

Differenciálegyenletek II

2. előadás ZH A csoport

Minden beadott papíron szerepeljen név és/vagy Neptun azonosító, mai dátum, valamint hogy A/B csoport-e! A ZH-ra 90 perc áll rendelkezésre. Bármilyen a ZH-t megelőzően keletkezett papíralapú segédlet használható. A feladatok megtalálhatóak lesznek a honlapon később.

1. Feladat: Adjuk meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását, valamint legalább egy olyan partikuláris megoldását, mely eleget tesz a felsorolt feltételeknek! **(7 pont)**

$$y''' + 3y'' - 9y' - 27y = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = 0, \quad y(0) = 0.$$

2. Feladat: Keressük meg az alábbi nem-lineáris differenciálegyenlet-rendszer fixpontjait és számoljuk ki azok körül a linearizációval adódó exponenseket (a sajátvektorokat most nem kell kiszámolni, se ábrázolni)! **(5 pont)**

$$y_1' = y_1^2 + y_2^2 - 1, \quad y_2' = y_2^2 - y_1^2.$$

3. Feladat: Keressük a karakterisztikák módszerével az alábbi parciális differenciálegyenletnek olyan megoldását, mely a megadott kezdeti feltételt is teljesíti! **(6 pont)**

$$\frac{1}{u} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} - u^2 \right) = 0, \quad u(0, y) = -y.$$

4. Feladat: Adjunk meg egy másodrendű differenciálegyenletet, melynek általános megoldása az alábbi! **(3 pont)**

$$y(x) = c_1 x e^x + c_2 x^2.$$

5. Feladat: Vizsgáljuk a Laplace-egyenletet egy téglalapon, melynek egyik csúcsa $(x, y) = (0, 0)$ ezzel átlós csúcsa pedig (L_1, L_2) ! Mutassuk meg, hogy az alábbi peremfeltételek mellett nem létezik megoldás, illetve változtassuk meg az (L_1, y) élen kirótt követelményt, hogy úgy már létezzen megoldás! **(5 pont)**

$$u(0, y) = y, \quad u(x, 0) = x, \quad u(L_1, y) = y e^{-L_1}, \quad u(x, L_2) = L_2 e^{-x}.$$

