

Tekintsük az alábbi nem-lineáris közönséges differenciálegyenlet rendszert az $u(t)$ és $v(t)$ függvényekre:

$$\frac{du}{dt} = u - uv \qquad \frac{dv}{dt} = -v + uv$$

Határozzuk meg a fixpontokat és osztályozzuk azokat a stabilitási tulajdonságaik szerint! Ennek alapján rajzoljuk föl az integrálgörbékét sematikusán!

Határozzuk meg a parabolák $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ általános 3-paraméteres seregéből azt a 2-paraméteres sereget, amely érinti az x -tengelyt! Ezek után írjuk föl azt a másodrendű közönséges differenciálegyenletet, melynek általános megoldása az így kapott 2-paraméteres görbesereg!

Határozzuk meg az alábbi parciális differenciálegyenlet általános $u(t,x)$ megoldását, és azt is, amely eleget tesz az $u(0,x) = \frac{1}{1+x^3}$ kezdeti feltételnek!

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = u^2$$

ahol $a \neq 0$ valós paraméter!

Határozzuk meg az alábbi parciális differenciálegyenlet általános $u(x,y)$ megoldását, és azt is, amely eleget tesz az $u(0,y) = 2e^y$ és $u(x,0) = 2e^x$ kezdeti feltételeknek!

$$\frac{\partial^2 u}{\partial_x \partial_y} + \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial y} = e^{\frac{-x}{2}} + e^y$$

Határozzuk meg az alábbi parciális differenciálegyenlet általános $u(t,x)$ megoldását, illetve azt is, amely kielégíti az $u(0,x) = \text{ctg}2(x)$ kezdeti feltételt!

$$u \frac{\partial u}{\partial t} + u \sin^2(x) \frac{\partial u}{\partial x} = t$$

Írjunk fel egy olyan parciális differenciálegyenletet az $u(x,y)$ függvényre, mely nem szeparálható, azaz nem tudunk 2 közönséges differenciálegyenletet kapni $X(x)$ és $Y(y)$ függvényekre úgy, hogy ezek általános megoldásából a parciális differenciálegyenletnek mindenképpen $u(x,y) = X(x)Y(y)$ alakban megoldása adódik!