

Differenciálegyenletek II

1. előadás ZH A csoport

Minden beadott papíron szerepeljen név és/vagy Neptun azonosító, mai dátum, valamint hogy A/B csoport-e! A ZH-ra 90 perc áll rendelkezésre. Bármilyen a ZH-t megelőzően keletkezett papíralapú segédlet használható. A feladatok megtalálhatóak lesznek a honlapon később.

1. Feladat: Adjuk meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását! **(4 pont)**

$$y''(x) = \frac{2}{y(x)} \left[(y'(x))^2 - y'(x) \right].$$

2. Feladat: Tegyük fel, hogy az alábbi két függvény egy másodrendű homogén lineáris differenciálegyenlet alaprendszerét alkotják:

$$y_1(x) = \frac{e^x}{x}, \quad y_2(x) = \frac{e^{-x}}{x}.$$

Adjuk meg az $r(x) = 2/x$ inhomogén taghoz tartozó egyenlet általános megoldását! **(4 pont)**

3. Feladat: Keressünk olyan másodrendű homogén lineáris differenciálegyenletet, melynek megoldása az alábbi két függvény! **(5 pont)**

$$y_1(x) = \sqrt{x}, \quad y_2(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

4. Feladat: Tegyük fel, hogy az alábbi két függvény egy másodrendű homogén lineáris differenciálegyenlet alaprendszerét alkotják:

$$y_1(x) = x, \quad y_2(x) = x \ln x.$$

Adjuk meg az $r(x) = 1/x$ inhomogén taghoz tartozó egyenlet $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$ kezdeti feltételhez illeszkedő megoldását! Keressük meg és használjuk a homogén egyenlet Green-függvényét! **(6 pont)**

5. Feladat: Keressük az alábbi differenciálegyenlet megoldását $y(x) = \sum_{m=0}^{\infty} c_m x^m$ alakban! Adjuk meg az első hét ($c_0 \dots c_6$) együttható számszerű értékét, ha tudjuk, hogy a megoldás eleget tesz az $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$ kezdeti feltételnek! **(4 pont)**

$$y''(x) + 3xy'(x) - y(x) = 0.$$

6. Feladat: Keressük meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását! **(4 pont)**

$$-x^2 y''(x) + xy'(x) - 5y(x) = 0.$$