$



$$|\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\Phi} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$



tetszőleges felülethe igaz:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\Phi} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

bármelyben lévő töltés

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\Phi} = \frac{q(\vec{r})}{\epsilon_0}$$

azt a töltést mondjuk ami a felületen belül van

nem eldög:



elektrosztatikus tér konzervatív

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$$



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0$$

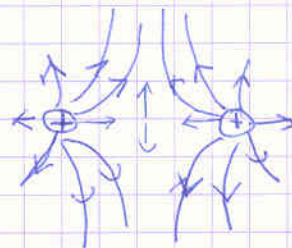
két egyenlet:

$$\left. \begin{aligned} \oint \underline{E} \cdot d\underline{r} &= \frac{q}{\epsilon_0} \\ \oint \underline{E} \cdot d\underline{r} &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{meghatározható } \underline{E}(\underline{r}) \\ &\underline{E}_0 = q_0 \underline{E}(\underline{r}_0) \end{aligned}$$

térerősség, mint vektortér erővonalakkal szemléltethető

1. Minden töltésből a töltéssel arányos számú erővonal lép ki. (pozitívól kifelé)
2. Erővonal folytonos (+ töltésen ered és - töltésen végződik)
[mindig feltesszük, hogy a világ össz-töltése 0]
3. Az erővonal nem képez hurkot. $\oint \underline{E} \cdot d\underline{r} = 0$
4. Az $\underline{E}$ iránya az erővonal iránya.
5. Az $\underline{E}$ nagysága az erővonal sűrűsége.

Erővonalak:



töltés sűrűség: $\frac{q}{V} = \rho(\underline{r})$
ponttöltés
esetén nem ábrázolható

$$q(V) = q(t) = \int \rho(\underline{r}) d^3 r = \int \rho(x, y, z) dx dy dz$$

felületi töltéssűrűség - σ
töltések egymástól lehető legközelebb

$$q = \int \sigma dy$$

ponttöltés töltéssűrűségként leírható

Dirac delta függvény: $\delta(x) = 0$ ha $x \neq 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1 \quad \int_{-a}^{+a} \delta(x) dx = 1$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x) dx = f(0)$$

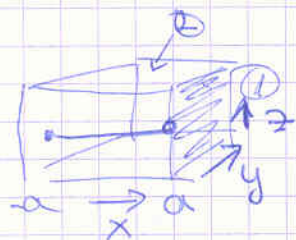
punktlastes

$$\rho(x,y,z) = q \delta(x) \delta(y) \delta(z)$$

$$\rho(r) = q \delta(r)$$

$$f(x,y,z) \rightarrow \frac{\partial f}{\partial x}$$

$$\int \frac{\partial f}{\partial x} d^3r = \int_{-c}^c \int_{-b}^b \int_{-a}^a \frac{\partial f}{\partial x} dx dy dz = \int_{-c}^c \int_{-b}^b [f(a,y,z) - f(-a,y,z)] dy dz$$



$$= \int_1 f(a,y,z) dy dz - \int_2 f(-a,y,z) dy dz$$

divergencia: $\text{div } \underline{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$

$$\int \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \int_{-c}^c \int_{-b}^b \int_{-a}^a \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \right) dx dy dz$$

$$= \int_{-c}^c \int_{-b}^b [E_x(a,y,z) - E_x(-a,y,z)] dy dz + \int_{-c}^c \int_{-a}^a [E_y(x,b,z) - E_y(x,-b,z)] dx dz + \int_{-a}^a \int_{-b}^b [E_z(x,y,c) - E_z(x,y,-c)] dx dy$$



$$= \int_1 \underline{E} d\vec{f} + \int_2 \underline{E} d\vec{f} + \int_3 \underline{E} d\vec{f} + \int_4 \underline{E} d\vec{f} + \int_5 \underline{E} d\vec{f} + \int_6 \underline{E} d\vec{f}$$

$$= \oint \underline{E} d\vec{f}$$

Gauss-Satzel: $\int \text{div } \underline{E} d^3r = \oint \underline{E} d\vec{f}$

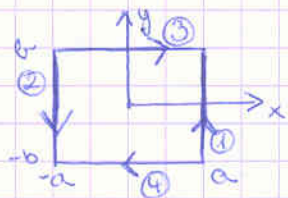
$$\oint \underline{E} d\vec{f} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\int \text{div } \underline{E} d^3r = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho(r) d^3r$$

$$\text{div } \underline{E} = \frac{\rho(r)}{\epsilon_0}$$

Maxwell ergibt differenzierles (lokales) abgepa

$$\oint \underline{E} d\underline{r} = 0$$



$$\int \frac{\partial f}{\partial x} dy = \int_{-b}^b \int_{-a}^a \frac{\partial f}{\partial x} dx dy = \int_{-b}^b [f(a, y, z_0) - f(-a, y, z_0)] dy$$

$$\int \frac{\partial E_y}{\partial x} d\varphi = \int_{\text{①}} E_y dy = \int_{\text{③+④}} \underline{E} d\underline{r}$$

2) $y dz$

$$\int \frac{\partial E_x}{\partial y} d\varphi = \int_{-a}^a E_x(x, b, z_0) - E_x(x, -b, z_0) dx = - \int_{\text{③+④}} \underline{E} d\underline{r}$$

$$\oint_{z=0} \underline{E} d\underline{r} = \int \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) d\varphi$$

$$\text{rot } \underline{E} = \begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix}$$

$$\oint_{z=0} \underline{E} d\underline{r} = \int \text{rot } \underline{E} d\varphi$$

$$\oint \underline{E} d\underline{r} = \int \text{rot } \underline{E} d\varphi \quad \text{Stokes-Theorem}$$

$$\oint \underline{E} d\underline{r} = 0$$

$$\int \text{rot } \underline{E} d\varphi = 0$$

$$\text{rot } \underline{E} = 0$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = 0$$

$$\oint \underline{E} d\varphi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint \underline{E} d\underline{r} = 0$$

$$\text{div } \underline{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{rot } \underline{E} = 0$$

$$\underline{F} = - \text{grad } U_0$$

11.20.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\text{grad } |r| = (x, y, z) \cdot \frac{1}{|r|} = \frac{r}{|r|}$$

$$\text{div}(r) = \nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$$

$$u_p(r) = - \int \frac{m_1 m_2}{r}$$

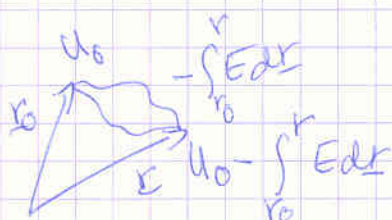
$$\text{grad } u_p(r) = + \int \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \frac{r}{|r|} \rightarrow F = -\text{grad } u_p = - \int \frac{m_1 m_2}{r^3} r$$

$$F = - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m g \end{pmatrix}$$

$$\int_r^{r_0} F dr = u_p(r) - u_p(r_0)$$

electrostatika

$$\oint E dr = 0$$



$$\int_{r_0}^r E dr = u(r_0) - u(r)$$

$$E(r) = -\text{grad}(u(r)) = -\nabla u(r)$$

$$E_i(r) = -\frac{\partial u(r)}{\partial r_i} = -\partial_i u(r)$$

$$[u] = \frac{Nm}{As} = V$$

Young's Modulus

$$\text{rot } E = ? \quad (\text{rot } E)_x = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\partial u}{\partial y \partial z} + \frac{\partial u}{\partial z \partial y} = 0$$

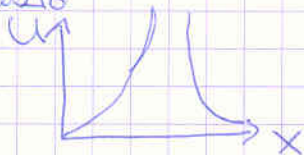
$$\text{div } E = \frac{\rho}{\epsilon_0} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = -\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \Delta u \quad \text{Laplace operator}$$

$$\Delta u = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{Poisson - equation}$$

Potenciál ábrázolása

1. Dimenzió



2. Dimenzió

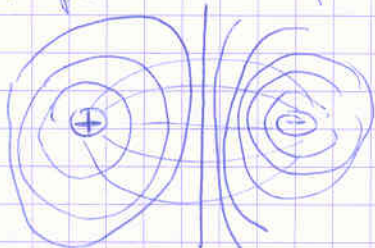


erővonalak
merőlegesei

ekvipotenciális
vonalak

3. Dimenzió

ekvipotenciális felület 1. térsége



Speciális töltés elrendeződés

I) ponttöltés



$$\oint E \, df = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$\text{grad } \frac{1}{r} = -\frac{\mathbf{r}}{r^3}$$

$$\text{div grad } \frac{1}{r} = \Delta \frac{1}{r} = \text{div} \left(-\frac{\mathbf{r}}{r^3} \right) = -\frac{3r^3 - 3r^2 \frac{r}{r}}{r^6} = -\frac{3r^3 - 3r^3}{r^6} = 0 \quad (r \neq 0)$$

$$\Delta \frac{1}{r} = -4\pi \delta(\mathbf{r})$$

II) vonaltöltés - „végtelen hosszú” - az akkor igaz, ha közel vagyunk

nincs meghatározott
nullpontja



$$G = \frac{q}{\epsilon}$$

$$\oint E \, df = \frac{q}{\epsilon_0}$$

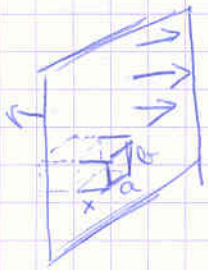
$$E \cdot 2\pi r L = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot Q$$

$$E = \frac{G}{2\pi\epsilon_0 r}$$

$$E(r) = \frac{G}{2\pi\epsilon_0 r^2} \cdot r = \frac{G}{2\pi\epsilon_0 r^2} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$U = -\frac{G}{2\pi\epsilon_0} \ln(r/r_0)$$

III) siktöltés - „végtelen nagy”: közel kell lenniük hozzánk



$$\sigma = \frac{q}{A}$$



$$\oint \underline{E} d\phi = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E_{ab} + E_{ab} = \frac{\sigma ab}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\underline{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \text{sign}(x) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad x > 0$$

$$\begin{pmatrix} \sigma \\ 2\epsilon_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad x < 0$$



$$U = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} |x|$$

11.21

1.) Monopolus



$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$\underline{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \underline{r}$$

2.) Dipol



$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|r+l|} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|r|}$$

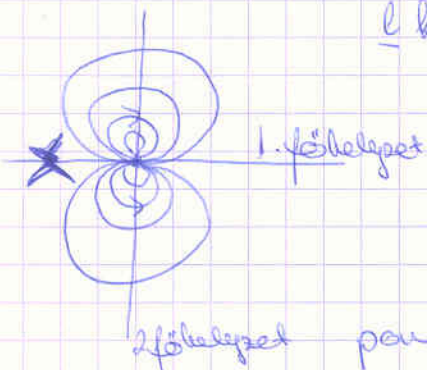
$\underline{l}$ kicsi

deriválás: - sorfejtés

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|r|} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|r+l|^3} (r+l) \underline{l} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|r|}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot \underline{l}}{r^3} \underline{r}$$

$$\underline{p} = q \underline{l} : \text{dipólusmomentum}$$



ponterős dipol: $q \rightarrow \infty \quad \underline{l} \rightarrow 0 \quad \underline{p} = \text{all}$

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\underline{p} \cdot \underline{r}}{r^3}$$

$$\underline{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \text{grad} \left(\frac{\underline{p} \cdot \underline{r}}{r^3} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\underline{p} r^3 - \underline{p} \underline{r} 3r^2 \frac{r}{r}}{r^6}$$

$$\underline{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{r^2 \underline{p} - 3(\underline{p} \cdot \underline{r}) \underline{r}}{r^5}$$

1. f6lhelyzet

$$\underline{r} \parallel \underline{p}$$

$$\underline{p} = (p, 0, 0) \quad \underline{r} = (x, 0, 0)$$

$$|\underline{E}(\underline{r})|_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{r^2 p - 3 p x^2}{r^5} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-2 r^2 p}{r^5} = \frac{-p}{2\pi\epsilon_0 x^3}$$

2. f6lhelyzet

$$\underline{r} \perp \underline{p} \quad \underline{p} = (p, 0, 0) \quad \underline{r} = (0, y, 0)$$

$$\underline{E}(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\underline{p}}{y^3}$$

$$\underline{E}(x, 0, 0) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^3} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{E}(0, y, 0) = \begin{pmatrix} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{y^3} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Dip6lra hat6 er6s

$$\underline{F} = e \underline{E}(\underline{r} + \underline{\ell}) - e \underline{E}(\underline{r}) = e \left(\underline{E}(\underline{r}) + \frac{\partial \underline{E}}{\partial r} \underline{\ell} \right) - e \underline{E}(\underline{r}) = e \frac{\partial \underline{E}}{\partial r} \underline{\ell} = \frac{\partial \underline{E}}{\partial r} \underline{p}$$

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial E_x}{\partial x} & \frac{\partial E_x}{\partial y} & \frac{\partial E_x}{\partial z} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} & \frac{\partial E_y}{\partial y} & \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_z}{\partial x} & \frac{\partial E_z}{\partial y} & \frac{\partial E_z}{\partial z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$$

szimmetrikus
(rotaci6mentes
t6r)

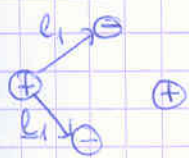
$$F_i = \sum_j \frac{\partial E_i}{\partial r_j} p_j = \sum_j \partial_j E_i p_j$$

Dip6lra hat6 forgat6nyom6nt6r

$$\underline{M} = \sum_{i,2} \underline{r}_i \times \underline{E} = e \underline{r}_1 \times \underline{E}(\underline{r}_1) - e \underline{r}_2 \times \underline{E}(\underline{r}_2) = e (\underline{r}_1 \times \underline{E}(\underline{r}) - \underline{r}_2 \times \underline{E}(\underline{r}))$$

$$\underline{M} = e (\underline{r}_1 - \underline{r}_2) \times \underline{E}(\underline{r}) = \underline{p} \times \underline{E}(\underline{r})$$

3) Kvadrup6l



tenzor6l kvadr6p6t jellemezni: kvadrup6lmomentum: $\underline{Q}$

$$U \sim \frac{1}{r^3} \quad E \sim \frac{1}{r^4}$$

Állalános töltéseloszlás

$$U(\underline{r}) = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{|\underline{r} - \underline{r}_i|} \leftarrow \text{ponttöltések}$$

$$U(\underline{r}) = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{g(\underline{r}') d^3r'}{|\underline{r} - \underline{r}'|}$$



nevező sorafejtve: multipol sorfejtés

$$\Delta U(\underline{r}) = -\frac{g(\underline{r})}{\epsilon_0} \quad \text{megoldása} \quad U(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{g(\underline{r}') d^3r'}{|\underline{r} - \underline{r}'|}$$

Vezetők elektrosztatikus térben

vezető $\equiv$ benne a töltést elmozdíthatjuk (kiszorítjuk)

pl. fémek: $\oplus$ ionok $\rightarrow$ töltött részecskéket vannak benne, $\ominus$ elektronok $\Rightarrow$ ez is plazma

Supravezetők: e^- nem szabad



ionos vezetők

1) elektrolitok

Vezetők belsejében: $E=0$ - Vezető felület ekvipotenciális -
kétoldali $E \perp$ felületre

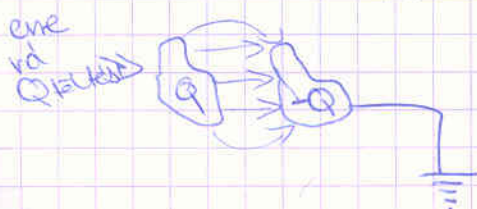
Kapacitás fogalma: kondenzátor

töltésmennyiség sűrűsége: akkora tárolni töltést



: Leiden palack

Kondenzátor fogalma



$$q = C (u_2 - u_1)$$

$$[C] = \frac{C}{V} = \frac{As}{V} = F(\text{farad})$$

Síkkondenzátor



$$E = \frac{q/F}{2\epsilon_0}$$

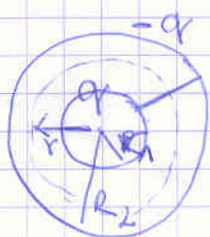
két lemez között: két soros
kivétel: könnyű egybeeset

$$\Delta u = \frac{q \cdot d}{\epsilon_0 F}$$

$$q = \Delta u \left(\frac{\epsilon_0 F}{d} \right) \quad C = \frac{\epsilon_0 F}{d}$$

Gömbkondenzátor

11.23.



$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \quad E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2}$$

$$u = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q}{4\pi \epsilon_0} \frac{1}{r^2} dr = \frac{q}{4\pi \epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{R_1}^{R_2} = \frac{q}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$C = \frac{q}{u} = \frac{4\pi \epsilon_0}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} = 4\pi \epsilon_0 \cdot \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

1. $R_1 \approx R_2 = R$

$$C = 4\pi \epsilon_0 \frac{R^2}{d} \quad \text{- behajlított síkkondenzátor}$$

2. $R_2 \rightarrow \infty$

$$C = 4\pi \epsilon_0 R_1 \quad \text{- lehet egy gömbnek is van kapacitása}$$

$$\alpha \text{ Föld kapacitása: } 0,704 \text{ nF}$$

Kondenzátor energiája

$$q(t) = C \cdot u(t) \quad u(q) = \frac{1}{C} q$$

$$E_{\text{energia}} = \int_0^q u(q') dq' = \int_0^q \frac{1}{C} q' dq' = \frac{1}{C} \left[\frac{q'^2}{2} \right]_0^q = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} \frac{1}{C} q^2$$

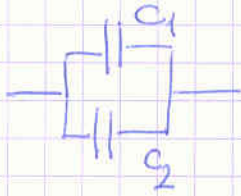


$$E_{\text{energia}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{A}{d} (Ed)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 A d V \quad \leftarrow \text{kondenzátor energiája}$$

$$\text{energia sűrűség: } \frac{E_{\text{energia}}}{V} = w = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Kondenzátorok kapcsolása

1.) Párhuzamosan



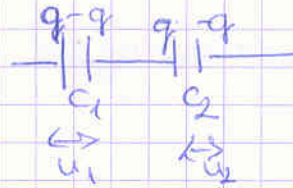
$$q_1 = C_1 U$$

$$q_2 = C_2 U$$

$$q_1 + q_2 = (C_1 + C_2) U$$

$$C = C_1 + C_2$$

2.) Soros

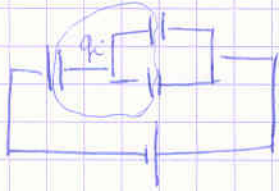


$$U_1 = q \frac{1}{C_1} \quad U_2 = q \frac{1}{C_2}$$

$$U = U_1 + U_2 = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

3.) Komolyultatás kapcsolásai



Kirchhoff-törvény

$$\sum U_i = 0$$

$$\sum q_i = 0$$

Gauss-törvény modell



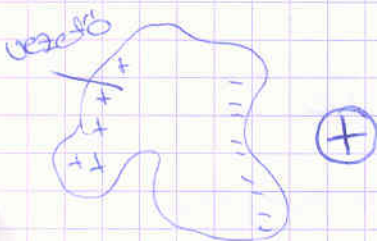
$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{R_1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{R_2}$$

$$\frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2}$$

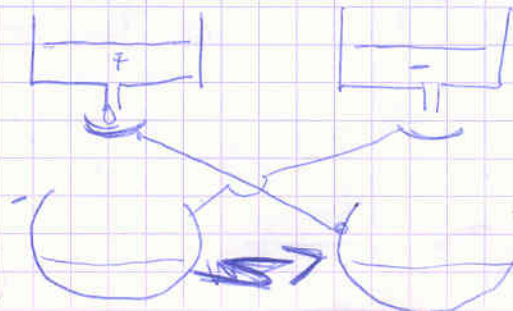
$$\frac{q_1}{R_1} \cdot R_1 = \frac{q_2}{R_2} \cdot R_2$$

$$E_1 \cdot R_1 = E_2 \cdot R_2$$

Megjegyzés

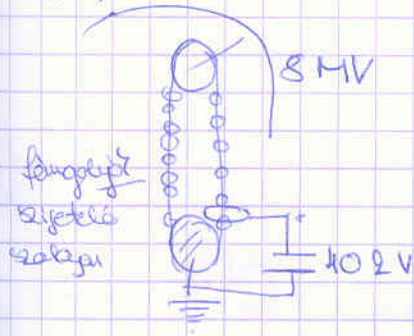


a) Thomson féle gép



egyre félre töltés felhalmozódik egy idő után szikrázik

b) peleton



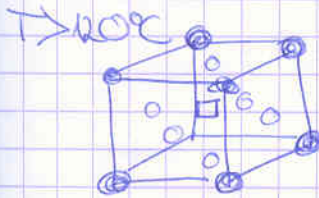
Szigetelők

töltéseket nem (v. csak
kis) mozgass

Vezetők

töltések elmozdulhatnak a felületig

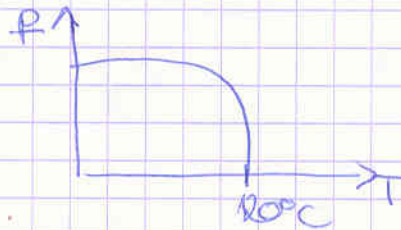
4.) ferroelektronikus anyagok
elektronok



$T < 20^\circ\text{C}$

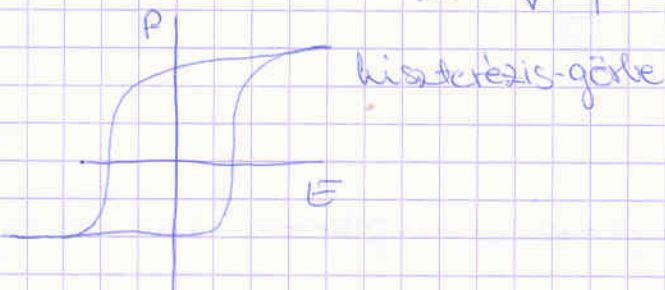
Titán középről elmozdul $\rightarrow$

$\rightarrow$ a többi is vele mozdul.
dipól momentuma lesz



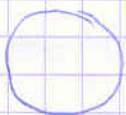
$p = p$ dipólmomentum

$\underline{P} = \frac{p}{V}$ polarizáció



11.28
15

a)



molekula
külső $E = 0 \Rightarrow p = 0$

Ar, CH₄, CO₂

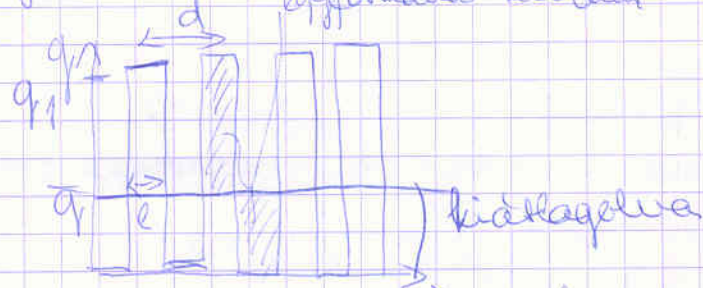
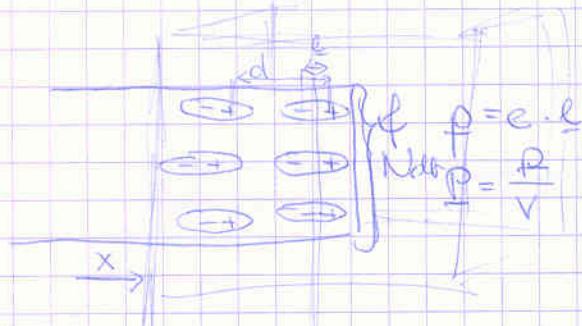


$\rightarrow$ már van p

b, poláros molekula
 H_2O, NH_3 , cukor



minden molekulának van saját p -ja egyformánál kell lennie



2 itt valójában el: 0 teljes egyenlő lenne teljes

$$\bar{q} = \frac{N \cdot e \cdot l}{d} = \frac{N \cdot P \cdot l}{d} = P \cdot d$$

$$q = Ne$$

$$\bar{q} = - \oint P \cdot d\vec{f}$$

$$\oint E \cdot d\vec{f} = \frac{1}{\epsilon_0} q = \frac{1}{\epsilon_0} (q_{valódi} + q_{polarizációs}) =$$

$$= \frac{1}{\epsilon_0} (q_{valódi} - \oint P \cdot d\vec{f})$$

$$\oint (\epsilon_0 E + P) \cdot d\vec{f} = q_{valódi}$$

$$\epsilon_0 E + P = D \quad \text{elektronikus eltolás vektora}$$

$$\oint D \cdot d\vec{f} = q_{valódi}$$

$$[E] = \frac{V}{m} \quad [D] = [P] = \frac{C}{m^2} = \frac{As}{m^2}$$

$$\oint D \cdot d\vec{f} = q_{valódi} \quad \oint E \cdot d\vec{r} = 0$$

a, elektretűl: $P = \text{átlagolt}$

b, $P = \chi \epsilon_0 E$ $[\chi] = 1$ χ : elektronikus susceptibilitás

$$D = \epsilon_0 E + \chi \epsilon_0 E = \epsilon_0 (1 + \chi) E \quad E = \frac{D}{\epsilon_0 (1 + \chi)} = \epsilon_r \epsilon_0 E \quad \text{elektronikus együttható elektronikus permittivitás}$$

$$\epsilon_r = \epsilon_{relatív}$$

ϵ_r : 1 vákuum

1,00059 levegő

2,5 olaj

10 üveg

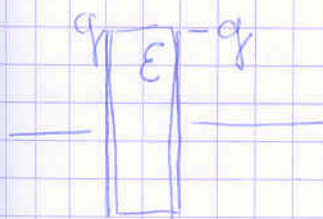
81 víz

1700 LiNbO_3 - hiszterézise bekemény

$$\oint \underline{D} \cdot d\vec{l} = q_{\text{zárt}} \quad \oint \underline{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\text{div} \underline{D} = \rho_{\text{zárt}} \quad \text{rot} \underline{E} = 0$$

Kondenzátor kapacitása dielektrikum



$$\underline{D} A = q$$

$$E = \frac{D}{\epsilon} = \frac{q}{\epsilon A}$$

$$U = E d = \frac{q d}{\epsilon A}$$

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

empírikésére
hát a kapacitás

$$C_{\text{gomb}} = 4\pi \epsilon \frac{1}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}$$

Elektrosztatikus tér energiája

$$\text{Energia} = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \epsilon \frac{A}{d} (E d)^2 = \frac{1}{2} \epsilon E^2 (A d)$$

$$W = \frac{1}{2} \epsilon E^2 = \frac{1}{2 \epsilon} D^2 = \frac{1}{2} \underline{D} \cdot \underline{E}$$

$$\underline{D} = \epsilon \underline{E} \quad \underline{D}(\underline{r}) = \epsilon(\underline{r}) \cdot \underline{E}(\underline{r})$$

Legtöbb esetben $\epsilon(\underline{r})$ területenként homogén

hát
hívják

$\underline{E}_1$
 $\underline{D}_1$



$\underline{E}_2$
 $\underline{D}_2$

$$\underline{D}_1 = \epsilon_1 \underline{E}_1$$

$$\underline{D}_2 = \epsilon_2 \underline{E}_2$$

$$\vec{t} \rightarrow \vec{o}$$

$$\underline{D}_{1n} \vec{t} - \underline{D}_{2n} \vec{t} = 0 \quad \text{a normálisra}$$

$$(\underline{D}_{1n} = \underline{D}_{2n})$$

ϵ_1 ϵ_2 köbvenneget - a hurkban
 $E_{1t} \cdot l - E_{2t} \cdot l = 0$
 $(E_1)_t = (E_2)_t$

D vektor normális komponense, E -nek tangenciális komponense
 megad folytonosan

$$\begin{aligned}
 D_x &= \epsilon_{xx} E_x + \epsilon_{xy} E_y + \epsilon_{xz} E_z \\
 D_y &= \epsilon_{yx} E_x + \epsilon_{yy} E_y + \epsilon_{yz} E_z \\
 D_z &= \epsilon_{zx} E_x + \epsilon_{zy} E_y + \epsilon_{zz} E_z
 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \dots & \epsilon_{xz} \\ \vdots & & \vdots \\ \epsilon_{zx} & \dots & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

folytonosság feltételéből

$$\underline{D} = \underline{\epsilon} \underline{E}$$

$\downarrow$
 mindig szimmetrikus - ha nem
 az lenne - lenne olyan E ,
 amire energia negatív

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$$

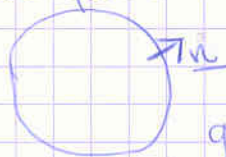
III 5. Áram

töltés: megmaradó mennyiség: lokálisan megmarad -
 töltés áramlás nem keletkezik a semmiből,
és nem lesz semmi

$\leftarrow$ kontinuitás

áram: időegység alatt a felületen átlépő töltésel száma
 $\rightarrow I(f)$ $[I] = C/s = A$

kontinuitási egyenlet:
 zárt felület



$$I(f) + \frac{dq}{dt} = 0$$

q : felület belsejében
 lévő töltés

differenciális alak
 $\oint \vec{J} \cdot d\vec{f} + \frac{d}{dt} \int \rho(r,t) d^3r = 0$

áramsűrűség vektor: felület egyenvektora áram
 $\vec{J}$ = áram vektora, aminek töltések haladnak
 $[J] = A/m^2$

$$I(f) = \oint \vec{J} \cdot d\vec{f}$$

$$\oint \vec{J} \cdot d\vec{f} + \frac{d}{dt} \int \rho(r,t) d^3r = 0$$

$$\oint \mathbf{j} \, d\mathbf{f} = \int \operatorname{div} \mathbf{j}(\mathbf{r}) \, d^3\mathbf{r}$$

$$\frac{d}{dt} \int \rho(\mathbf{r}, t) \, d^3\mathbf{r} = \int \frac{\partial \rho(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \, d^3\mathbf{r}$$

$$\int (\operatorname{div} \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t}) \, d^3\mathbf{r} = 0$$

$$\operatorname{div} \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

elektromos energia: nem marad meg $\Rightarrow$ fenn tartag

$$\operatorname{div} \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\text{elektromos áramerősség} \quad \rho = -j \cdot E$$

Töltések mozgása

1) Szabad töltések

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F}$$

2) Erőteltjes súrlódás

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F} - S \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

tülszálló töltések

$$S \mathbf{v} = \mathbf{F}$$

$$S = \frac{m}{\tau} \quad \text{relaxációs idő}$$

$$\frac{m}{\tau} \cdot \mathbf{v} = e \mathbf{E}$$

$$\mathbf{v} = \frac{e \tau}{m} \mathbf{E}$$

$$n = \frac{N}{V}$$



$$I = e \frac{N}{V} v = \frac{N_0}{c} e$$

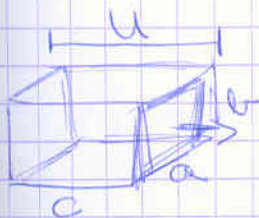
$$j = \frac{N_0}{abc} e = n v e$$

$$j = \frac{e n \tau}{m} \mathbf{v}$$

$$j = \frac{e^2 n \tau}{m} \mathbf{E} \Rightarrow j = \sigma \mathbf{E}$$

σ : vezetőképesség

differentiális Ohm-törvény



$$I = j a b = \sigma E a b = \sigma \frac{a b}{c} U = \sigma \frac{A}{l} U$$

keresztmetszet!!!

$$U = \frac{l}{\sigma A} I$$

$\frac{l}{\sigma}$: fajlagos ellenállás

$$\frac{l}{\sigma A} = R \text{ ellenállás}$$

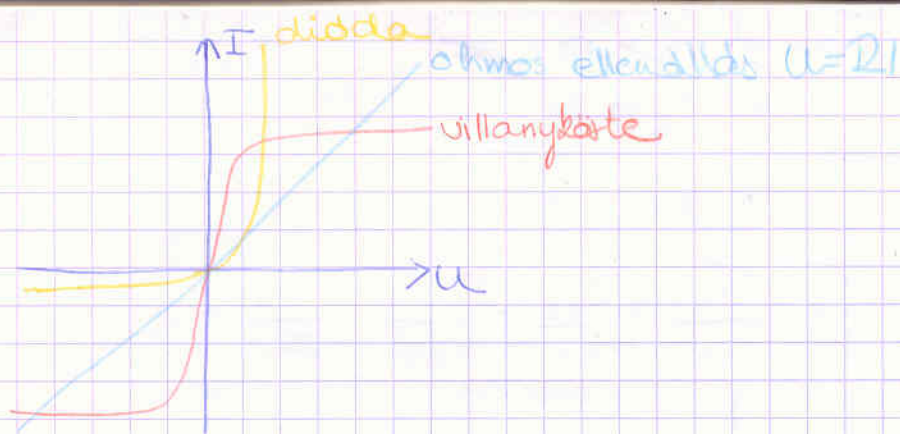
Ohm-törvény: $U = I \cdot R$

$$[R] = \frac{V}{A} = \Omega$$

$$[S] = \frac{1}{\Omega} = S \text{ (Siemens)}$$

$$[\sigma] = \frac{1}{\Omega \cdot m}$$

$$\frac{1}{R} = S \text{ vezetőképesség}$$



vezetők fajtái

1.) fémek

$$j = \sigma E$$

$$\sigma = \frac{e \cdot n \cdot v_d}{m \cdot v_{rms}}$$

$\frac{e \cdot n \cdot v_d}{m \cdot v_{rms}}$
 elektronok átlagos sebessége

Drude-modell

2.) szupravezető

alacsony ($< 20K$) hőmérsékleten olyan fémek, amelyek szobahőmérsékleten drága félvezetőkként viselkednek

90-100K: kerámiák szupravezetői: tökéletesek $\rightarrow$ nem lehet áramot csiklandi

$\downarrow$
folyékony N_2 : olcsó (melléktermék)

3.) elektrolízis



4.) szilárd elektrolit

AgI: ezüst ionok mozgásával $T > 130^\circ C$

5.) félvezetők

e^- : elektron h^+ : lyuk

magukban nem vezetnek, szennyezéssel vezetnek

Iszta: félvezetőre igaz Ohm-törvény: T -növekedés $\rightarrow R$ -csökkenés

6.) szigetelők

T -növekedés $\rightarrow R$ -növekedés

7.) gázok

általában nem vezetnek - kicsit, mert mindig vannak ionok különböző gázok, különböző fémek

8.) Vákuum

e⁻-k gyorsulnak - Ohm-tu nem igaz

csak kell elég töltéshordozók: kinelegítik a fémeket:
1220 katódok

III G
13
+2
+1

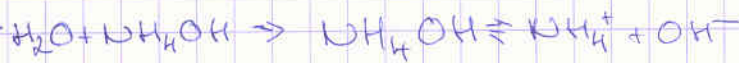
Aramforrások

1.) Thomson-gép, Pelletrau, Van der Graaf
nagy feszültségű generátorok

2.) elemek

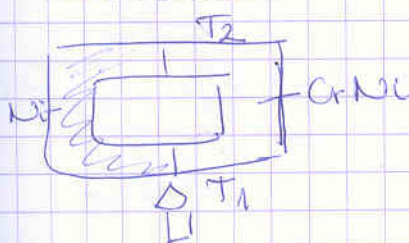
C NH_4OH : elnyeli H_2 gázt

Zn



akkor van vége, ha Zn kilyukad

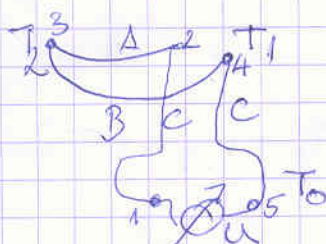
Termoelemek



$$U = \frac{\alpha}{T_1 - T_2} (T_2 - T_1) \quad \text{Seebeck egyenlete}$$

$T_1 > T_2$
mert melegiből

$$E = \alpha \text{ grad } T$$



: hőmérséklet-mérésre alkalmazás

$$\int_1^5 E \, dr = \int_1^2 + \int_2^3 + \int_3^4 + \int_4^5 = \int_1^2 \alpha \text{ grad } T \, dr + \int_2^3 \alpha_A + \int_3^4 \alpha_B + \int_4^5 \alpha_C =$$

$$= \alpha_C (T_1 - T_0) + \alpha_A (T_2 - T_1) + \alpha_B (T_1 - T_2) + \alpha_C (T_0 - T_1) = (\alpha_A - \alpha_B) (T_2 - T_1)$$

$$= \alpha_{AB} (T_2 - T_1)$$

+1

+1
-2

↓
Hozt tudjuk mérni áll. platinahoz képest

termofeszültség: a baj, hogy amilyen elektromos vezető, az jó hővezető is

Vas-konstantán: $\alpha = 50 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$

erőművek nem
használatos

amire használják: gáz hőmérőkben:

ha egy már gáz = elég magas T, akkor nem zárja el a gázt

Peltier effektus



B anyagban többet visz, mint A-ban (hő)

A-ból többet visz ki, tehát

B-be többet visz be: melegíti

Π_{AB} : Peltier-együttható

$$q = \Pi_{AB} \cdot I$$

$$\Pi_{AB} = T \cdot \alpha_{AB}$$



ha fény energiája $> W_k$

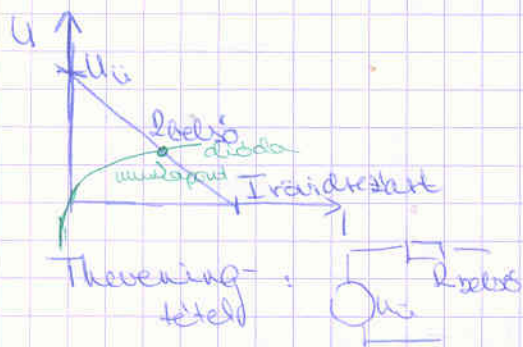
látványos fényre ez cézium

Kirchhoff-törvények

$$1. \sum I = 0 \quad \oint j \, df = 0$$

$$2. \sum U = 0 \quad \oint E \, dr = 0$$

Lineáris hálózatok



U_0 : üresjáratú feszültség

$$R_{\text{belső}} = \frac{U_0}{I_{\text{max}}}$$



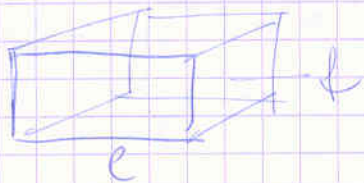
Párhuzamos és soros kapcsolásos módok:

- hurok áramok
- csomóponti feszültségek

Teljesítmény

$$P = \frac{q}{t} U = I U = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

$[P = IU]$ akkor is ha nem lineáris



$$P = IU = j \oint E l = j E l$$

térbeli teljesítmény sűrűség: $j E$

III. 12.

Elektrolízis

Faraday-tv.

1. Ugyannyi töltés ugyanabból az anyagból ugyanannyi tömeget választ ki.

$$m = k I t$$

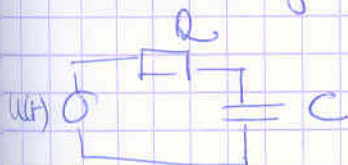
2. 96500 C töltés

(1 mol töltést választ ki.)

$$M = F \cdot Q$$

$$F = 96500 \text{ C/mol}$$

(Belépési) jelenség



$$R I + \frac{Q}{C} = U(t)$$



$$Q(t) = \int_{-\infty}^t I(t') dt'$$

$$\frac{dQ(t)}{dt} = I(t)$$

$$R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \frac{dU}{dt}$$

$t \geq 0$

$$R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = 0 \rightarrow \text{akkor amikor } U(t) = U_0$$

$$I = I_0 e^{-\gamma t}$$

$$-R\gamma + \frac{1}{C} = 0$$

$$\gamma = \frac{1}{RC}$$

$\tau = RC$: rendszer időállandója

$$R \cdot I_0 e^{-\gamma t} + \frac{1}{C} \int_0^t I_0 e^{-\gamma t'} dt' = U(t)$$

$t \rightarrow +0$

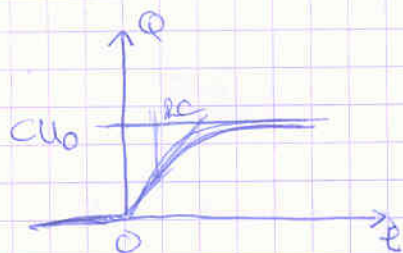
$$R \cdot I_0 + \frac{1}{C} \cdot 0 = U_0$$

$$I_0 = \frac{U_0}{R}$$

$$I(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}} & t \geq 0 \end{cases}$$



$$Q(t) = \int_0^t \frac{U_0}{R} e^{-\lambda t'} dt' = \frac{U_0}{R} \left[\frac{e^{-\lambda t'}}{-\lambda} \right]_0^t = -\frac{U_0}{R\lambda} (e^{-\lambda t} - 1) = U_0 C [1 - e^{-\frac{t}{RC}}]$$



Váltakozó feszültség

$$U(t) = U_0 \cos(\omega t) \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad f = 50 \frac{1}{s} = 50 \text{ Hz}$$

$$I(t) = \frac{U_0}{R} \cos(\omega t) \quad \omega = 314 \frac{1}{s}$$

$$P = U(t) I(t) = U_0 I_0 \cos^2 \omega t$$

$$\bar{P} = \frac{U_0 I_0}{2}$$

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T U_0 I_0 \cos^2 \omega t dt = \frac{U_0 I_0}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} dt = \frac{U_0 I_0}{2T} \left\{ \left[t \right]_0^T + \left[\frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right]_0^T \right\}$$

$$\bar{P} = \frac{U_0 I_0}{2} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{U_0}{\sqrt{2}} = U_{\text{eff}} \quad \frac{I_0}{\sqrt{2}} = I_{\text{eff}}$$

III.3.

Mágnesség

működő dipól - de mágnességű körökben is megtekinthetjük

mágneses erő

- 1.) méréseges a töltés sebességére
- 2.) áramos a sebességgel
- 3.) áramos a töltéssel

mágneses indukció vektor

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad |\vec{B}| = \frac{U}{c \frac{m}{s}} = \frac{V \cdot s / m}{c \frac{m}{s}} = \frac{V \cdot s}{m^2} = T$$

pseudo vektor
axiál-vektor



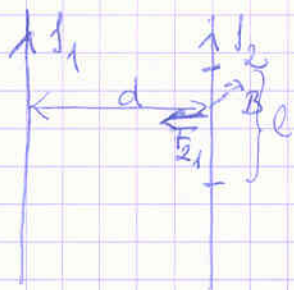
$$|\vec{B}| = \frac{1}{r} \frac{\mu_0}{2\pi}$$

$$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

Magnetostatika egyenletei

$\oint \vec{B} d\vec{l} = 0$: csak dipól van : tetszőleges felületen átmenné fluxus nulla

$$\oint \vec{B} d\vec{r} = \mu_0 I$$



$$|B| = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

$$F_{21} = N q v \cdot B = \frac{N q v}{\cancel{f l}} \cdot B l = \frac{1}{2} B l = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d} l$$

ausg + eilt
Kreisstromfeld

$$I_1 = I_2 = 1 \text{ A} \quad d = l = 1 \text{ m} \quad \text{erhalten} \quad F = 2 \cdot 10^{-4} \text{ N}$$

$$\oint \underline{B} d\vec{r} = \mu_0 I \quad \oint \underline{B} d\vec{f} = 0$$

$$\oint \underline{B} d\vec{r} = \int \text{rot } \underline{B} d\vec{f} = \mu_0 \int \underline{j} d\vec{f}$$

$$\int \text{div } \underline{B} d^3r = 0$$

$$\boxed{\text{rot } \underline{B} = \mu_0 \underline{j}}$$

$$\boxed{\text{div } \underline{B} = 0}$$

↑
liegen mindig stationarius

$$0 = \text{div rot } \underline{B} = \mu_0 \text{div } \underline{j}$$

$$\text{div rot } \underline{A} = 0$$

$$\text{div } \underline{j} = 0$$

$$\text{div } \underline{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\rho = \text{const}$$

Maxwell's

$$\text{div } \underline{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{rot } \underline{E} = 0$$

$$\underline{E} = -\text{grad } U$$

$$\text{div grad } U = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\Delta U(\underline{r}) = -\frac{\rho(\underline{r})}{\epsilon_0} \quad \text{Poisson-gleichung}$$

$$U(\underline{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|} d^3r'$$

Bei Savart Formel

$$\text{div } \underline{B} = 0$$

$$\text{rot } \underline{B} = \mu_0 \underline{j}$$

$$\underline{B} = \text{rot } \underline{A}$$

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}$$

$$B_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}$$

$$B_z = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}$$

$$\text{div } \underline{B} = \frac{\partial^2 A_z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 A_y}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y \partial z} - \frac{\partial^2 A_z}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 A_x}{\partial z \partial y} = 0$$

$$\text{Tehtet } \text{div rot } \underline{A} = 0$$

$$\underline{A}' = \underline{A} + \text{grad } \chi$$

$$\text{Coulomb-normál } \text{div } \underline{A} = 0$$

$$\text{rot rot } \underline{A} = \mu_0 \underline{j}$$

$$\epsilon_{ijk} \epsilon_{ipq} = \delta_{jp} \delta_{kq} - \delta_{jq} \delta_{kp}$$

$$\text{rot rot } \underline{A}$$

$$\underline{B}_i = \epsilon_{ijk} \frac{\partial A_k}{\partial x_j}$$

$$\frac{\partial B_i}{\partial x_i} = \epsilon_{ijk} \frac{\partial^2 A_k}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} \frac{\partial^2 A_k}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} \frac{\partial^2 A_k}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} \frac{\partial^2 A_k}{\partial x_j \partial x_i} = 0$$

$$\text{rot } \underline{B} = \mu_0 \underline{j}$$

$$\epsilon_{pqr} \frac{\partial B_i}{\partial x_q} = \mu_0 j_p$$

$$\epsilon_{pqr} \epsilon_{ijk} \frac{\partial^2 A_k}{\partial x_q \partial x_j} = (\delta_{ip} \delta_{kq} - \delta_{iq} \delta_{kp}) \frac{\partial^2 A_k}{\partial x_q \partial x_j}$$

$$(\text{rot } \underline{B})_p = \frac{\partial}{\partial x_p} \frac{\partial A_k}{\partial x_k} - \frac{\partial^2 A_p}{\partial x_j \partial x_j} = (\text{grad div } \underline{A} - \Delta \underline{A})_p$$

$$\text{rot rot } \underline{A} = \text{grad div } \underline{A} - \Delta \underline{A} \quad \text{div } \underline{A} = 0$$

$$\Delta \underline{A} = -\mu_0 \underline{j}$$

megoldás

$$\underline{A}(\underline{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\underline{j}(\underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|} d^3 r'$$

mint $U(\underline{r})$: ugyanaz az egyenlet, mint

teljesítés: áramok csak vékony vezetékben folynak

$$\int \underline{j} \cdot d\underline{r}' \quad \text{ha } \underline{j} = j \underline{e}_r$$

$$d^3 r' = q' |dr'|$$

$$\underline{j}(\underline{r}') d^3 r' = \frac{j}{q'} q' |dr'| \frac{dr'}{|dr'|} = j dr'$$

$$\underline{A}(\underline{r}) = \frac{\mu_0 j}{4\pi} \oint \frac{dr'}{|\underline{r} - \underline{r}'|}$$

→ létezik a körök = áramok, amin áram folyik

$$\text{rot}(\lambda \underline{v}) = \lambda \text{rot } \underline{v} + \text{grad } \lambda \times \underline{v}$$

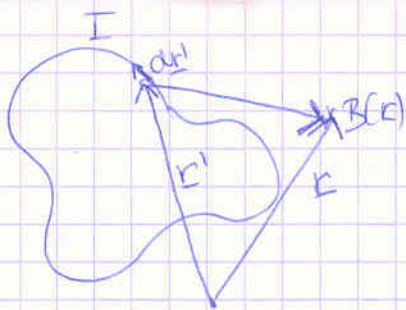
$$\epsilon_{ijk} \frac{\partial}{\partial x_j} (\lambda v_k) = \lambda \epsilon_{ijk} \frac{\partial v_k}{\partial x_j} + \epsilon_{ijk} \frac{\partial \lambda}{\partial x_j} v_k$$

$$\underline{B}(\underline{r}) = \text{rot } \underline{A}(\underline{r}) = \frac{\mu_0 j}{4\pi} \oint \text{grad} \left(\frac{1}{|\underline{r} - \underline{r}'|} \right) \times d\underline{r}'$$

$$\text{grad} \frac{1}{|\underline{r} - \underline{r}'|} = -\frac{\underline{r} - \underline{r}'}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3}$$

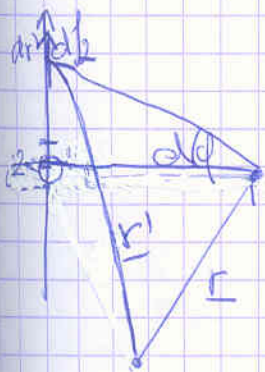
$$\underline{B}(\underline{r}) = \frac{\mu_0 j}{4\pi} \oint -\frac{(\underline{r} - \underline{r}') \times d\underline{r}'}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3} = \frac{\mu_0 j}{4\pi} \oint \frac{d\underline{r}' \times (\underline{r} - \underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3}$$

: Biot-Savart tv.



III.26

$$\underline{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\underline{r}' \times (\underline{r} - \underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3}$$



$$d\underline{r}' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ dz \end{pmatrix}$$

$$|(\underline{r} - \underline{r}') \times d\underline{r}'| = d dz$$

$$B(d) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d dz}{(d^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$z = d \tan \varphi$$

$$dz = \frac{d}{\cos^2 \varphi} d\varphi$$

$$(d^2 + z^2)^{3/2} = \frac{d^3}{\cos^3 \varphi}$$

$$B(d) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\frac{d}{\cos^2 \varphi} d\varphi}{\frac{d^3}{\cos^3 \varphi}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos \varphi d\varphi$$

$$B(d) = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

$$\Delta A(\underline{r}) = -\mu_0 \underline{j}(\underline{r})$$

$$A(\underline{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\underline{j}(\underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|} d^3 r'$$

$$\text{div}(\lambda \underline{v}) = \lambda \text{div} \underline{v} + \underline{v} \text{grad} \lambda$$

$$\text{div}(A(\underline{r})) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \text{grad} \frac{1}{|\underline{r} - \underline{r}'|} \underline{j}(\underline{r}') d^3 r' = - \frac{\mu_0}{4\pi} \int \left(\text{grad} \left(\frac{1}{|\underline{r} - \underline{r}'|} \right) \underline{j}(\underline{r}') \right) d^3 r' =$$

$$= - \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ \int \left[\text{div} \left(\frac{\underline{j}(\underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|} \right) d^3 r' \right] - \int \frac{1}{|\underline{r} - \underline{r}'|} \text{div} \underline{j}(\underline{r}') d^3 r' \right\}$$

$$\underline{I} = \oint \frac{\underline{j}(\underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|} d\varphi' = 0$$

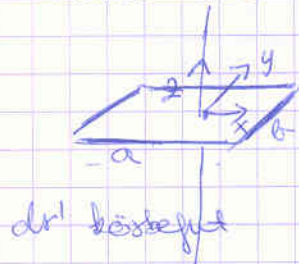
$$\text{div } \underline{A}(\underline{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{\text{div } \underline{j}(\underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|} d^3 r'$$

$$\text{div } \underline{j}(\underline{r}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\text{div } \underline{A}(\underline{r}) = 0 \quad \leftarrow \quad (\text{ha } \rho = \text{const, akkor } \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0)$$

III.27.

Kurcol tere (kicsi kurcol)



$$\underline{B}(\underline{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\underline{r}' \wedge (\underline{r} - \underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|^3}$$

$$\underline{A}(\underline{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\underline{r}'}{|\underline{r} - \underline{r}'|} = \underline{a}(\underline{r})$$

$$a_x(\underline{r}) = \int_{-a/2}^{a/2} \frac{dx'}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-\frac{b}{2})^2 + z^2}} + \int_{\frac{a}{2}}^{-\frac{a}{2}} \frac{dx'}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-\frac{b}{2})^2 + z^2}}$$

mincs 2 komponense

$$x' \ll x \quad \frac{b}{2} \ll y$$

x' legyen nulla

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 + (y-\frac{b}{2})^2 + z^2}} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + \frac{b^2}{4}}} - \frac{1}{2} \frac{2(y-\frac{b}{2})}{(x^2 + y^2 + \frac{b^2}{4})^{3/2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot b = \frac{1}{r} - \frac{y}{r^3} \cdot \frac{b}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x^2 + (y-\frac{b}{2})^2 + z^2}} = \frac{1}{r} + \frac{y \cdot b}{r^3 \cdot 2}$$

$$a_x(\underline{r}) = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left(-\frac{y \cdot b}{r^3} \right) dx' = -\frac{y \cdot a \cdot b}{r^3}$$

$$a_y(\underline{r}) = \frac{x \cdot a \cdot b}{r^3}$$

$$\underline{A}(\underline{r}) = \frac{\mu_0 I a b}{4\pi r^3} \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}$$

$m = I a b$: mágneses momentum

rotáció levezetése

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} & B_y &= \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} & B_z &= \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \\ &= \frac{\mu_0 m}{4\pi r^5} 3xz & &= \frac{\mu_0 m}{4\pi r^5} 3yz & & \end{aligned}$$

$$\vec{B}_2(r) = \frac{\mu_0 m}{4\pi} \left(\frac{1}{r^3} + \frac{3x^2}{r^5} - \frac{1}{r^3} - \frac{3y^2}{r^5} \right) = \frac{\mu_0 m}{4\pi} \frac{2xz - 3(x^2 + y^2)}{r^5} = \frac{\mu_0 m (3z^2 - r^2)}{4\pi r^5}$$

$$\underline{m} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m \end{pmatrix}$$

$$\underline{B} = \frac{\mu_0 m}{4\pi} \begin{pmatrix} \frac{3xz}{r^5} \\ \frac{3yz}{r^5} \\ \frac{3z^2 - r^2}{r^5} \end{pmatrix} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\underline{m} \cdot \underline{r})\underline{r} - r^2 \underline{m}}{r^5}$$

dipól tere:

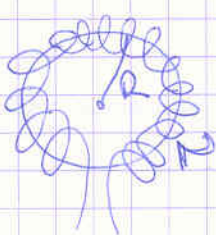
$$\underline{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{3(\underline{p} \cdot \underline{r})\underline{r} - r^2 \underline{p}}{r^5}$$

messzirelre
a mágneses dipól -
és köráram ugyan-
olyan

$$\begin{aligned} \underline{E} &\rightarrow \underline{B} \\ \frac{1}{4\pi\epsilon_0} &\rightarrow \frac{\mu_0}{4\pi} \\ \underline{m} &\rightarrow \underline{p} \end{aligned}$$

Tekercs tere

Tekercs



$$\oint \underline{H} \cdot d\underline{r} = I$$

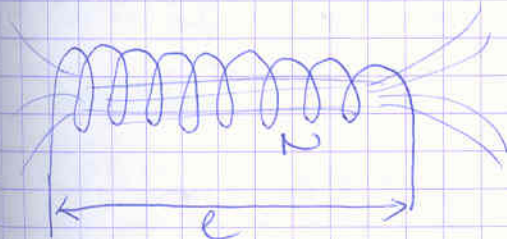
$$H 2\pi R = NI$$

$$H = \frac{NI}{2\pi R}$$

$$\oint \underline{B} \cdot d\underline{r} = \mu_0 I$$

$$B = \mu_0 \frac{NI}{2\pi R}$$

Solenoid



$$Hl = NI$$

$$H = \frac{NI}{l}$$

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l}$$

Mágneses anyagok

- erősen mágneses anyagok - ferromágnesek
olyan, mint Fe pl. Co, Ni, Sa

- gyengén mágneses anyagok - paramágnesek, diamágnesek

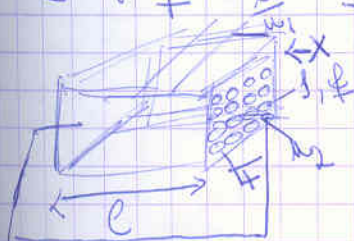
Mágneses munka

$$\underline{m} = \oint \underline{r} \cdot d\underline{r}$$

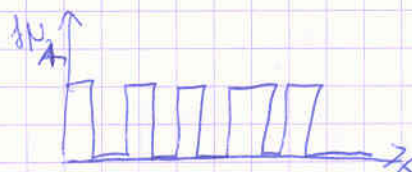
$$\underline{M} = \frac{\underline{m}}{V}$$

mágneses egység

munka hipotézis: ezt
mindig körárammal lehet csinálni



$$W = \underline{m}_1 \cdot \underline{m}_2$$



druga
atlag

$$\frac{1}{\mu_0} = \frac{1}{N_1} \frac{1}{N_2} = \frac{1}{N_1 N_2} \frac{1}{\epsilon} = \frac{1}{\epsilon} = \frac{1}{\epsilon} = \frac{1}{\epsilon}$$

dipól tényleg
egyszerűen

$$\oint \underline{B} \, d\underline{r} = \mu_0 (I_{\text{vezet}} + I_{\text{polárisitás}}) = \mu_0 I_{\text{vezet}} + \mu_0 \int \underline{H} \, d\underline{r}$$

$$\oint \left(\frac{\underline{B}}{\mu_0} - \underline{H} \right) d\underline{r} = I_{\text{vezet}}$$

$\underline{H}$: mágneses térerősség

$$\underline{B} = \mu_0 (\underline{H} + \underline{M})$$

$$\oint \underline{H} \, d\underline{r} = I_{\text{vezet}}$$

$$\oint \underline{H} \, d\underline{r} = I \quad \text{rot } \underline{H} = \underline{j}$$

$$\oint \underline{B} \, d\underline{r} = 0 \quad \text{div } \underline{B} = 0$$

anyagnak mágneses anyagokhoz $\underline{M} = \chi \underline{H}$ χ - mágneses susceptibilitás

által. $\chi < 0, 1$

$$\underline{B} = \mu_0 \underline{H} + \underline{M} = \mu_0 (1 + \chi) \underline{H} = \mu_0 \mu_r \underline{H}$$

μ_r :

μ_0 : vákuum mágneses permeabilitása (permeabilitás) $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

μ_r : ~~abszolút~~ anyagnak mágneses permeabilitása (---) $[\mu] = [\mu_0]$

μ_r : relatív --- " --- $\mu_r = 1 + \chi$ $[\mu_r] = [\chi] = 1$

- $\chi > 0 \Rightarrow \mu_r > 1$ paramágneses anyag

$$\chi \approx 10^{-2} - 10^{-5}$$

p: Al, Cu, átmeneti fémek stb (Fe, Mn, V)

- $\chi < 0 \Rightarrow \mu_r < 1$ diamágneses anyag

$$\chi \approx - (10^{-2} - 10^{-5})$$

p: Ar, Ne, Kr, Bi

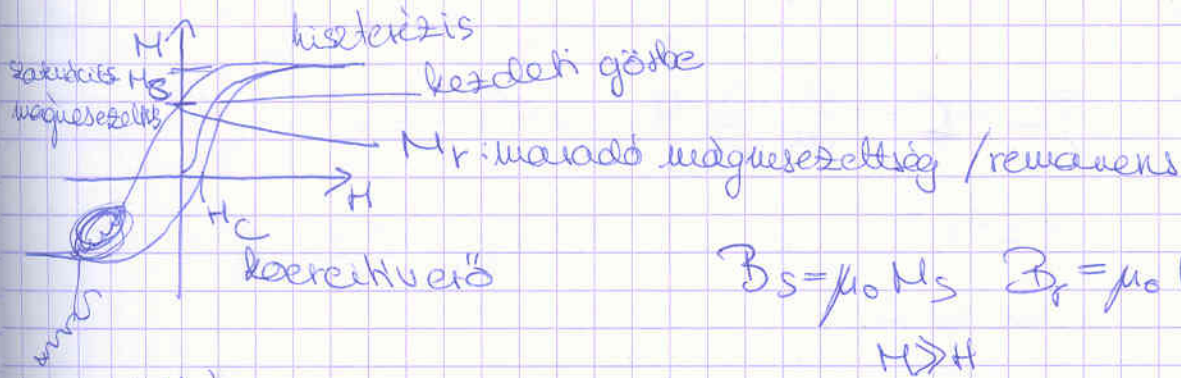
a szupravezető : tökéletes diamágnes

$$\text{belsőben } \underline{B} = 0 \quad \chi = -1$$

Ferromágneses anyagok

IV.2.

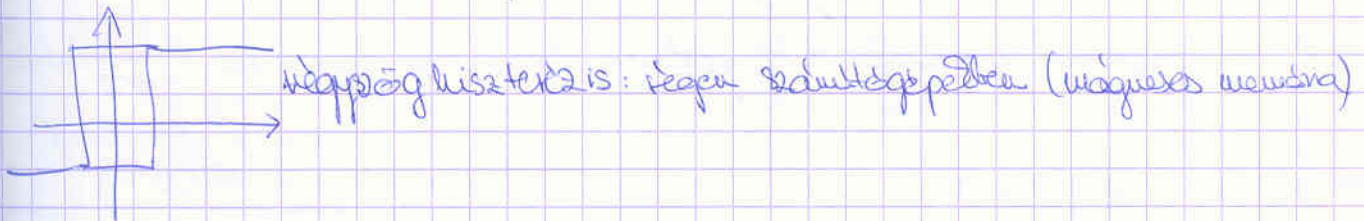
$$\underline{B} = \mu_0 (\underline{H} + \underline{M})$$



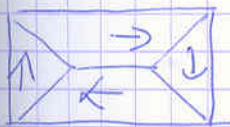
$$B_s = \mu_0 M_s \quad B_r = \mu_0 M_r$$

$M \gg H$

ha H_c kicsi: lágy mágnes - transzformátor
nagy: kemény mágnes



Doménok



Mágneses indukció

- mozgási indukció



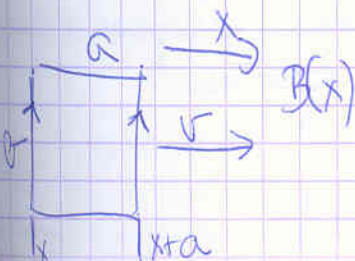
$$\underline{F} = q(\underline{v} \times \underline{B})$$

$$F = qvB$$

$$W = Fl = qvBl$$

$$u = vBl$$

$$u_{ind} = -\frac{d}{dt} \phi = -\frac{d}{dt} (Blx)$$



$$W = qvB(x)a - qvB(x+a)a = qvB(B(x)a - B(x+a)a) = -qva \left(\frac{d}{dx} B(x) \right) a = q \frac{d}{dx} B(x) a^2$$

$$U_{ind} = - \frac{d\phi}{dt} \quad \text{Faraday - tv.}$$

$$\oint \underline{E} d\underline{r} + \frac{d}{dt} \int \underline{B} d\underline{f} = 0$$

$$\oint \underline{D} d\underline{f} = q \quad \oint \underline{E} d\underline{r} = - \frac{d}{dt} \int \underline{B} d\underline{f}$$

$$\oint \underline{H} d\underline{r} = I \quad \oint \underline{B} d\underline{f} = 0$$

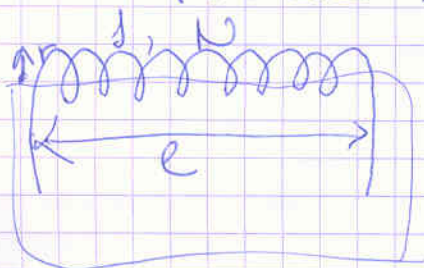
$$\text{div } \underline{D} = \rho \quad \text{div } \underline{B} = 0$$

$$\text{rot } \underline{H} = \underline{j} \quad \text{rot } \underline{E} =$$

$$\text{vákuumban: } \underline{D} = \epsilon_0 \underline{E} \quad \underline{B} = \mu_0 \underline{H}$$

$$\text{lineáris közegben } \underline{D} = \epsilon \underline{E} \quad \underline{B} = \mu \underline{H}$$

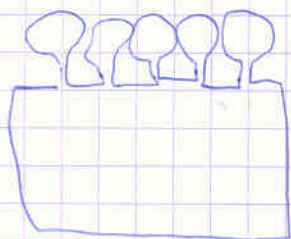
Tekercs (szolenoid)



$$\mathcal{H} = NI$$

$$\mathcal{H} = \frac{NI}{l} \Rightarrow \underline{B} = \mu \frac{NI}{l}$$

$$B(l) = \mu \frac{N}{l} I(t)$$



$$\phi = NB \cdot r 2\pi = \mu_0 \frac{N^2}{l} r 2\pi I$$

$$U_{ind} = \mu_0 \frac{N^2}{l} r 2\pi \frac{dI}{dt}$$

$$U_{ind} = L \frac{dI}{dt}$$

↑ önműködés együttható

$$[L] = \frac{V}{A/s} = H$$

Tekercs zárt vasmaggal



$$\mathcal{H} = NI$$

$$H = \frac{NI}{l}$$

$$B = \mu \frac{NI}{l}$$

$$L = \mu \frac{N^2}{l} A$$

$$\frac{L}{N^2} = \Delta_L$$

ferrit olyan mágneses anyag,
ami szigetel

$$U_{ind} = L \frac{dI}{dt} \quad L = \mu \frac{N^2 q r}{l}$$

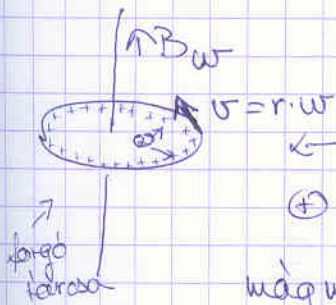
11.3.

$$E_{magna} = \int U I dt = \int L \frac{dI}{dt} I dt = \int_0^I L \cdot I' dI' = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \mu \frac{N^2 q r}{l} \cdot I^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \mu \frac{N^2 I^2}{l} \quad q r l = \frac{1}{2} \mu H^2 \cdot V$$

$$W = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2\mu} B^2 = \frac{1}{2} B \cdot H$$

$$W = \frac{1}{2} \epsilon \cdot E^2 + \frac{1}{2} \mu H^2$$



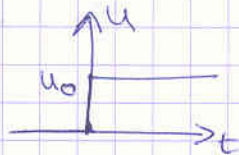
szélre kiültek a + töltések $\Rightarrow$ áram folyik benne

+ töltések szélre, - töltések befelé mennek $\Rightarrow$ indukáló effektus

mágneses körforgó rendszerben ki tud alakulni -
Dinamó effektus

nem elég stabil -
átfordul néha

Tekeres bekapcsolásán



$$U(t) = R \cdot I + L \frac{dI}{dt}$$

homogén egyenlet: $R \cdot I + L \frac{dI}{dt} = 0$ km: $I = I_0 e^{-\lambda t}$

$$R \cdot I_0 e^{-\lambda t} + L \cdot (-\lambda) \cdot I_0 e^{-\lambda t} = 0$$

$$\lambda = \frac{R}{L}$$

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{R}{L} t}$$

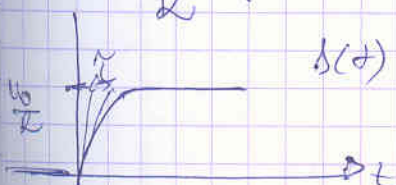
inhomogén egyenlet: $R I + L \frac{dI}{dt} = U_0$

ha I nem függ t-től (hosszú idő után) $\rightarrow I = \frac{U_0}{R}$

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L} t} + \frac{U_0}{R}$$

$$I(0) = 0 = I_0 + \frac{U_0}{R} \Rightarrow I_0 = -\frac{U_0}{R}$$

$$I(t) = \frac{U_0}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L} t})$$



$$\tau = \frac{L}{R}$$

Transzformátor

(reduktor → nagyobb U-ból kisebbet)



$U_1(t), I_1(t)$

$U_2(t), I_2(t)$

$$U_1 = L_{11} \frac{dI_1}{dt} + L_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

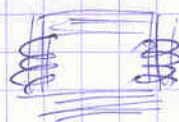
$$U_2 = L_{21} \frac{dI_1}{dt} + L_{22} \frac{dI_2}{dt}$$

az 1. telérés kölcsönös induktanciája $L_{12} = L_{21}$

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$$

ha erős csatolás van → $L_{12} = L_{21} = \sqrt{L_{11} L_{22}}$ pl:

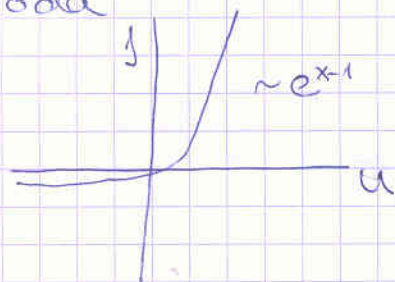
$$L_{11} = L \cdot N_1^2 \quad L_{12} = L_{21} = L \cdot N_1 N_2 \quad L_{22} = L \cdot N_2^2$$



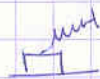
I_1, U_1 primer - I_2, U_2 szekunder (tűresjártatás & rajta fogyasztás)

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{L_{21} \cdot \frac{dI_1}{dt}}{L_{11} \cdot \frac{dI_1}{dt}} = \frac{L_{21}}{L_{11}} = \frac{N_2}{N_1}$$

Dióda



102 dióda



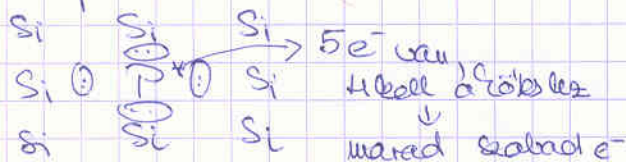
rétegdióda



Si → 4e⁻, kristályrács



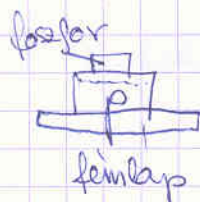
n-típusú



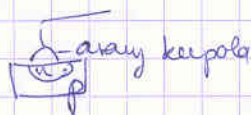
p-típusú

ha P helyett Al → csak 3e⁻

egyik kötésből hiányzik
elektron: h⁺

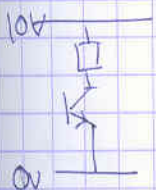
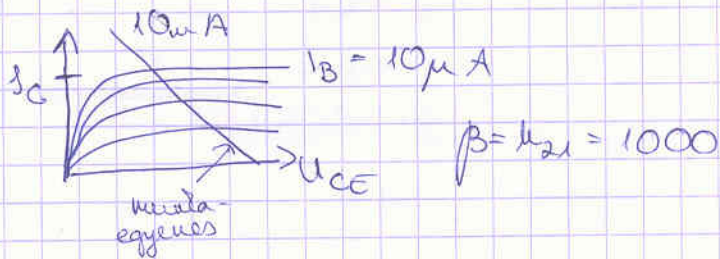
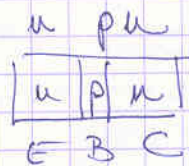


vezeték



$$e^- + h^+ = \gamma (+E_{energia}) \rightarrow \text{fény}$$

transzisztor → erősítő
(integrátranszisztor)



félvezető

IV. 9.

$$U = U_0 \sin \omega t$$

U_0 - csúsfeszültség

$2U_0$ - cs-cs / p-p (csúcs-csúcs / pici-pici)

$$U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = 230V$$

$$\omega = 2\pi \cdot 50 \frac{1}{s}$$

$$f = 50 Hz$$

3 fázis: R, S, T, 0, 1

$$U_R = U_0 \sin \omega t \quad U_S = U_0 \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) \quad U_T = U_0 \sin \left(\omega t + \frac{4\pi}{3} \right) = U_0 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$U_R + U_S + U_T = U_0 \left(\sin \omega t + \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right) + \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \right) =$$

$$= U_0 \left(\sin \omega t + \sin \omega t \cos \frac{2\pi}{3} + \cos \omega t \sin \frac{2\pi}{3} + \sin \omega t \cos \frac{2\pi}{3} - \cos \omega t \sin \frac{2\pi}{3} \right) = 0$$

háromfázis



$$U_S - U_T = 2U_0 \cos \omega t \sin \frac{2\pi}{3} = 1.73 U_0 \cos \omega t$$

397V

Költség

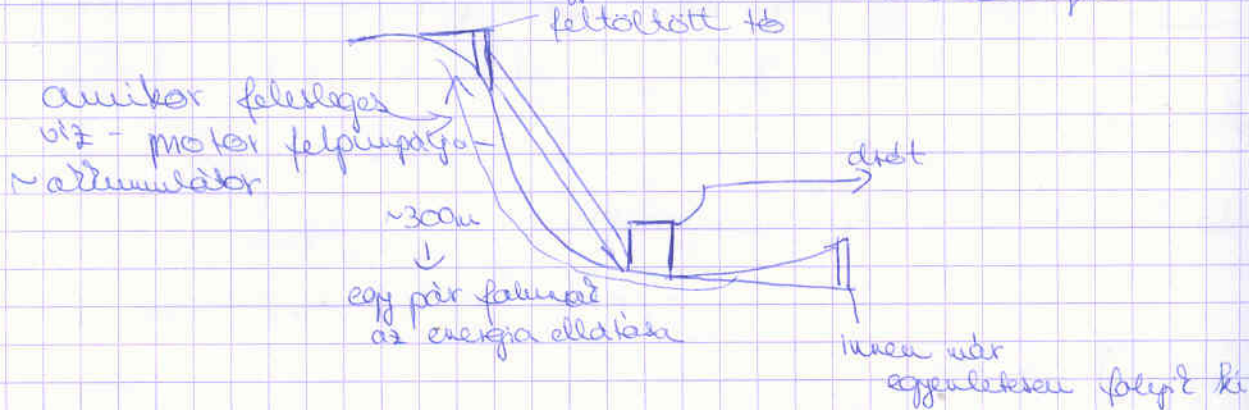


Csökkentés

- hőerőmű
 - szén - gőzturbina
 - földgáz (olaj) - gőzturbina } kombinált ciklus
 - gőzturbina
 - atom - gőzturbina (nincs elég meleg)

- megújuló

vízenergia - sok víz + kőszelvény Duna
 - kevés víz + nagy esés: Alpok ~50% hatásfok



naperőmű: napenergia hatásfok < 10% → nagyon drágán

napkollektor: csak összegyűjti napfényt - pl gőzgépkész

szélenergia → csak kevés energiát

geotermikus erőmű: Islandia

árapályerőmű

hullánerőmű

elektromos energiát előállítás → mindig van → környezetterhelés - pl kőolaj, szén, gáz

motorok

egyszerűsített egysége: egy irányba forog, kicsi az áramerősség → hajtómű gépek

változó áram (névleges áram) → fordulatszám 3000/perc

- egyfázisú - segédáram
 - háromfázisú - főáram

áramúton 2590/perc

de van más

polárútváltással forgás irányváltóval

állandó mágneses motor 3-fázisú



kommutátor átkapcsolója

elektromágnes is lehet helyett állandó helyett

semcsat 3 pólusú, hanem 2 is van

elektromágneses motor



örvénymotor

villamos: 550V, HÉV 1000V, melyek
egyedül

Kandó: vasúti próbát, de 3 áramúszelős összekapcsolást (A, B, C-t)
→ mindig 1 fázisú motor, ami két 3 fázisú generátor, ami két 3 fázisú motor
na már Si egyenirányítókat tartalmaznak



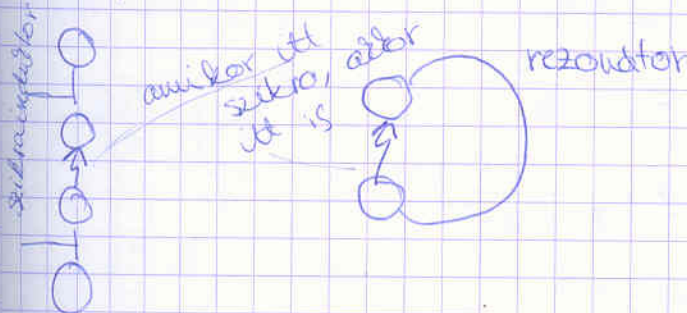
Mindegyik
megfelelő fázis fordul

vannak más motorok (pl. lineáris, stb.)
máskor

Elektromágneses hullámok, sugárzás

térnek van olyan tulajdonsága, mint anyagok-
terjedésük benne a hullámok

Hertz kísérlet.

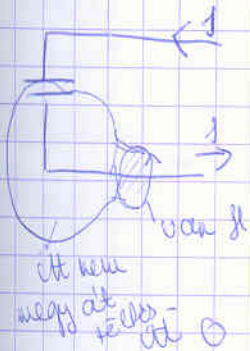


vibrátor

Maxwell-egyenletek

$$\oint \underline{H} \cdot d\underline{r} = I$$

$$\text{rot } \underline{H} = \underline{j}$$



→ elemtérmeles!



$$j = 0$$

$$\oint \underline{j} \cdot d\underline{l} = 0$$

$$\oint \neq \frac{dQ}{dt} = 0$$

$$0 = \text{div rot } \underline{H} = \text{div } \underline{j}$$

$$\text{div } \underline{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\oint \underline{H} \cdot d\underline{r} = I + \frac{d}{dt} \int \underline{D} \cdot d\underline{f}$$

$$\text{rot } \underline{H} = \underline{j} + \frac{\partial \underline{D}}{\partial t}$$

$$0 = I + \frac{d}{dt} \oint \underline{D} \cdot d\underline{f}$$

$$0 = I + \frac{dQ}{dt}$$

$$\underbrace{\text{div rot } \underline{H}}_0 = \text{div } \underline{j} + \underbrace{\text{div } \frac{\partial \underline{D}}{\partial t}}_{\frac{\partial}{\partial t} \underbrace{\text{div } \underline{D}}_S}$$

$$0 = \text{div } \underline{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$$\oint \underline{D} \cdot d\underline{f} = q$$

mindenből 2 $\frac{1}{2}$ felvétel integrál
 $\text{div } \underline{D} = \rho$

$$\oint \underline{E} \cdot d\underline{r} = - \frac{d}{dt} \int \underline{B} \cdot d\underline{f}$$

$$\text{rot } \underline{E} = - \frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$$

$$\oint \underline{H} \cdot d\underline{r} = I + \frac{d}{dt} \int \underline{D} \cdot d\underline{f}$$

$$\text{rot } \underline{H} = \underline{j} + \frac{\partial \underline{D}}{\partial t}$$

$$\oint \underline{B} \cdot d\underline{f} = 0$$

$$\text{div } \underline{B} = 0$$

$$\underline{D} = \epsilon \underline{E}$$

$$\underline{B} = \mu \underline{H}$$

$$\underline{F} = q(\underline{E} + \underline{v} \times \underline{B})$$

ha megadom a töltéseket, és azot hogyan mozognak - egyenletrendszerrel megoldom. kijön etö, abból, hogy hogyan zöve mozognak. ha egyezik, akkor jó

41

vagy olyan megoldás, hogy a természetben működés

$$\underline{j} = 0$$

$$\underline{g} = 0$$

az és μ nem függ a helytől

$$\text{div } \underline{D} = 0$$

$$\text{div } \underline{B} = 0$$

$$\text{rot } \underline{E} = - \frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \underline{H} = \frac{\partial \underline{D}}{\partial t}$$

$$\text{div } \underline{E} = 0$$

$$\text{div } \underline{H} = 0$$

$$\text{rot } \underline{E} = - \mu \frac{\partial \underline{H}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \underline{H} = \epsilon \frac{\partial \underline{E}}{\partial t}$$

hullámmegoldást keresünk

$$\underline{E} = \underline{E}_0 \cos(\omega t - k z)$$

> hullám z irányba terjed

$$\underline{H} = \underline{H}_0 \cos(\omega t - k z)$$

$$\text{div } \underline{E} = 0 = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\partial E_z}{\partial z} = E_0 k \sin(\omega t - kz) = 0$$

ha $k = 0$ / bin...
nem fogyni helyes!
nem kellően, amit
nem teljesít

$\Rightarrow E_{0z} = 0$ } a hullám
transzverzális

$$\text{div } \underline{H} = 0 = \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0 = H_0 k \sin(\omega t - kz) \rightarrow H_{0z} = 0$$

akkor transzverzális, ha ~~semmi~~ nem üresen állunk

E_0 merőleges z -re, legyen: $\underline{E}_0 = \begin{pmatrix} E_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\underline{E} = \begin{pmatrix} E_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \sin(\omega t - kz)$

$$\text{rot } \underline{E} = \begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ k E_0 \sin(\omega t - kz) \\ 0 \end{pmatrix}$$

egyedül 0
nem nulla

$$-\mu \frac{\partial H}{\partial t} = \begin{pmatrix} 0 \\ \mu \frac{\partial H}{\partial t} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{H} = \begin{pmatrix} 0 \\ H_0 \\ 0 \end{pmatrix} \cos(\omega t - kz)$$

$$-\mu \frac{\partial H}{\partial t} = \begin{pmatrix} 0 \\ \mu \omega H_0 \sin(\omega t - kz) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$k E_0 = \mu \omega H_0$$

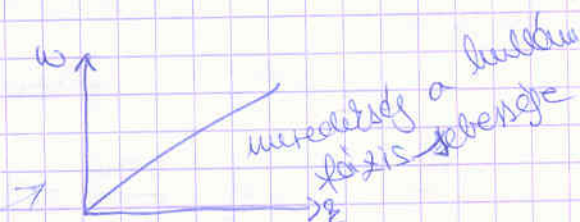
$$\text{rot } \underline{H} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial H_y}{\partial z} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = -k H_0 \sin(\omega t - kz)$$

$$\epsilon \frac{\partial E}{\partial t} = \begin{pmatrix} -\epsilon \omega E_0 \sin(\omega t - kz) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\epsilon \omega E_0 = \epsilon H_0$$

$$k^2 H_0 E_0 = \mu \epsilon \omega^2 E_0 H_0$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} k \quad \text{diszperziós reláció}$$



ami a hullámhossz és a diszperzió

diszperzió: terjedési sebesség függ hullámhossztól/frekvenciától

$$\frac{1}{\mu \epsilon} = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs}} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{\text{As}}{\text{Vm}}}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = c$$

$$\omega t - kz = 0$$

$$\frac{z}{t} = \frac{\omega}{k}$$

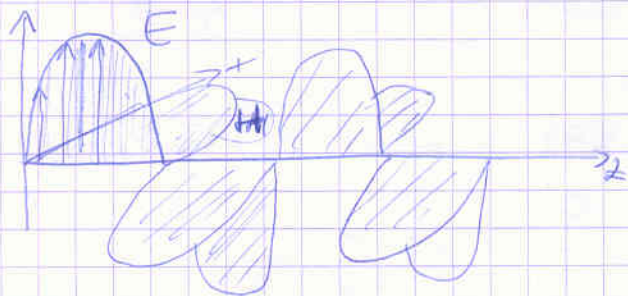
$$c_{\text{vákuum}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

$$c_{\text{anyag}} = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \approx \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

vagy hogy:



mágneses tér idő/hely szerint változik az elektromos tér hely/ideo szerint változik
határozza meg



Hullámegyenlet:

$$\text{div } \underline{D} = 0 \quad \text{div } \underline{B} = 0 \quad \text{rot } \underline{E} = -\frac{\partial \underline{B}}{\partial t} \quad \text{rot } \underline{H} = \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} \quad \underline{D} = \epsilon \underline{E} \quad \underline{B} = \mu \underline{H}$$

legyen $\text{div } \underline{E} = 0 \quad \text{div } \underline{H} = 0 \quad \text{rot } \underline{E} = -\mu \frac{\partial \underline{H}}{\partial t} \quad \text{rot } \underline{H} = \epsilon \frac{\partial \underline{E}}{\partial t}$

$$\text{rot rot } \underline{E} = -\mu \text{rot } \frac{\partial \underline{H}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \underline{H} = -\epsilon \mu \frac{\partial^2 \underline{E}}{\partial t^2}$$

$$\text{rot rot } \underline{E} = \text{grad div } \underline{E} - \Delta \underline{E}$$

$$\Delta \underline{E} = \epsilon \mu \frac{\partial^2 \underline{E}}{\partial t^2}$$

$$\Delta \underline{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{E}}{\partial t^2}$$

írtuk, ami ϕ -ben hullám:

d'Alembert-egyenlet

$$\Delta \phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$$

hullámegyenlet (amiért diszperziója nincs)

iv.15.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \rightarrow \text{4. D (azt is) kicsit másképp!}$$

szk hullám

2 irányba terjed: $\phi(z, t)$

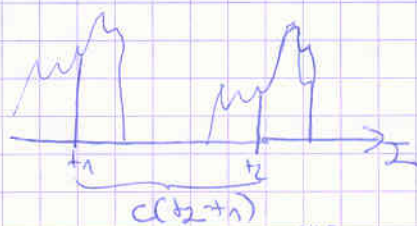
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$$

keresünk megoldást $\phi(z, t) = f(z - ct)$

⊕ irányba terjed

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = f'(z - ct) \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = f''(z - ct)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -c f'(z - ct) \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = c^2 f''(z - ct)$$



$$f''(z - ct) - \frac{1}{c^2} c^2 f''(z - ct) = 0$$

⊖ irányba terjed $\phi(z + ct)$ is megoldás $\rightarrow$ det. no. két irány

$$\phi = f(z-ct) + g(z+ct)$$

$$\phi(z, t=0) = f(z) + g(z)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t}(z, t=0) = -c f'(z) + c g'(z) = c(g'(z) - f'(z)) = 0$$

bestimmen: $\underline{E}(z, t) = \begin{pmatrix} f(z-ct) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$$\text{rot } \underline{E} = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t}$$

$$f'(z-ct) = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t}$$

$$H_y = \frac{1}{\mu c} f(z-ct)$$

$$\underline{H}(z, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\mu c} f(z-ct) \\ 0 \end{pmatrix}$$



Globalkoordinaten

$$\phi(x, y, z, t) = A \frac{e^{i(\omega t - kr)}}{r} \quad r \neq 0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = A \frac{e^{i(\omega t - kr)}}{r} \cdot i\omega$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\omega^2 \phi$$

$$\text{grad } \phi = A e^{i(\omega t - kr)} \text{grad } \frac{1}{r} + A \frac{1}{r} \text{grad } e^{i(\omega t - kr)}$$

$$\begin{aligned} \text{div grad } \phi &= \Delta \phi = A \text{div grad } \left(\frac{1}{r} \right) e^{i(\omega t - kr)} + A \text{grad } \frac{1}{r} \text{grad } e^{i(\omega t - kr)} + A \text{grad } \frac{1}{r} \text{grad } e^{i(\omega t - kr)} + A \frac{1}{r} \text{grad}^2 e^{i(\omega t - kr)} \\ &= A \left[2 \text{grad } \frac{1}{r} \text{grad } e^{i(\omega t - kr)} + \frac{1}{r} \text{grad}^2 e^{i(\omega t - kr)} \right] \end{aligned}$$

$r=0$ Kugelkoordinaten
Winkel 0.

$$\text{grad } \frac{1}{r} = -\frac{\underline{r}}{r^3}$$

$$\text{grad } e^{i(\omega t - kr)} = -ik e^{i(\omega t - kr)} \frac{\underline{r}}{r}$$

$$\text{div grad } e^{i(\omega t - kr)} = -ik e^{i(\omega t - kr)} \cdot \left(k \underline{r} \cdot \frac{\underline{r}}{r} - ik e^{i(\omega t - kr)} \cdot \frac{\text{div } \underline{r}}{r} - \frac{\text{grad}^2 \underline{r}}{r} \right)$$

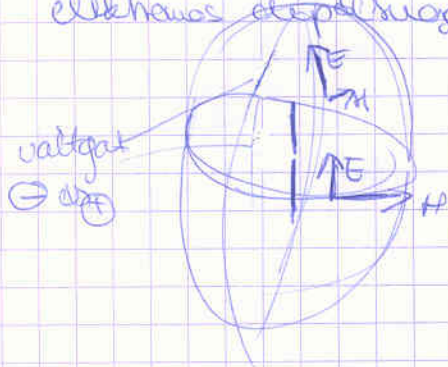
$$= -k^2 e^{i(\omega t - kr)} - ik e^{i(\omega t - kr)} \frac{3r - r}{r^2} = -k^2 e^{i(\omega t - kr)} - ik \frac{2}{r} e^{i(\omega t - kr)}$$

$$\Delta \phi = A \left[2ik \frac{1}{r^2} e^{i(\omega t - kr)} - \frac{k^2}{r} e^{i(\omega t - kr)} - ik \frac{2}{r^2} e^{i(\omega t - kr)} \right] = A \cdot \frac{k^2}{r} e^{i(\omega t - kr)} = -k^2 \phi$$

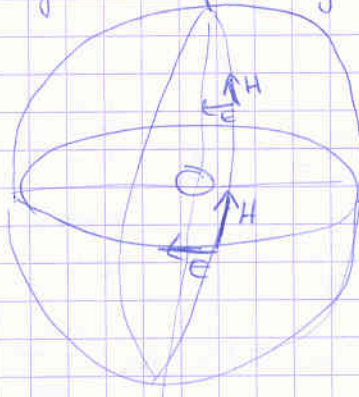
$$-k^2 \phi + \frac{\omega^2}{c^2} \phi = 0$$

$\omega = ck$ megoldás ✓

Lechert átvihetjük: mész rajta végig, lámpa hal világit, hol nem elektromos dipól sugárzó



mágneses dipól sugárzó



Diszperziós hullám

↳ terjedési függ. frekvencia : anyagban

$$C_{anyag} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r \mu_r}} = c_{vakuum} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} = \frac{c_{vakuum}}{n}$$

frekvenciafüggő $\omega = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$

$$n(\omega) = \sqrt{\epsilon_r(\omega) \mu_r(\omega)} \approx \sqrt{\epsilon_r(\omega)}$$

alt. ~ 1 kisvörös fény

$$\underline{E} = \underline{E}_0 e^{i(\omega t - \underline{k} \cdot \underline{r})} = \underline{E}_0 \cos(\omega t - \underline{k} \cdot \underline{r}) + i \underline{E}_0 \sin(\omega t - \underline{k} \cdot \underline{r})$$

$$\underline{H} = \underline{H}_0 e^{i(\omega t - \underline{k} \cdot \underline{r})}$$

$$\frac{\partial \underline{E}}{\partial t} = \underline{E}_0 \cdot e^{i(\omega t - \underline{k} \cdot \underline{r})} \cdot i\omega = i\omega \underline{E}$$

$$\text{div } \underline{E} = i \underline{k} \cdot \underline{E}$$

$$\text{rot } \underline{E} = -i \underline{k} \times \underline{E}$$

$$\text{div } \underline{E} = 0$$

$$\text{div } \underline{H} = 0$$

$$\text{rot } \underline{E} = -\mu \frac{\partial \underline{H}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \underline{H} = \epsilon \frac{\partial \underline{E}}{\partial t}$$

$$-i \underline{k} \cdot \underline{E} = 0$$

$$-i \underline{k} \cdot \underline{H} = 0$$

$$-i \underline{k} \times \underline{E} = -\mu i \omega \underline{H}$$

$$-i \underline{k} \times \underline{H} = i \omega \epsilon \underline{E}$$

transverzális

$$-i \underline{k} \times (-i \underline{k} \times \underline{H}) = i \omega \epsilon (-i \underline{k} \times \underline{E})$$

$$-\underline{k} \times (\underline{k} \times \underline{H}) = i \omega \epsilon (\underline{k} \times \underline{E}) (-i \omega \mu \underline{H})$$

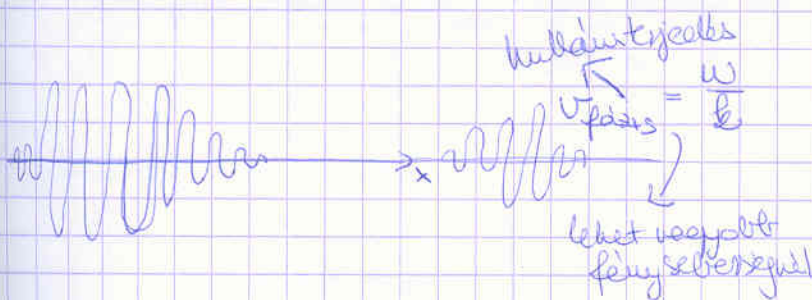
$$-\underline{k} (\underline{k} \cdot \underline{H}) + \underline{H} k^2 = \omega^2 \epsilon \mu \underline{H}$$

$$\underline{H} k^2 = \omega^2 \epsilon \mu \underline{H}$$

$$\hbar^2 = \omega^2 \epsilon(\omega) \mu(\epsilon)$$

$$\omega^2 = \frac{1}{\epsilon(\omega) \mu(\epsilon)} \hbar^2$$

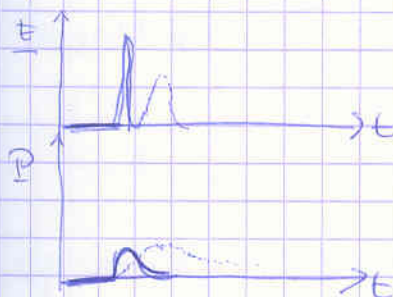
$\omega(k)$ diszperzió van



→ no hullámcsomag
melyen egyenlően halad
v csoport = $\frac{d\omega}{dk}$
v/z felismeri fázis → csoport
e: fázis csoport

mit jelent a frekvenciafüggés?

$$\epsilon(\omega)_0 = \epsilon_0(1 + \chi(\omega)) \quad \underline{P} = \chi \epsilon_0 \underline{E}$$



$P(t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^t f(t-t') E(t') dt'$: lineáris válasz
→ csak + előtti idővel függ
kauzalitás

$$E(t) = E_0 e^{i\omega t}$$

$$P(t) = P_0 e^{i\omega t}$$

$$P_0 e^{i\omega t} = \epsilon_0 \int_{-\infty}^t f(t-t') E_0 e^{i\omega t'} dt'$$

$$P_0 = \epsilon_0 \int_{-\infty}^t f(t-t') e^{i\omega(t-t')} dt' E_0$$

$$t - t' = \tau$$

$$dt' = -d\tau$$

$$P_0 = \epsilon_0 \int_0^{\infty} f(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau E_0$$

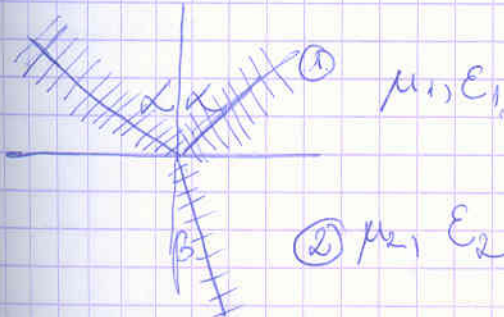
$$t'(e(-\infty, t))$$

$$\tau \in (\infty, 0)$$

Fourier-transzformáció

$\chi(\omega)$: szuszceptibilitás

Hullámterjedés - Snellius-Descartes tr., Fresnel formulák



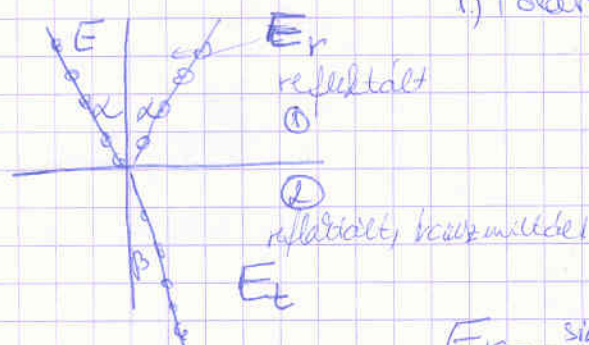
ez így vagy ráoszt. legyen $\mu_1 = \mu_2$
 $\mu_1 = \sqrt{\epsilon_1} \quad \mu_2 = \sqrt{\epsilon_2}$

$$E_{t1} = E_{t2} \quad D_{n1} = D_{n2}$$

$$H_{t1} = H_{t2}$$

$B_{n1} = B_{n2}$ - az egyenleteket
igyekezzük kezelni
minden kijelölés

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$



1.) Polarizáció merőleges a beesési síkjára

$$\frac{E_r}{E} = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \frac{E_t}{E} = -\frac{\sin 2\alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

a.) azonos közeg: $\alpha = \beta$

$$E_r = 0 \quad E_t = E$$

b.) teljes visszaverődés határa: $\beta = \frac{\pi}{2}$

$$\frac{E_r}{E} = -\frac{\sin(\alpha - \frac{\pi}{2})}{\sin(\alpha + \frac{\pi}{2})} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} = 1$$

c.) merőleges beesés

$$\frac{E_r}{E} = -\frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} = \frac{1 - n}{1 + n}$$

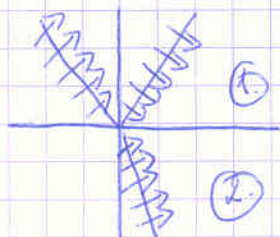
$$\frac{E_t}{E} = +\frac{2\alpha}{\alpha + \beta} = \frac{2n}{1 + n}$$

d.) önközvillás $\alpha = \beta = 90^\circ$

- síkbeli közeg $\alpha > \beta > 0$
ellentétes fázisban

- irányított közeg $\alpha < \beta$
azonos fázisban verődik vissza

2.) Polarizáció párhuzamos a beesési síkkal



$$\frac{E_r}{E} = -\frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{E_t}{E} = \frac{\sin 2\alpha}{\sin(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)}$$

ket
ve
en

a) azonos közeg $\kappa = \beta$

$$E_r = 0 \quad E_t = E$$

b) teljes visszaverődés $\beta = \frac{\pi}{2}$

$$\frac{E_r}{E} = - \frac{\operatorname{tg}(\kappa - \frac{\pi}{2})}{\operatorname{tg}(\kappa + \frac{\pi}{2})} = \frac{\operatorname{ctg} \kappa}{\operatorname{ctg} \kappa} = -1$$

c) merőleges esés

$$\frac{E_r}{E} = - \frac{\kappa - \beta}{\kappa + \beta} = \frac{1 - n}{1 + n}$$

$$\frac{E_t}{E} = + \frac{2\kappa}{\kappa + \beta} = \frac{2n}{1 + n}$$

d) Brewster-sög $\kappa + \beta = 90^\circ$

$$\operatorname{tg}(\kappa + \beta) \rightarrow \infty \quad E_r \rightarrow 0$$

teljes visszaverő sugárzás

e) optikailag sűrűbb közeg: $\kappa > \beta$
ellenértékes fényt

ritkább közeg $\kappa < \beta$
azonos fényt

Hullámok fajtái:

- hosszuhullám $\lambda > 1 \text{ km}$ felett, 300 kHz-ig
messzire terjed felületi hullámként

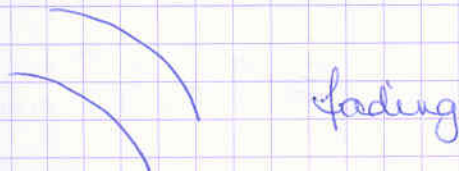
- közept hullám $100 \text{ m} < \lambda < 1 \text{ km}$, 300 kHz - 3 MHz
felületi hullám + ionosféra-tól visszaverődik



rádiók: 100 - 600 m

600 m feletti - hajóradárak

- rövidhullám $10 \text{ m} - 100 \text{ m}$ 3 - 30 MHz



- ultrarövid hullám: VHF $1 - 100 \text{ m}$ 30 - 300 MHz

V.B. VHF

1-10m

30-300 MHz



Yagi antenna

UHF

10cm - 1m

300 MHz - 3 GHz

mikrohullám, mobil

infravörös : távvezénylés, mozgásérzékelés
látható fény : 350 - 700 nm

ultraibolya:

röntgensugárzás 10, 1 nm, ~ pár keV

γ sugárzás

Yagi antenna

reflektor



↑ reflektor

↑ dipól antenna

↑ reflektor

→ ez magasabb frekvencián rezonál, mint a direktor

ellenkezes polarizáció

Skin - effect (bőrhatás)

nagy frekvenciánál a teljes keresztmetszet nem hatol be az anyagba

$$\text{rot } \underline{E} = - \frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \underline{H} = \underline{j}$$

$$\text{rot } \underline{E} = - \mu \frac{\partial \underline{H}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \underline{H} = \sigma \underline{E}$$

$$\text{rot rot } \underline{E} = \mu \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \underline{H} = - \mu \sigma \frac{\partial \underline{E}}{\partial t}$$

$$-\Delta \underline{E} + \text{grad div } \underline{E} = - \mu \sigma \frac{\partial \underline{E}}{\partial t}$$

$$\Delta \underline{E} = \mu \sigma \frac{\partial \underline{E}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 \underline{E}}{\partial x^2} = \mu \sigma \frac{\partial \underline{E}}{\partial t}$$

$$\text{h.m.: } \underline{E}(x,t) = \underline{E}_0(x) e^{i\omega t}$$

$$\frac{\partial^2 \underline{E}_0}{\partial x^2} = i\omega \mu \sigma \underline{E}_0$$

$$\underline{E}_0(x) = \underline{E}_1 e^{\lambda x}$$

$$\frac{\partial^2 \underline{E}_0}{\partial x^2} = \lambda^2 \underline{E}_1 e^{\lambda x} = \lambda^2 \underline{E}_0$$

$$\lambda^2 = i\omega \mu \sigma$$

$$\lambda = \pm \sqrt{i\omega \mu \sigma} = \pm \frac{1+i}{\sqrt{2}} \sqrt{\omega \mu \sigma}$$

$$\lambda = \pm \left(\frac{\sqrt{\mu\epsilon_0}}{2} + i \frac{\sqrt{\mu\epsilon_0}}{2} \right)$$

$$\underline{E}(x,t) = \underline{E}_1 \cdot e^{\pm \left(\frac{\sqrt{\mu\epsilon_0}}{2} + i \frac{\sqrt{\mu\epsilon_0}}{2} \right) x} e^{i\omega t}$$

- előjel a jö

$$\underline{E}(x,t) = \underline{E}_1 e^{-\frac{\sqrt{\mu\epsilon_0}}{2} x} e^{i(\omega t - \frac{\sqrt{\mu\epsilon_0}}{2} x)}$$

$$\text{Re } \underline{E}(x,t) = \underline{E}_1 e^{-\frac{\sqrt{\mu\epsilon_0}}{2} x} \cos(\omega t - \frac{\sqrt{\mu\epsilon_0}}{2} x)$$

$e^{-\frac{\sqrt{\mu\epsilon_0}}{2} x}$ behatolási mélység: λ km

ettől hullám

$$d = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0}}$$

réte

λ 50Hz 500kHz 5MHz 100MHz

d 16mm 0,2mm 40μm 9μm

azt lehet
csatlakoztatni
vezeték

GSM 900

GSM 1800

λ 900MHz

4,8GHz

d 2,6μm

2μm

Polarizált hullám $\leftrightarrow$ polarizálatlan hullám

dikroizmus



Cirkularisan polarizált hullám

$$\underline{E}(z,t) = \begin{pmatrix} E_0 \cos(\omega t - kz) \\ E_0 \sin(\omega t - kz) \end{pmatrix}$$

Elliptikusan polarizált

$$\underline{E}(z,t) = \begin{pmatrix} E_1 \cos(\omega t - kz) \\ E_2 \sin(\omega t - kz) \end{pmatrix}$$

Optikailag aktív: forgatja a polarizációs sík



$$\varphi = \alpha l$$

kiralitás-centrum -

aszimmetrikus molekulák

Faraday - effektus



különcsapda:



→ erre átmeny ✓

← visszafelé nem fordul meg (visszavert)

IV.24.

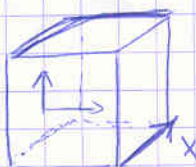
Kettős törés

Stollus-Darcartes to nem igaz se folyadék kristály

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_2 \end{pmatrix} - \text{egy tengelyű kettőtörő kristály}$$

szimmetria miatt csak 2 sajátérték

x tengely irányába: $c = \frac{1}{\mu \epsilon_2}$



mindkét esetben ϵ_2

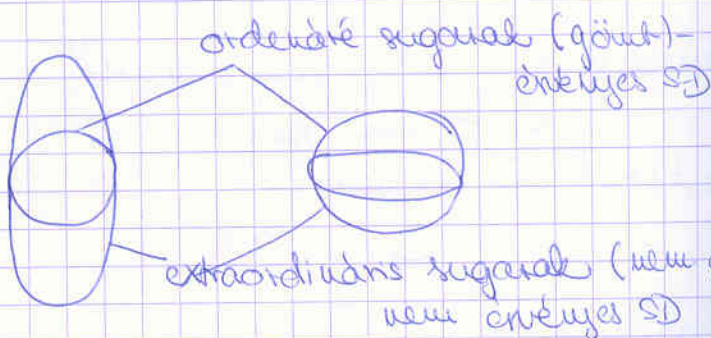
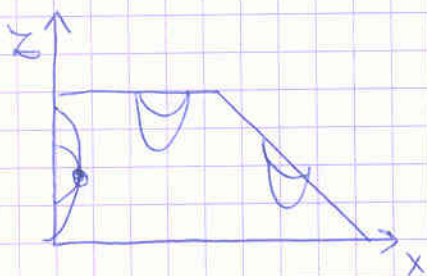
másik két tengely irányába:

$$c_y = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_2} \mu}$$

ha y irányába polarizálva

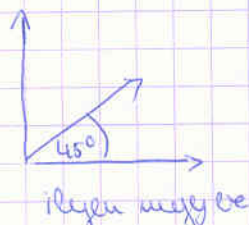
$$c_x = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_1} \mu}$$

ha x irányába polarizálva



érdekes esetek

1.) φ az 1/4 különbsége a két fél képpen polarizált sugaraknál. $\frac{\pi}{2}$



→ körkörösan polarizált fény jön ki

2.) fiziskülönbség: π



nem lineáris sugarak: e^2 -től, e^3 -tól függ
pl: nemegyszer látható fény és kijön az ultravibolya
ilyet használunk fényvezeték, egyenkorán vezetés

Maxwell-egyenletek átírva potenciálra

$$\text{div } \underline{D} = \rho \quad \text{rot } \underline{H} = \underline{j} + \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} \quad \text{rot } \underline{E} = -\frac{\partial \underline{B}}{\partial t} \quad \text{div } \underline{B} = 0$$

valóban: $\underline{D} = \epsilon \underline{E} \quad \underline{B} = \mu_0 \underline{H}$

1) $\text{div } \underline{B} = 0 \Rightarrow \underline{B} = \text{rot } \underline{A}$ vektorpotenciál [feltétel!!]

$$\text{rot } \underline{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \underline{A} = -\text{rot } \frac{\partial \underline{A}}{\partial t}$$

2) $\text{rot}(\underline{E} + \frac{\partial \underline{A}}{\partial t}) = 0 \quad \underline{E} + \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} = -\text{grad } U \quad \underline{E} = -\text{grad } U - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t}$

3) $\text{div } \underline{D} = \rho \quad \text{div}(\epsilon(-\text{grad } U - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t})) = \rho$

$$\Delta U + \text{div} \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} = \frac{\rho}{\epsilon}$$

4) $\text{rot } \underline{H} = \underline{j} + \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} \quad \text{rot} \frac{1}{\mu} (\text{rot } \underline{A}) = \underline{j} + \frac{\partial}{\partial t} [\epsilon(-\text{grad } U - \frac{\partial \underline{A}}{\partial t})]$

$$\Delta \underline{A} - \epsilon \mu \frac{\partial \underline{A}}{\partial t^2} - \text{grad}(\text{div } \underline{A} + \epsilon \mu \frac{\partial U}{\partial t}) = -\mu \underline{j}$$

Korrelatív feltétel:

$$\text{div } \underline{A} + \epsilon \mu \frac{\partial U}{\partial t} = 0$$

$$\Delta U - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\Delta \underline{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{A}}{\partial t^2} = -\mu \underline{j}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

D'Alembert-
operator $\square U = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad / \cdot \epsilon \frac{\partial}{\partial t}$

$$\square \underline{A} = -\mu \underline{j} \quad / \frac{1}{\mu} \text{div}$$

$$\square \epsilon \frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$$\square \frac{1}{\mu} \text{div } \underline{A} = -\text{div } \underline{j}$$

$$\square \frac{1}{\mu} (\underbrace{\text{div } \underline{A} + \mu \epsilon \frac{\partial \varphi}{\partial t}}_{\text{Lorentz-fl. érintés} = 0}) = - (\underbrace{\text{div } \underline{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t}}_{=0 \cdot \text{kontinuitás egyenlet}})$$

$$\Delta U(r) = \frac{\rho(r)}{\epsilon} \text{ megoldása } U(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{\rho(r')}{|r-r'|} d^3r'$$

$$\square U(r,t) = - \frac{\rho(r,t)}{\epsilon} \text{ megoldása } U(r,t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{\rho(r', t - \frac{|r-r'|}{c})}{|r-r'|} d^3r'$$

↑ retardált potenciál

$$\text{értelmezés} \leftarrow U(r,t) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{\rho(r', t + \frac{|r-r'|}{c})}{|r-r'|} d^3r' \quad \uparrow \text{avanzált potenciál}$$

Lorentz-transzformáció

$$(0,0,0,0) \rightarrow (x,y,z,t)$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = s^2 : \text{koordináta-rendszer független mennyiség}$$

$$(x,y,z,ct) \rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ -ct \end{pmatrix} : \text{speciális transzformálás}$$

$$(x,y,z,ct) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ -ct \end{pmatrix} = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$$

$$\underline{j}^{(4)} = \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \\ c\rho \end{pmatrix}$$

$$\underline{A}^{(4)} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \\ \frac{U}{c} \end{pmatrix}$$

$$\partial^{(4)} = \begin{pmatrix} \frac{c}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{c}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{c}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{c}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial t} \end{pmatrix}$$

$$\square \underline{A} = -\mu \underline{j}$$

$$\square U = -\frac{\rho}{\epsilon}$$

$$\square = \partial^{(4)} \cdot \partial^{(4)}$$

$$\partial^{(4)} \cdot \partial^{(4)} \cdot \underline{A}^{(4)} = -\mu \underline{j}^{(4)}$$

$$\partial^{(4)} \cdot \underline{A}^{(4)} = 0$$

$$\text{div } \underline{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial U}{\partial t} = 0$$

térerősségek: 4×4 antiszimmetrikus mátrixban

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2$$

$$x' = \alpha_{11} x + \alpha_{12} t \quad t' = \alpha_{21} x + \alpha_{22} t \quad y = y' \quad z = z'$$

$$x^2 - c^2 t^2 = x'^2 - c^2 t'^2$$

$$\alpha_{11}^2 x^2 + 2\alpha_{11}\alpha_{12}xt + \alpha_{12}^2 t^2 - c^2(\alpha_{21}^2 x^2 + 2\alpha_{21}\alpha_{22}xt + \alpha_{22}^2 t^2) = x^2 - c^2 t^2$$

$$(\alpha_{11}^2 - c^2 \alpha_{21}^2)x^2 + (2\alpha_{11}\alpha_{12} - c^2 2\alpha_{21}\alpha_{22})xt + (\alpha_{12}^2 - c^2 \alpha_{22}^2)t^2 = x^2 - c^2 t^2$$

$$\textcircled{1} \alpha_{11}^2 - c^2 \alpha_{21}^2 = 1 \quad \textcircled{2} 2\alpha_{11}\alpha_{12} - c^2 2\alpha_{21}\alpha_{22} = 0 \quad \textcircled{3} \alpha_{12}^2 - c^2 \alpha_{22}^2 = -c^2$$

$$x=0 \Rightarrow \alpha_{11}x + \alpha_{12}t = 0 \quad \frac{x}{t} = v = -\frac{\alpha_{12}}{\alpha_{11}} \quad \textcircled{4} \alpha_{12} = -v\alpha_{11}$$

$$\textcircled{3} \alpha_{12}^2 - c^2 \alpha_{22}^2 = v^2 \alpha_{11}^2 - c^2 \alpha_{22}^2 = -c^2$$

$$\textcircled{2} \alpha_{11}\alpha_{12} - c^2 \alpha_{21}\alpha_{22} = -v\alpha_{11}^2 - c^2 \alpha_{21}\alpha_{22} = 0$$

$$\textcircled{3} + \textcircled{4}$$

$$-c^2 v \alpha_{21} \alpha_{22} + c^2 \alpha_{22}^2 = -c^2$$

$$\textcircled{5} \alpha_{21} = \frac{1 - \alpha_{22}^2}{\alpha_{22} v}$$

$$\textcircled{2} + \textcircled{5}$$

$$-c^2 v \alpha_{21}^2 - c^2 \alpha_{21} \alpha_{22} = v$$

$$\textcircled{6} v + c^2 \alpha_{21} (v \alpha_{21} + \alpha_{22}) = 0$$

$$\textcircled{6} \text{ using } \textcircled{5} +$$

$$v + c^2 \frac{1 - \alpha_{22}^2}{\alpha_{22} v} \left(v \cdot \frac{1 - \alpha_{22}^2}{\alpha_{22} v} + \alpha_{22} \right) = 0 \quad / \cdot v \cdot \alpha_{22}^2$$

$$v^2 \alpha_{22}^2 + c^2 (1 - \alpha_{22}^2)^2 + c^2 \alpha_{22}^2 (1 - \alpha_{22}^2) = 0$$

$$\alpha_{22} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

IV.30.

$$\alpha_{22} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\alpha_{21} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}{v \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} = -\frac{v}{c^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\alpha_{11} = \sqrt{\frac{\alpha_{22}^2 \cdot c^2 - c^2}{v^2}} = \frac{c}{v} \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{c}{v} \sqrt{\frac{\frac{v^2}{c^2}}{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\alpha_{12} = -\alpha_{11} v = -\frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

ha ezeket visszahelyettesítjük megkapjuk a Lorentz-transzformáció spec. esetét

↑ haugf. Lorentz-tr. ha $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$ állandóak legyenek

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$c \rightarrow \infty \quad \left. \begin{array}{l} x' = x - vt \\ t' = t \end{array} \right\} \text{Galilei transzformáció}$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

következmények: méteridő rövidülés, óra lelassulás

méteridő rövidülése:

$$x_1' = 0 \quad x_2' = l \quad t_1 = t_2$$

$$x_1' = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 0 \quad x_2' = \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = l \quad l = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\underbrace{x_2 - x_1}_{\text{rövidebb méteridő, de ugyanakkorúak látom! (folykospozíció is!)} - l \text{ méter}} = l \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

rövidebb méteridő, de ugyanakkorúak látom! (folykospozíció is!)

Lorentz azt feltételezi fel, hogy valóban lerövidült - valami összefüggés a méteridő

időlelassulás:

a haladó koordinátarendszerben mérjük az időt

$$\text{ha } x' = 0 \Rightarrow x = vt$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} t$$

amelyek gyorsabb az c -n

(pl. minon fellelése a Földön bizonyítja ennek)

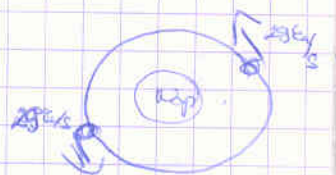
Korreláció lett az Δt és $\Delta t'$ között.

Michelson-Morley kísérlet: ki akarták mérni a fénysebességet a Föld a Nap körül $30 \text{ km/sec} \approx 29 \text{ km/sec}$ sebességgel megy - ezt a sebességet ki kell tudni mérni a fényvel



higanyban lévő csőekben volt a műszer

távolsággal itt mérték



elforgatták és nem változtak a csíkok

fel és le is megmérték és akkor sem mérték különbséget

ebből Einstein következtetett arra, hogy a fénysebességet állandónak kell felfogni

$$|r_1 - r_2| - ct = 0$$

$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = s^2 > 0$ ez a négyestávolság négyzet

$ct <$ két pont közötti távolság

távolság jellegű események

(x_1, y_1, z_1, t_1) 1 esemény

$$ka: s^2 < 0 \quad x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = -c^2 \tau^2 < 0$$

ezek időjellegű események

τ sajátidő: koordinátarendszerben 2 esemény közt eltelt idő

Einstein: c

Thomson (= Lord Kelvin - szász királyi professzor, aki a fizika területén dolgozott)

Thomson parabola

katódsugárcső



mindkettő csak kicsit téríti el a teret

$$y = \frac{eE}{2m} t^2$$

$$x = \frac{evB}{2m} t^2$$

$$t = \frac{L}{v}$$

helyettesítsük be:

$$y = \frac{eE}{2m} \frac{L^2}{v^2}$$

$$x = \frac{eB}{2m} \frac{L^2}{v}$$

a pont egyenlete

$$y = \frac{2mE}{eB^2 L^2} x^2$$

parabolát kismért eltérést - tömegváltozott a sebességgel

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Einstein: Newton egyenleteken kell változtatni.

$$m \underline{a} = \underline{F}$$

$$\frac{d}{dt} \underline{p} = \underline{F}$$

$$\underline{p} = m \underline{v} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \underline{v}$$

→ relativisztikus mozgásegyenlet

a sebességhez hasonló négyesvektort keresünk
időjellegű: saját idő

négyes sebességvektor:

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{dx}{dt} \frac{dt}{d\tau}$$

$$\langle u, u \rangle = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 - u_4^2 = \frac{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 - c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{v^2 - c^2}{\frac{c^2 - v^2}{c^2}} = -c^2$$

$$u = \begin{pmatrix} \frac{dx}{d\tau} \\ \frac{dy}{d\tau} \\ \frac{dz}{d\tau} \\ \frac{dct}{d\tau} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{v_x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ \frac{v_y}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ \frac{v_z}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{pmatrix}$$

a négyesimpulzus

$$\underline{p} = \begin{pmatrix} m_0 \frac{v_x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ m_0 \frac{v_y}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ m_0 \frac{v_z}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ m_0 \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{pmatrix} = m_0 \underline{u}$$

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m \cdot c^2$$

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$$

$$E = \frac{m_0 c^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx m_0 c^2 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} \right) = \underbrace{m_0 c^2}_{\text{nyugalati energia}} + \underbrace{\frac{1}{2} m_0 v^2}_{\text{mozgási energia}}$$

Elektromágneses tér energaviszonyai:

egyszerű példa $\rightarrow$ kondenzátor kisütése



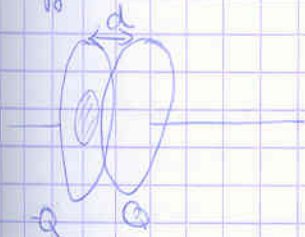
kezdeti állapot: kondenzátor feltöltve - ellendíús
↓
késül

végállapot: kondenzátor üres (ellendíús)

$$U_0 = \frac{Q}{C} \quad Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

hova ment az energia?

legyen 2 kör alakú lemez a kondenzátor:



$$\oint \underline{D} \cdot d\underline{f} = Q$$

$$D r 2\pi = Q$$

$$D = \underline{G}, \text{ felületi töltéssűrűség}$$

$$\underline{G} = \epsilon \cdot \underline{E} \quad E = \frac{U}{d}$$

$\frac{1}{\epsilon_0} = -c^2$ ahogy lát ki, egyre közelebb lesz a töltés

$$\oint \underline{E} \cdot d\underline{r} = \epsilon \cdot \frac{dE}{dt} r 2\pi$$

$$E r 2\pi = \epsilon \frac{dE}{dt} r 2\pi$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{2H}{\epsilon r}$$

$$\text{Energia} = \frac{1}{2} \int \epsilon E^2 d^3r = \frac{1}{2} \epsilon E^2 r 2\pi$$

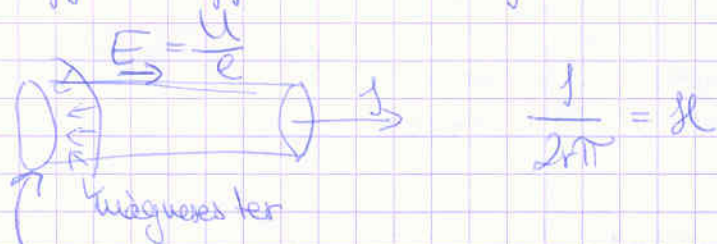
$$\frac{d}{dt} \text{Energia} = \frac{1}{2} \epsilon 2E \frac{dE}{dt} r 2\pi d = \epsilon E \frac{dE}{dt} r 2\pi d = \epsilon E \frac{2H}{\epsilon r} r 2\pi d = E H 2\pi d$$

energia az $\leftarrow$ hengerpólár felület oldalán megy ki

$\underline{S} = \underline{E} \times \underline{H}$: Poynting-vektor $\rightarrow$ energiatranszmisszió vektora

$$[S] = \frac{V}{m} \frac{A}{m} = \frac{VA}{m^2} = \frac{W}{m^2} = \frac{J}{m^2 s}$$

hogyan megy be az energia?



a térből szippantja be az energiát az elektromos hullám erején: S azaz mutat, amekkora az energia halad



kontinuitási egyenlet

$$W = \frac{1}{2} \epsilon E^2 + \frac{1}{2} \mu H^2 \quad \underline{S} = \underline{E} \times \underline{H}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \text{div } \underline{j} = \underset{\text{forrástag}}{S}$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \text{div } \underline{S} = - \underline{j} \cdot \underline{E} \quad \leftarrow \text{Maxwell-egyenletekből kizár}$$

van forrás? ha töltéseket elfordítjuk körül szemben akkor munkát végezünk

$$- \underline{j} \cdot \underline{E} = - \left(\text{rot } \underline{H} - \frac{\partial D}{\partial t} \right) \cdot \underline{E} = - \underline{E} \cdot \text{rot } \underline{H} + \epsilon \frac{\partial E^2}{\partial t}$$

$$\text{div} (\underline{E} \times \underline{H}) = \underline{H} \cdot \text{rot } \underline{E} - \underline{E} \cdot \text{rot } \underline{H}$$

$$\frac{\partial \epsilon_{ij} E_j H_k}{\partial x_i} = \epsilon_{ij} \frac{\partial E_j}{\partial x_i} H_k + \epsilon_{ij} \frac{\partial H_k}{\partial x_i} E_j$$

$$\epsilon_{kj} (\text{rot } \underline{E})_j H_k - \epsilon_{jk} \underline{E} (\text{rot } \underline{H})_k$$

$$\underline{j} \cdot \underline{E} = \text{div} (\underline{E} \times \underline{H}) - \underline{H} \cdot \text{rot } \underline{E} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \epsilon E^2 \right) = \text{div} (\underline{E} \times \underline{H}) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \epsilon E^2 + \frac{1}{2} \mu H^2 \right)$$

Impulzus:

ha az eredő erő 0 $\Rightarrow$ impulzus megmarad

Levegő kísérlet:



egyszer egyiket, egyszer másikat
módítja meg rezonancia frekvenciával

energia nem marad meg, mert van fonyótag

impulzus fonyótagja

$\underline{f}$ erő térfogategységre jutó erő

$$\underline{f} = \nabla \underline{E} + \underline{f} \times \underline{B}$$

$\underline{g}$ impulzus (lendület) sűrűség

$$-\underline{f} = \text{div} \underline{\underline{g}} + \frac{\partial \underline{g}}{\partial t}$$

(mint a rugalmasságtan
alapegyenlete)

Maxwell-féle
erősség-tenzor

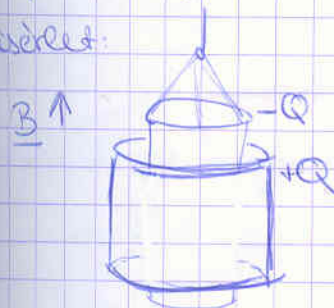
impulzusáram - sűrűség tenzora $\rightarrow$ szimmetrikus

$$\underline{g} = \underline{P} \times \underline{B} = \epsilon \mu \underline{E} \times \underline{H} = \frac{1}{c^2} \underline{S}$$

hat
egziszt

impulzusnyomaték

kísérlet:



hengerkondenzátort felfogatunk $\underline{B}$ térbe
ha kinyitjuk / lekapcsoljuk a teret, akkor
elkezd forgani - mágneses tér megváltozik -
elektromos tér indukálódik
 $-\underline{r} \times \underline{F}$

impulzusnyomaték sűrűsége: $\underline{r} \times \underline{g} \rightarrow$ tengelyirányú

$\frac{1}{2} \epsilon \mu H^2$

Einstein - de Haas kísérlet



állandó mágneset berakjuk $\underline{B}$ mágneses térbe (tekercsbe)

ha $\underline{B}$ elég nagy, akkor amikor átfordítjuk a $\underline{B}$ teret, átfordul az $\underline{\omega}$ vektora - !

ha rezonancia frekvencián $\rightarrow$ elkezd forgani: $\underline{\omega} = \text{fordulási sebesség}$: cm/s

Newton egyenletekhez hasonló összefüggések: elektromágneses tér $\approx$ folyóvízes köteg,
de nincs atomi szerkezet



minden eltéréstől $\frac{e}{m}$ határozható meg

Millikan-mérés - Öving méri



ennyi idő alatt „esik”, és mennyi idő alatt a felre?

feljeli kérel és lejeli kérel méri sebességét

gyorsulása: 0, mert nagyon nehéz

$$mg + qE - Sv_1 = 0$$

$$S = 6\pi\eta r$$

$$mg - qE - Sv_2 = 0$$

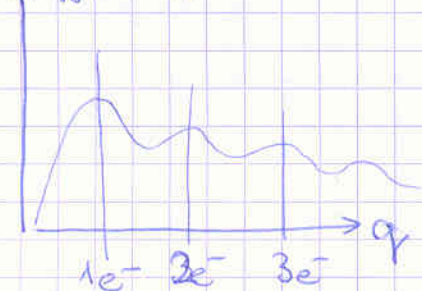
$$m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

$$2mg - S(v_1 + v_2) = 0$$

$$v_1 > 0 \quad v_2 < 0$$

$$\frac{2}{3} \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g - 6\pi\eta r (v_1 + v_2) = 0 \rightarrow \text{ebből } r \Rightarrow \text{beírjuk az egyenletbe!}$$

gyorsulás



$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \rightarrow \text{ebből tömeg, ebből Avogadro-száma}$$

röntgen diffrakció: de nem tudni sem atomok távolságát, sem hullámhosszát

de ezt körfogatból kb. 2x tudni

„x egység”

$$x = 1,002 \cdot 10^{-13} \text{ m}$$

most Millikan elvite

2x tudni mérni e^- , p^+ tömegét $\rightarrow$

atomokét is $\Rightarrow$ felfedezik az izotópokat



Elektronmikroszkóp



magnuság mágneses lencsével
gyorsítással



TEM: átvilágító
HREM: nagy felbontású
SEM: pásztázó

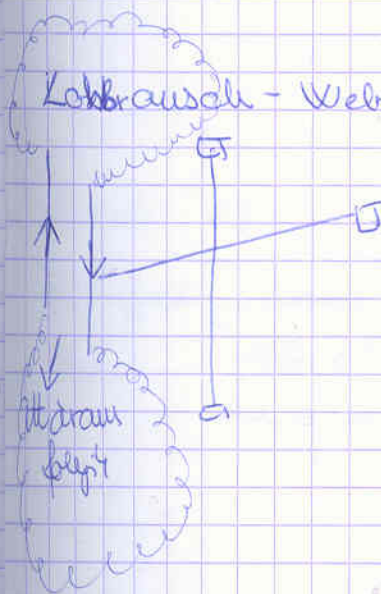


- visszaverett elektron
bejövő és
elérkező E
mágneses

- szórulnak elektron

- röntgen (energia
szelvény)

Lohbrausch - Weber kísérlet 1854



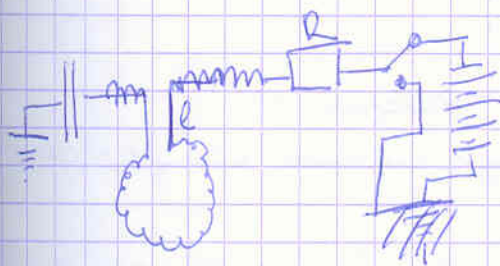
megmutatja, hogy mágneses erővel forgatja el a szálakat
mágneses kényszer rezonanciával

$$F_m = B I l = \mu \frac{I l}{2 \pi d}$$



$$F_E = \frac{EQ}{2} = \frac{Q^2}{2EA}$$

kvant



$$Q = I \cdot \tau$$

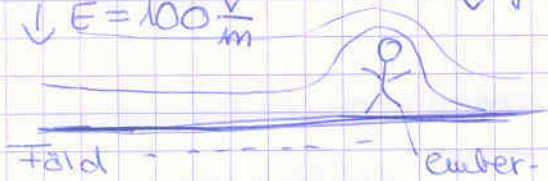
$$\frac{F_m}{F_E} = \frac{\mu \frac{I^2 l}{2 \pi d}}{\frac{Q^2}{2EA}} = \frac{\mu \cdot c}{\epsilon \cdot c} \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \frac{EA}{d} \quad \mu \epsilon = \frac{1}{c^2}$$

meggyezik az amplitúdók arányával

V.15. Elektromos jelenség a légkörben

1900 körül

$\downarrow E = 100 \frac{V}{m}$
 $\downarrow J = 10 \frac{pA}{m^2}$



ember - levegőhöz képest jó vezető: elvileg vándor megkezdődött



ha ezt elvileg: az alábbi feltevéssel a negatív töltés: árammérésével mértem

$\sigma = \frac{J}{E} = \frac{10 \frac{pA}{m^2}}{100 \frac{V}{m}} = 10^{-13} \frac{1}{\Omega m}$
 $\sigma = 10^{13} \Omega m$
 $\sigma_{levegő} \approx 10^{-8} \Omega m$

a légkörben teljesen 400kV potenciál ~4km légkörben

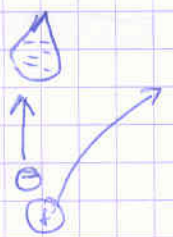
$4\pi \cdot (6370km)^2 \cdot 10 \frac{pA}{m^2} \approx 5200 A$

mi hozza létre?

azt gondolták, hogy He és alfa bomlás sugárzás megkezdése:

1912. Victor Franz Hess: léggömbbel - azt találta, hogy fejtől a sugárzás $\rightarrow$ 1936 Nobel díj

villámkörből jövő töltés - villámok formájában szét a villám kialakulása



fényesség különbség felhők között - pl. mest. magasságkülönbség

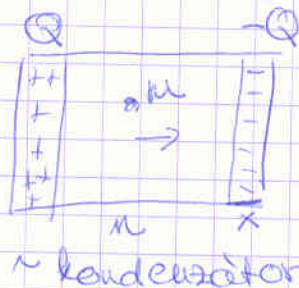
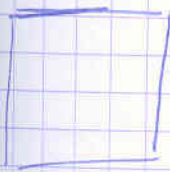
van elővillám: levegő ionizálódott - plazma - lecsap a villám: meleg: levegő hirtelen kitágul - döngő

Szent Elmo tüze: ha a feszültség már $1000 \frac{V}{m}$: csúcsok miatt kisül: pl. lovagok láncsérja, templomtornyok, kőfülkék

gömbvillám: ez is plazma

plazma: lańg, lęgbńr teteje, fęm is
 sok negatív, ęs pozitív rńltęs - de ęsszeęben semleges -
 amik szabadon mozghatnak (osillációk ęs áramok)

plazma rezgęs



: eltolom negatív felé

$$Q = n A x e$$

$$\oint D dA = Q$$

$$DA = Q$$

$$D = enx \quad E = \frac{enx}{\epsilon}$$

elektronok/ionok a mozgás egyenlete:

$$m\ddot{x} = -eE = -\frac{e^2 n}{\epsilon} x$$

$$\ddot{x} = -\frac{e^2 n}{Em} x$$

$$\omega_{\text{plazma}} = \sqrt{\frac{e^2 n}{Em}}$$

plazma típusai

ionoszfera	hűvös plazma	$\nu_p = 3-10 \text{ MHz}$	$\lambda = 100-30 \text{ m}$
fény	sűrű plazma	$\nu_p = 3 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$	$\lambda = 100 \text{ nm}$
		ultraibolya	