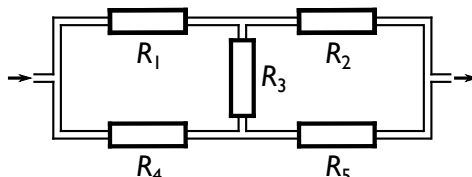


2. ZH (2016. április 29.)

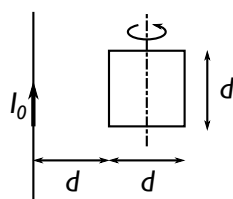
Elektromágnesség, emelt szint, 2015/16

1. Braavosban, a gazdag észak-essosi kikötővárosban újjáépítik a vízvezetékrendszert, melynek elrendezése az ábrán látható. A mérnökök mérései alapján 5 kritikus pont van, ahol a víz csak túlnyomás hatására tud átjutni. Azt tapasztalják, hogy a kritikus pontra eső p_i nyomáskülönbség arányos az időegység alatt átfolyó Q_i vízmennyiséggel: $p_i = R_i Q_i$, ahol $[p] = \text{kPa}$, $[Q] = \text{l/perc}$ és, értelemszerűen, $[R] = \text{kPa} \cdot \text{perc/l}$, azaz R_i az adott rész „ellenállása”. Mekkora a teljes hálózat eredő R_e „ellenállása”, azaz mennyi víz folyik át percenként a teljes hálózaton megadott nyomáskülönbség hatására? (Adatok: $R_1 = 2 \text{ kPa} \cdot \text{perc/l}$, $R_2 = 4 \text{ kPa} \cdot \text{perc/l}$, $R_3 = 8 \text{ kPa} \cdot \text{perc/l}$, $R_4 = 6 \text{ kPa} \cdot \text{perc/l}$ és $R_5 = 12 \text{ kPa} \cdot \text{perc/l}$) (12,5 pont)



2. Melisandre, a vörös hölgy, arra a következtetésre jut, hogy Jon Snow-t kizárólag egy erős mágneses tér keltheti életre. Ennek eléréséhez egy Helmholtz tekercspárt szeretne alkalmazni. Ez utóbbi két rövid (elhanyagolható hosszúságú), N menetes, R sugarú tekercsből áll, melyeknek közös a forgástengelye, és egymástól $2R$ távolságban vannak. Add meg a mágneses indukcióvektort a forgástengely mentén, ha mindkét tekercsben I áram folyik. Jont Melisandre az elrendezés geometriai középpontjába helyezi. A feltámasztáshoz fontos lehet továbbá, hogy a mágneses tér relatíve homogén legyen. Add meg ezért a mágneses tér forgástengely-menti első és második deriváltját az elrendezés középpontjában. (12,5 pont)
3. Miközben Bran Stark (tudjátok, akit kilöktek az ablakon) és cimborái a távoli északon kalandoznak, egyszer csak egy wighttal (azaz egy speciális, kék szemű zombival) találkoznak, aki csak akkor engedi el őket, ha megoldják az alábbi feladatot:

Egy végtelen hosszú egyenes vezetőben I_0 áram folyik. Mellette egy d oldalélű vezető keretet helyeztek el, melyet egy tengely körül ω szögsebességgel forgásba hoznak az ábra szerint. A forgástengely párhuzamos a végtelen vezetővel és tengelye attól éppen $3d/2$ távolságra van. A vezető keret ellenállása R . Add meg az $I(t)$ áramot.



Brannek és cimboráinak fogalma sincs mit jelent ez az egész. Segíts nekik, különben nagy bajba kerülhetnek. (12,5 pont)

4. Csak kevesek által ismert, hogy a kis Frodó mágikus gyűrűje valójában elég egyszerű elven működik. Minden egyes alkalommal, amikor felhúzza az ujjára, a gyűrű felületén egy spirál alakú köráram indul el, mely N -szer kerül meg a gyűrű középvonalát mielőtt önmagába záródna (az egész kicsit olyan, mint egy toroid tekercs). A gyűrű tórusz alakú, tórusz-sugara b , menet-sugara a . Mekkora a gyűrű önindukciós együtthatója? Segítségére lehet ez a hasznos kis határozott integrál:

$$\text{ha } 0 < r < b, \text{ akkor } \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{1}{b + r \sin \varphi} = \frac{2\pi}{\sqrt{b^2 - r^2}}.$$

(12,5 pont)

A dolgozathoz semmilyen segédeszköz nem használható. A megírásra 105 perc áll rendelkezésre.