

# Differenciálegyenletek II

## 1. előadás ZH B csoport

Minden beadott papíron szerepeljen név és/vagy Neptun azonosító, mai dátum, valamint hogy A/B csoport-e! A ZH-ra 90 perc áll rendelkezésre. Bármilyen a ZH-t megelőzően keletkezett papíralapú segédlet használható. A feladatok megtalálhatóak lesznek a honlapon később.

**1. Feladat:** Keressünk olyan másodrendű homogén lineáris differenciálegyenletet, melynek az alább adott  $y_1(x)$  és  $W(x)$  függvények rendre megoldása, illetve Wronski determinánsa! **(5 pont)**

$$y_1(x) = x + \frac{1}{x}, \quad W(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

**2. Feladat:** Tegyük fel, hogy az alábbi két függvény egy másodrendű homogén lineáris differenciálegyenlet alapszisztemét alkotják:

$$y_1(x) = x, \quad y_2(x) = x \ln x.$$

Adjuk meg az  $r(x) = x$  inhomogén taghoz tartozó egyenlet  $y(0) = y(1) = 0$  perem feltételhez illeszkedő megoldását! Keressük meg és használjuk a homogén egyenlet Green-függvényét! **(6 pont)**

**3. Feladat:** Keressük meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását! **(4 pont)**

$$2x^2 y''(x) - xy'(x) + \frac{9}{8}y(x) = 0.$$

**4. Feladat:** Keressük az alábbi differenciálegyenlet megoldását  $y(x) = \sum_{m=0}^{\infty} c_m x^m$  alakban! Adjuk meg az első hét ( $c_0 \dots c_6$ ) együttható számszerű értékét, ha tudjuk, hogy a megoldás eleget tesz az  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$  kezdeti feltételnek! **(4 pont)**

$$y''(x) - xy'(x) + 4y(x) = 0.$$

**5. Feladat:** Keressük meg az alábbi differenciálegyenlet  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 3$  kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldását! **(4 pont)**

$$\frac{1}{2}(1+x^2)y''(x) - xy'(x) = 0.$$

**6. Feladat:** Keressük meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását! Használjuk ki, hogy az  $y_1(x) = e^x/x$  függvény megoldása az egyenletnek! **(4 pont)**

$$y''(x) + \frac{2y'(x)}{x} - y(x) = 0.$$