

Elektrodinamika feladatok, gyakorlófeladatok, példák

2014. május 4.

Hengerkoordináták:

1. Mi a megoldása a Neumann-típusú hengerkoordinátás elektrosztatikai peremérték-feladatnak? Azaz: legyen $\Delta\Phi = 0$ egy a sugarú, L magasságú henger belsejében, és $\frac{\partial\Phi}{\partial n}$ az alaplapon és az oldalpalástokon 0, a fedlapon pedig adott $f(r, \varphi)$ függvény! Állítsuk elő a potenciált a henger belsejében sor alakjában!
2. Vegyes peremértékfeladat: az alaplapon és a fedlapon Φ legyen 0 illetve egy adott $V(r, \varphi)$ függvény, a paláston pedig legyen 0 a normálirányú deriváltja! Feladat, mint fent.

Hullámvezetők, üregrezonátorok:

1. Határozzuk meg az a befogójú egyenlőszárú derékszögű háromszög keresztmetszetű hullámvezető TE- és TM-módusainak levágási frekvenciáit!
2. Határozzuk meg az olyan üregrezonátor sajátfrekvenciáit, amit úgy kapunk, hogy egy L magasságú, a sugarú körhengerbe a tengellyel párhuzamosan beforrasztunk egy $a \times L$ oldalú téglalapot, mely az alaplapon és a fedlap két párhuzamosugarát köti így össze! A legkisebb sajátfrekvenciára „numerikus” végeredményt is adjunk, a feles indexű Bessel-függvények órán említett alakját használva!
3. Az órán látott képletekkel határozzuk meg (számoljuk is ki), hogy a téglalap keresztmetszetű hullámvezetőben terjedő különböző TM-módusok (adott vezetőképességű fal esetén) mekkora úton disszipálódnak! A frekvencia paraméter; ennek függvényében keressük a megoldást.
- 4.* Próbáljuk meg levezetni az előző feladat megoldását a TE-módusokra is! Az órán látottakhoz hasonló módon kell kiszámolni P -t és $\frac{dP}{dz}$ -t is.
5. Konkrétan írjuk fel egy $a \times b \times c$ oldalú téglalaptestben kialakuló üregrezonátor-módusokra az \mathbf{E} és a \mathbf{B} terek komponensenkénti alakját! (Az órán levezetett képleteket kell használni, amelyek az \mathbf{E}_T -t és \mathbf{B}_T -t adják meg az E_z és B_z függvényében. Vigyázat! z irányban nem halad a hullám, hanem két haladó hullám összegeként adódó állóhullám!)
- 6.* Az előző feladat alapján hogyan lehet kikeverni az egy *másik* tengelyre vonatkozó pl. TM-módusokat az eredeti TE- és TM-módusokból?
7. Határozzuk meg egy nem egyszeresen összefüggő, belül R_1 , kívül R_2 sugarú koncentrikus körökkel határolt keresztmetszetű hullámvezetőben a TEM-módusokat!
8. Az előző hullámvezetőből üregrezonátort készítünk. Határozzuk meg itt is a TEM-módusokat!

Mágneses energia:

1. Két R sugarú végtelen hosszú vezető egymástól $L > 2R$ távolságra fut, egyikben egyik, másikban másik irányban egyenletes felületi sűrűséggel egyenáram folyik. Határozzuk meg a hosszegységre eső önindukciós együtthatót! (Minden anyagra $\mu_r = 1$.)
2. Mi történik, ha a fenti feladatban a vezetők permeabilitása $\mu_r \neq 1$?
3. És akkor, ha most a vezetékek szupravezetők? (Ekkor csak a felületükön folyik áram; a \mathbf{B} tér kiszámolása az elektrosztatikai analóg feladat megoldása alapján történhet!)
4. Ismét végtelen hosszú, henger alakú vezetékeket tekintsünk, csak most az egyik a másik belsejében, koncentrikusan halad visszafelé: 0-tól R_1 sugárig μ_1 permeabilitású közeg van, benne egyenletes áram folyik egyik irányban, R_1 -től R_2 -ig μ_2 permeabilitású közeg van, benne másik irányban folyik ugyanakkora áram. Mekkora a hosszegységre eső önindukciós együttható?
- 5.* Próbálkozzunk az előző feladat általánosításával arra az esetre, amikor a hengerek nem koncentrikusak!

Nagy Márton