

Differenciálegyenletek I

1. előadás ZH A csoport

Minden beadott papíron szerepeljen név és/vagy Neptun azonosító, mai dátum, valamint hogy A/B csoport-e! A ZH-ra 90 perc áll rendelkezésre. Bármilyen a ZH-t megelőzően keletkezett papíralapú segédlet használható. A feladatokat tartalmazó papírt is kérem beadni a ZH-val együtt, a feladatok megtalálhatóak lesznek a honlapon később.

1. Feladat:

(3 pont)

Adjuk meg azt az $y(x)$ -re vonatkozó differenciálegyenletet, melynek általános megoldása a

$$c \ln x = xy$$

c szabad paramétert tartalmazó egy paraméteres görbesereg!

2. Feladat:

(5 pont)

Keressük meg az alábbi $y(x)$ -re vonatkozó differenciálegyenlet összes $y(\sqrt{2}) = 1$ kezdeti feltételnek eleget tevő megoldását!

$$(1+x)y' - \sqrt{y^3} = (x^2 + 2x)\sqrt{y^3}.$$

3. Feladat:

(5 pont)

Keressük meg az alábbi $y(x)$ -re vonatkozó differenciálegyenlet általános megoldását! Vegyük észre, hogy az $y_1(x) = 1$ függvény megoldása az egyenletnek!

$$y' + (1+x)y - y^2 - x = 0.$$

Segítség: $\int e^{x-\frac{x^2}{2}} dx = \sqrt{\frac{e\pi}{2}} \operatorname{Erf}\left(\frac{x-1}{\sqrt{2}}\right)$, ahol $\operatorname{Erf}(x)$ a Gauss-féle hibafüggvény.

4. Feladat:

(4 pont)

Keressük meg az alábbi $y(x)$ -re vonatkozó differenciálegyenlet általános megoldását!

$$y' = y - xy^3 e^{-2x}.$$