

Differenciálegyenletek I

1. hét

1. Keressük meg az alábbi differenciálegyenletek általános megoldását!

$$(y^2 - 1) - (2y + xy)y' = 0$$

$$(x^2y + 6y)y' + (xy^2 - x) = 0$$

$$xy' + y = y^2$$

$$3xy' = 3y + 2y^2$$

$$(1 - x^2)y' + 1 - y^2 = 0$$

2. Keressük meg az alábbi differenciálegyenletek azon megoldását mely kielégíti az adott kezdeti feltételt is!

$$(1 + e^x)yy' = e^x \quad y(1) = 1$$

$$y \ln y + xy' = 0 \quad y(1) = 1$$

$$x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2}y' = 0 \quad y(0) = 1$$

Differenciálegyenletek I

2. hét

1. Keressük meg az alábbi differenciálegyenletek általános megoldását!

$$y' = \frac{x + y - 3}{x - y - 1}$$

$$y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^{5/2}$$

$$y' + \frac{ky}{x} = \frac{a}{x^k} \quad \text{ahol } a, k \text{ konstansok}$$

$$y' \sin x - y \cos x = 3x^2 \sin^2 x \quad (1)$$

2. Keressük meg az alábbi differenciálegyenletek azon megoldását mely kielégíti az adott kezdeti feltételt is!

$$xy' = y(1 + \ln y - \ln x) \quad y(1) = \frac{1}{\sqrt{e}}$$

$$xy' + y = x + 1 \quad y(2) = 3$$

Differenciálegyenletek I

3. hét

1. Keressük meg az alábbi differenciálegyenletek általános megoldását!

$$xy' - 3y - x^3 + y^3 x^{-6} = 0 \quad (1)$$

$$y' = \frac{y}{x} - \frac{x}{y} \quad (2)$$

$$2xy' - y = \frac{2x^3 - 1}{y} \quad (3)$$

$$y'x(xy - 1) - y = 0 \quad (4)$$

$$x(xy - 1)y' = y \quad (5)$$

1. Keressük meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását, ha tudjuk, hogy egy partikuláris megoldása $y(x) = x^n$ valamilyen n konstanssal!

$$y' + y^2 = \frac{y}{x} - \frac{1}{x^2} \quad (6)$$

Differenciálegyenletek I

4. hét

1. Keressük meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y' = y + y^2 + 1 \quad (1)$$

2. Keressük meg az alábbi differenciálegyenletek általános megoldását, ha tudjuk, hogy egy $y_1(x)$ partikuláris megoldása adott alakú valamilyen a konstanssal!

$$y' = -2 - y + y^2 \quad y_1(x) = a$$

$$y' = \frac{2 \cos^2 x - \sin^2 x + y^2}{2 \cos x} \quad y_1(x) = a \sin x$$

Differenciálegyenletek I

5. hét

1. Keressük meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y' = \frac{(x+y-1)y - x + y - 1}{(x+y-1)x + x - y - 1} \quad (1)$$

2. Keressük meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y' = \frac{(x+y+1)y + x - y + 1}{(x+y+1)x - x + y - 1} \quad (2)$$

A két egyenletet megoldhatjuk egyszerre, ha jó paraméterezést használunk!

Differenciálegyenletek I

5. hét

1. Keressük meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y' = \frac{(x+y-1)y - x + y - 1}{(x+y-1)x + x - y - 1} \quad (1)$$

2. Keressük meg az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y' = \frac{(x+y+1)y + x - y + 1}{(x+y+1)x - x + y - 1} \quad (2)$$

A két egyenletet megoldhatjuk egyszerre, ha jó paraméterezést használunk!

Differenciálegyenletek I

6.

1. Keressük meg az alábbi differenciálegyenletek általános megoldását! Ha nem egzaktak, keressünk Euler-féle multiplikatort!

$$x(2+x)e^{x+y}dx + (x^2e^{x+y} + 2y)dy = 0$$

$$y \cos(x)dx + 2(\sin(x) - y)dy = 0$$

$$\left(y + yx^2 - \frac{y^2}{x}\right)dx + \left(\frac{y^2}{x} - y + \frac{1}{x}\right)dy = 0$$

Differenciálegyenletek I

7.

1. Keressük meg az alábbi differenciálegyenletek általános és szinguláris megoldásait!

$$y' = xy' + \frac{1}{n}y'^n \quad (n \in \mathbb{R}, n \neq 0)$$

$$y' = xy' - \frac{1}{2}y'^2 - \frac{1}{3}y'^3$$

$$y + xy'^2 = y'^4$$