

Differenciálegyenletek II

1. előadás ZH A csoport

Minden beadott papíron szerepeljen név és/vagy Neptun azonosító, mai dátum, valamint hogy A/B csoport-e! A ZH-ra 90 perc áll rendelkezésre. Bármilyen a ZH-t megelőzően keletkezett papíralapú segédlet használható. A feladatokat tartalmazó papírt is kérem beadni a ZH-val együtt, a feladatok megtalálhatóak lesznek a honlapon később.

1. Feladat: Adja meg egy megoldását az alábbi kezdetiérték-problémának! (5 pont)

$$y''(x) = -2x (y'(x))^2, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1.$$

2. Feladat: Keresse meg az alábbi differenciálegyenlet Green-függvényét, valamint adjon meg egy partikuláris megoldást, melyre igaz, hogy $y(1) = 0$, $y'(1) = 0$! Segítség: a homogén egyenletnek megoldása az $y_1(x) = x^2 e^{-x^2}$ függvény. (10 pont)

$$y''(x) + 4xy'(x) - 2(x^{-2} - 1 - 2x^2)y(x) = e^{-x^2}.$$

3. Feladat: Keresse az alábbi kezdetiérték-probléma megoldását $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n$ alakban! Adja meg legalább az első öt együttható értékét! (8 pont)

$$(x+2)y'' + xy' - y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$$

4. Feladat: Adja meg az alábbi három egyenletre vonatkozó egyenletrendszer általános megoldását! Segítség: a karakterisztikus egyenlet egyik megoldása $\lambda = 3$. (10 pont)

$$\begin{aligned} y_1'(x) &= -2y_1(x) - 4y_2(x) + 2y_3(x), \\ y_2'(x) &= -2y_1(x) + y_2(x) + 2y_3(x), \\ y_3'(x) &= 4y_1(x) + 2y_2(x) + 5y_3(x). \end{aligned}$$