

Differenciálegyenletek II

1. előadás ZH B csoport

Minden beadott papíron szerepeljen név és/vagy Neptun azonosító, mai dátum, valamint hogy A/B csoport-e! A ZH-ra 90 perc áll rendelkezésre. Bármilyen a ZH-t megelőzően keletkezett papíralapú segédlet használható. A feladatokat tartalmazó papírt is kérem beadni a ZH-val együtt, a feladatok megtalálhatóak lesznek a honlapon később.

1. Feladat: Adja meg egy megoldását az alábbi kezdetiérték-problémának! (5 pont)

$$y''(x) = \frac{(y'(x))^2}{y(x)}, \quad y(0) = 5, \quad y'(0) = -15.$$

2. Feladat: Keresse meg az alábbi differenciálegyenlet Green-függvényét, valamint adjon meg egy partikuláris megoldást, mely teljesíti a megadott peremfeltételeket! (10 pont)

$$x^2 y''(x) - 3xy'(x) + 6y(x) = x, \quad y(1) = 0, \quad y(e^{\pi/\sqrt{8}}) = 0.$$

3. Feladat: Keresse az alábbi kezdetiérték-probléma megoldását $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ alakban! (8 pont)

$$(x^2 - 1)y'' + xy' - y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

4. Feladat: Adja meg az alábbi egyenlet általános megoldását! Segítség: a karakterisztikus egyenlet egyik megoldása $\lambda = \frac{1}{2}(-1 + i\sqrt{7})$. (10 pont)

$$y^{(5)}(x) - 8y^{(4)}(x) + 20y^{(3)}(x) - 18y^{(2)}(x) + 27y^{(1)}(x) - 54y(x) = 0.$$