

Név:

ETR azonosító:

Differenciálegyenletek II

2. előadás ZH

1. (15 pont) Tekintsük az alábbi nem-lineáris közönséges differenciálegyenlet rendszert az $u(t)$ és $v(t)$ függvényekre:

$$\frac{du}{dt} = u - uv, \quad \frac{dv}{dt} = -v + uv.$$

Határozzuk meg a fixpontokat és osztályozzuk azokat a stabilitási tulajdonságaik szerint! Ennek alapján rajzoljuk fel az integrálgörbékét sematikusan!

2. (10 pont) Határozzuk meg a parabolák $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ általános 3-paraméteres seregéből azt a 2-paraméteres sereget, amely érinti az x -tengelyt! Ezek után írjuk fel azt a másodrendű közönséges differenciálegyenletet, melynek általános megoldása az így kapott 2-paraméteres görbesereg!

3. (15 pont) Határozzuk meg az alábbi parciális differenciálegyenlet általános $u(t, x)$ megoldását, és azt is amely eleget tesz az $u(0, x) = 1/(1 + x^3)$ kezdeti feltételnek!

$$\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = u^2,$$

ahol $a \neq 0$ valós paraméter!

4. Bónusz feladat 5 plusz pontért: Írjunk fel egy olyan parciális differenciálegyenletet az $u(x, y)$ függvényre, mely nem szeparálható, azaz nem tudunk 2 közönséges differenciálegyenletet kapni $X(x)$ és $Y(y)$ függvényekre úgy, hogy ezek általános megoldásából a parciális differenciálegyenletnek mindenképpen $u(x, y) = X(x)Y(y)$ alakban megoldása adódik!