Differenciálegyenletek gyakorlat
1. házi feladatsor

2008. február 19.

1. Számoljuk ki a következõ függvények deriváltjait:

   a, $sin(x^3)\cos(2x^2)$

   b, $\sin(\exp(\cos(3x)))$

   c, $-e^{e^x}$

   d, $\cos^2(\arcsin(x))$

   e, $\frac{1}{\sqrt{x^4+\sqrt{x^2-a^2}}}$

2. Legyen $f(x)$ tetszõleges függvény, úgy, hogy f és az f^{-1} inverz függvény is minden pontban differenciálható. Bizonyítsuk be a formális szabályok segítségével, hogy

$$(f\circ f^{-1})' = (f^{-1}\circ f)' = 1 \tag{1}$$

3. Legyen $f(x) = x^3\ln(y^6 - x^3)$. Számoljuk ki a következõ parciális deriváltakat:

   a, $\frac{\partial f}{\partial x}$

   b, $\frac{\partial f}{\partial y}$

   c, $\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$

   d, $\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}$

   e, $\frac{\partial^3 f}{\partial y\partial x^2}$

4. Bizonyítsuk be a Young-tétel segítségével, hogy tetszõleges négyszer differenciálható háromváltozós $f(x,y,z)$ függvényre

$$\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial}{\partial z}f(x,y,z) = \frac{\partial}{\partial z}\frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial}{\partial x}f(x,y,z) \tag{2}$$

   Ellenõrizzük a tételt az $f(x,y,z) = \cos(x\sin(y^2e^z))$ függvény példáján keresztül!