

Differenciálegyenletek gyakorlat

2. házi feladatsor

2008. február 25.

1. Taylor-sorba fejtéssel győződjünk meg róla, hogy az $|x| < 1$ értékek esetében ismert

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

egyenlet valóban teljesül!

2. Ismert, hogy a $\cos(x)$ függvény végtelen Taylor-sorba fejthető a

$$\cos(x) = 1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 - \frac{1}{6!}x^6 + \dots$$

képlet alapján. Számoljuk ki a $\sin(x)$ függvény Taylor-sorát a $\cos(x)' = -\sin(x)$ egyenletet felhasználva!

3. Írjuk fel a $\sin(\cos(x))$ függvény Taylor-sorának első három nemeltűnő tagját! Mennyiben különbözik ez a $\sin(x)$ függvény fent kiszámolt Taylor-sorától?
4. Mutassuk meg, hogy az $y(x) = -x + Ce^{-x}$ függvény az

$$y' + y + x + 1 = 0$$

differenciálegyenlet általános megoldása! Hogy kell megválasztani a C állandót, hogy az $x = 1$ pontban $y = 4$ teljesüljön? Írjuk fel ezt a partikuláris megoldást!

5. Bizonyítsuk be, hogy az $y = C_1e^{-x} + C_2e^{3x} + x$ függvény a

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y + 3x + 2 = 0$$

egyenlet általános megoldása! Milyen feltételt kell kielégíteniük a C_1 és C_2 állandóknak ahhoz, hogy teljesüljön az $y(0) = 0$ egyenlet? Írjuk fel egy C paraméterrel ezt a megoldáscsaládot! Hogyan kell megválasztani ezt a C -t ahhoz, hogy

- $y'(0) = 0$
- $y(1) = 1$

teljesüljön?