

extragalaktikus: galaxisunkon túli  
 Északi félgömb fejlődése → astrofizika fejlődése  
 400 éve Naprendszer  
 \* \* \* foltok  
 galaxisok (1920 óta)

Extragalaktikus galaxisok  
 Univerzum  $10^{13}$ , 7 milliárd éves (összeállítás)  
 az univerzum 10%-os része a galaktikus fotogalaxiák  
 Ha 90% vissza tudunk utazni az időben, akkor kitaláljuk.

Zsolt - frei, net/teaching  
 vizsgák ~~sz~~ felét végén  
 É. 3. 86 kadd 10-12  
 frei@zsoltfrei.net  
 (\* 63# mellék)  
 Frei-Battós: Inflatívós kozmológia (4 fejezet)  
 Mauk Miklós: Csillagászat

300 éve a távcsőben pontokat és fényes objektumokat látunk  
 üstökös: kiterjedt, pontszerű

MESSIER: francia fizikus-csillagász  
 Hely üstökös keresése közben ködfoltokat (nebulaikat) talált  
 Messier katalógus (M1, M2... M100, M110)  
 4 Messier nebula  
 100 évig tartó vita a nebula fizikájáról



spirál galaxis

1920: vités, a nebula galaxisok

- Shapley és Curtis nyíltvonalos vita: gázfelhő vagy galaxis
- ↳ távolság (ha meg tudom mérni, akkor tudom a nagyságot)
  - ↳ anyag összetétel (csillag vagy hidrogén gázfelhő)
  - ↳ ellenítési szoba: van az égen egy szoba, melyet a nebula ellenítnek (5. erő?)

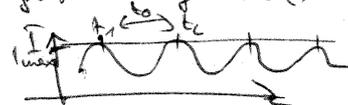


1) Ha van egy 5. erő, akkor az eltolhatja.

2) Ha vannak galaxisok és ha mi is galaxisban élünk, ha a korongban van, ha a korongon kívül van, akkor a mi galaxisunkban a por kiterjed.

1923: Hubble: meg tudta mérni a legközelebbi galaxis (Androméda) (M31) távolságát

Változó csillag: a fényük változik (Cefeidák)



Csillagok összetevődő fellege

1923: nem homogén az anyageloszlás a csillagok között

az univerzumban egyetemes a homogénizálás?

1958: Abell:

1955: poso panoramic observatory sky survey (északi féltekén)  
(szisztematikus foto az égről a Palomar-hegyen)

1000 fényképezőgép (14" x 14")

megkérte, hogy valamely - e rajta galaxisek  
kis galaxistanderec: 30 galaxis

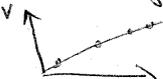
nagy galaxistanderec: 1000 galaxis

22400 galaxissból álló Abell-katalógus

201. sky 1968. megismételt sky survey (déli féltekén)  
10000 galaxissból álló katalógus

- Minél távolabb van egy galaxis, annál gyorsabban távolodik.

Hubble-törv.:  $v = H \cdot d$



megmérve spektroszkópia útján  $v$  megmérve

$$v = H \cdot d$$

$$\frac{v}{c} = z = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} \left( \frac{v}{c} = d \Rightarrow \text{távolság} \right) = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}$$

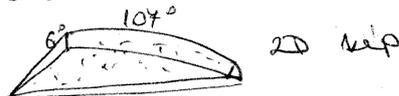
laboratóriumi

↳ vörös eltolódás

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \cdot \frac{c}{H} = d \quad \text{távolságmérés}$$

1980: CFA SPACE ~ 1000 galaxis

jelölve sziv. mentén mérték a galaxiseket



↳ galaxisek elhelyezkedése

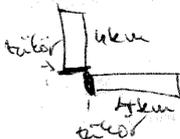
Fételetélyes: nem látom, de tudhatom hol van  
indirekt módon

$$\frac{\Delta l}{l} \sim 10^{-21}$$

d gravitációs hullámok amplitúdója nem mérhető ki  
(transverzális)

LIGO

↳ kampégek: ki tudna mérni a közeli szupernova robbanást  
fételetélyes összehasonlít



(m3)

Megfigyelési eszközök, távcsövek

távcső leírásának, tükrének fejlődése  $\rightarrow$  asztrofizika, csillagászat fejlődése

• 1 csillagászati egység: 1 AU.

- a Nap-Föld távolság  $\rightarrow$  pontos megfogalmazás
- a Nap-Föld átlagos távolsága 1 év alatt
- $150 \cdot 10^9$  m
- egyszerűbb használni, ezért vették be
- mindig 100 valós számmal leírható a távolságok

• a legközelebbi csillag több 100 e csill. egység

• Indirect módon bevezetik a parsec fogalmát: az a távolság, ahonnan a csill. egység 1 szögperc alatt látjuk az égen  
 szögperc: az  $1^\circ$  3600-ad része.



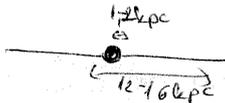
$1 \text{ pc} = 206.265 \text{ AU}$

$1 \text{ pc} \approx 3.26 \text{ ly}$  (fényév)

• a legközelebbi csillag: 4 fényév  $\sim 1,3 \text{ pc}$

• Galaxis mérete

$k \text{ pc} \sim 100 \text{ pc}$      $\text{Mpc} \sim \text{millió pc}$

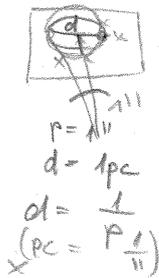
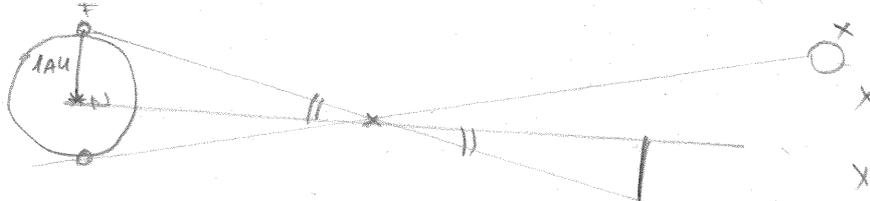


M31/Androméda galaxis: 600-700 kpc

Virgo-kalusz 30 Mpc távolságra

Tejútrendszer sugara: 12 kpc

• Közelebbi csillagok távolságukat mérve: parallaxis módszer:



$r = 1 \text{ AU}$   
 $d = 1 \text{ pc}$   
 $d = \frac{1}{p}$   
 $(\text{pc} = \frac{1}{p})$

elliptika: az a sík, amiben a Föld kering  
 mivel távolabb van a csillag...

Felbontás: a légkör határa miatt van egy maximális viszonylagos éleslátás

- megmondják hogy egyetlen pontszerű testnek tudunk nekora a felbontása
- ( $\sim$  szög/perc)

KÉPFELDOLGOZÁS 1. ea (05.14)

- Ha néhány ponton rögzíttem a mértést pontokat



Gauss-görbe illesztéssel, akkor a szupplex pontosan meg tudom határozni a fényességet.

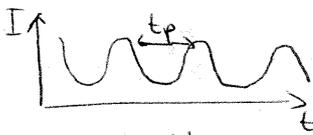
• Földről 50 pc pontosan tudom meghatározni a távolságot. Ennek kisebb felbontás: nincs.

- HIPARCOS úrszonda:

- ↳ feladata: a körülpörögő csillagok parallaxisának meghatározása
- ↳ 1 nagypárhuzambeli kiterjesztés  $\rightarrow$  3 nagypárhuzambeli előrelépés

- Fényesség mérése

Hubble: Androméda galaxis szélein lévő csillagok



$$t_p \sim I_{max}$$

↳ magnitudo: látásbeli magnitudo:  $m$

↳ görögök: osztályokba sorolták a csillagokat  
 1 - legfényesebb  
 ...  
 6 - leghalványabb

↳ mai def:  $m_1 - m_2 = -2,5 \cdot \log_{10} \left( \frac{F_1}{F_2} \right) \rightarrow fluxus$

ami ami fényesebb, annal kisebb lesz a magnitudoja

a mai modern műszerekkel illesztedik a görögök a ~~csillag~~ elméletekhez

mert az ember szemé logaritmikusan érzékeli a fényerőt

$$f \sim \frac{1}{d^2}$$

távolság

Hubble-úrtávcső: látásbeli magnitudo 27

$$M_{\odot} \approx -27$$

↳ Nap látásbeli magnitudoja

Abszolút magnitudo:  $M = m(d = 10 \text{ pc})$

10 pc-en hasonlítjuk össze

$$\begin{aligned} m - M &= -2,5 \cdot \log_{10} \frac{f(d)}{f(10 \text{ pc})} \leftarrow \text{adott táv. esetén} \\ &= -5 \cdot \log_{10} \frac{10}{d} \left( \frac{10 \text{ pc}}{d} \right)^2 \\ &= 5 \cdot \log_{10} \left( \frac{d}{10} \right) \\ &= \boxed{5 \cdot \log_{10} d - 5 = m - M} \end{aligned}$$

, ha  $d$ -t pc-ben mérjük

$$\left| \frac{0,2 \cdot (m - M) + 1}{d = 10} \right| \leftarrow \text{megmértem a magnitudo, tudom az abszolút mag}$$

$d = [\text{pc}]$   
 távolság-modulus egyenlet

$$M_{\odot} \approx -27 \text{ } 4,7 - 4,8$$

↳ Nap abszolút magnitudoja

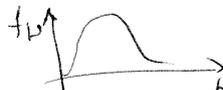
$$M_H = -13 \text{ (Helixold)}$$

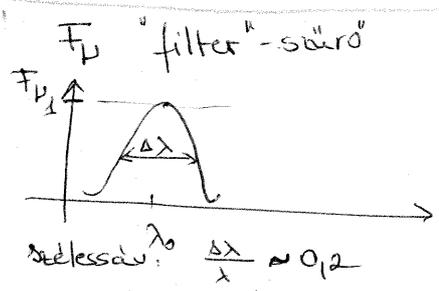
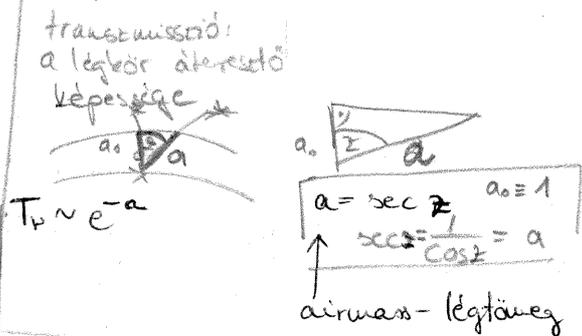
$$\begin{aligned} 5 \cdot \log 10d - 5 &= m - M \\ -25,5 \cdot 5 &= -27 - 4,5 \end{aligned}$$

0-pont meghatározása majdnem a legfeljesebb VEGA-csillag, minden színre 0 magnitúdójú (erőga'k's)

• Szűrőszűrők

frekvencia-típus fluxus

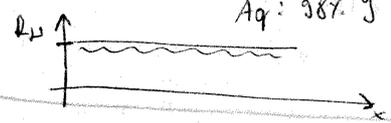
$$f = \int_0^\infty \frac{1}{T_\nu} \frac{F_\nu}{R_\nu} Q_\nu d\nu$$




a távoli égb. mérésre szélessávú szűrőket használunk

$R_\nu$  - reflexió: a tükröz felületről vissza kell verődnie a fénynek

Al: 95% visszaverődés  
 Ag: 98% visszaverődés



$Q_\nu$  - kvantumhatásfok

• Szűrőszűrő rendszerek: abszolút megvilágítás kiszámítása

Johnson - Morgan (1953)

U	B	V	R	I
↑	↑	↑		
ultraibolya	blue	vissza (látható)	red	infrared
365	445	556 (nm)	658nm	806

látható

szűrő kivétel: egy gyártó van, el mindenképp attól kezdve adott festék, milyen szűrő szűr  
 ma már széles szűrő létezik



"g + i" THUAN - GUAN - 1972  
 greened infra galaxisoknál

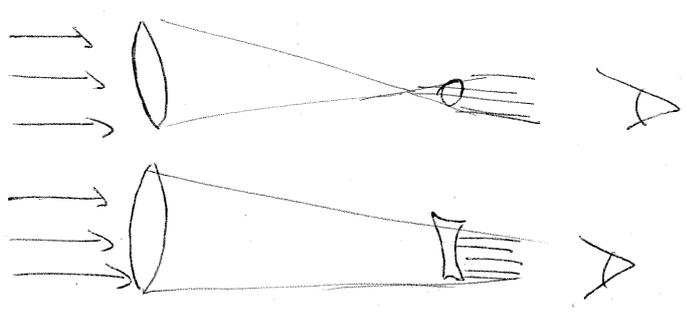
Itt a látésgészlet úgy fejlődik, ahogy a távcső fejlődik  
SEEING  $\propto$  tükrő átmérőjével növekedésre



Mivel nagyobb a fénygyűjtő képesség, egy éjszaka alatt minél több halvány objektumot tudok megfigyelni  
 $f \sim \frac{1}{d^2}$

Mai távcső: 10cm átmérőjű tükrő: extragalaktikus objektumok vizsgálata.

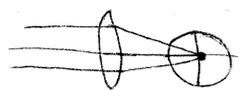
• Lencsés távcsővel



~~max. átmérő~~

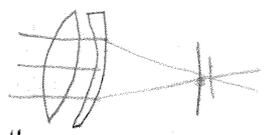
probléma:  $\rightarrow$  szférikus **aberráció**

ha beesik egy parabolikus lencsére, akkor nem feltétlenül oda fókuszálja a lencse a ~~szférikus~~ közepén beeső fényt, mint a szférikus lencse.



$\rightarrow$  sárléba

ahol nagyobb a törési értéke  
pl. a kék fényt jobban tör, mint a pirosat  
 $\rightarrow$  sárléba koncentrikus körök jönnek létre.



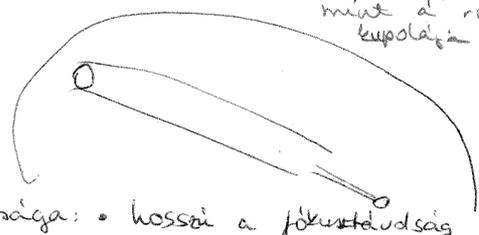
apokromatikus, kromatikus megoldások.

max. átmérő:

$\sim 1900$  ALVAN CLARK

$d = 103$  cm  
"YERKES"

a kupola majdnem akkora mint a római szeniféltés-kapitális kupolája.

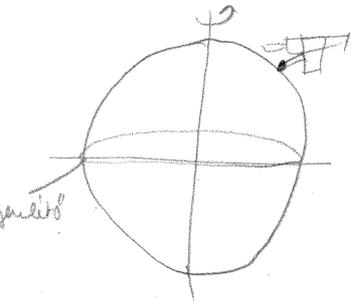


Itt a kupola nagysága: • hossza a fókusztávolság

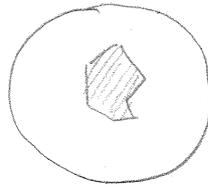
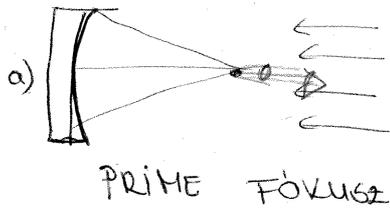
FELTÜGGESZTÉS

① ekvatoriális

úgy függesztem fel, hogy a tubus párhuzamos legyen a Föld forgás tengelyével.

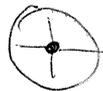
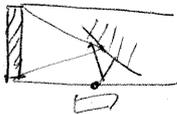


TÜKRÖS TÁVCSÖVEK



a függőleges felület síkban

b) NEWTON



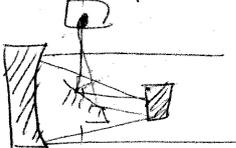
síktükrök kevés területet takar ki

c) CASSENGRIAN FÓKUSZ



másodlagos tükrök:  $\Delta$ -ben van a fókus, felgyűlnek könnyebb a megfigyelés a tükrök alatt közvetlenül keletkezik a kép

d) COUDE FÓKUSZ

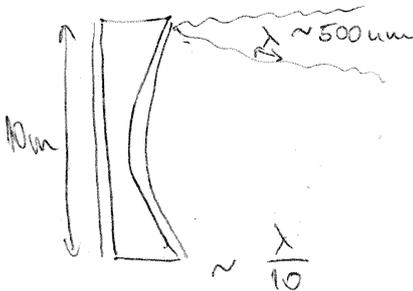


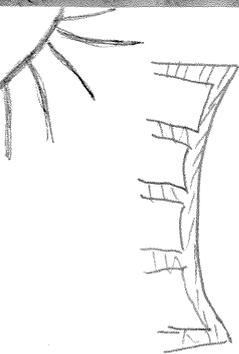
Uz előbbi 3 kombinációja

② ALT-AZ

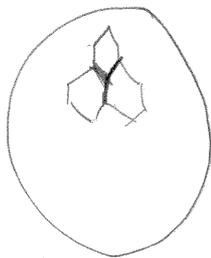
max: 50nm hiba, hogy pontos legyen.  $\rightarrow$  hőátviteli  $\rightarrow$  probléma

PIREX:  $\phi$  hőátviteli tényező





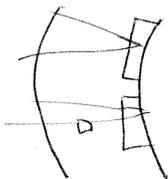
~5m



Ⓐ "HONEYCOMB"

Ⓑ SEGMENTSET

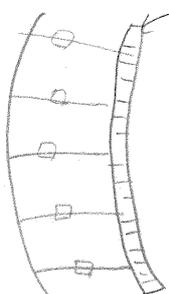
VECK I, II  
~10m



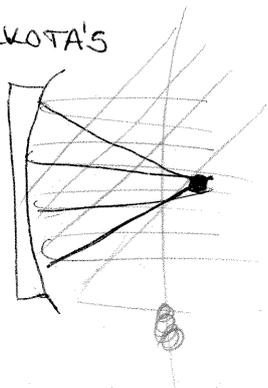
36 db 1-m-es segmentus

4 db 8 m VLT

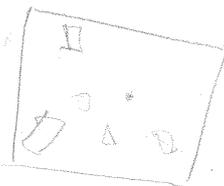
8 m átmérőjű, abszolút legvastagabb parabola alakú tükör



KÉPALKOTÁS



- A) PARABOLA
- B) KÓMA



torul, szélesedik, szélesedik

ÜRTÁVCSÓVEK

LYMAN SPITZER : 1960-as évek : ötlet  
1970-es évek : tervezés

HUBBLE

HST: 2,5m-es tükrös távcső

90-ben löttek fel

JAMES WEBB teleszkóp

JWST : új távcső tervezése 10 m átmérőjű

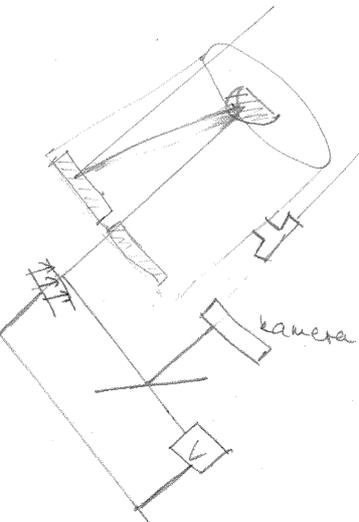
Diffrakció limitált felbontás

$$\sim \frac{\lambda}{d}$$

ADAPTÍV OPTIKÁK:

OPTIKAI INTERFEROMETRIA:

Adaptív optikák

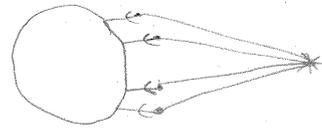


Mesterséges csillag

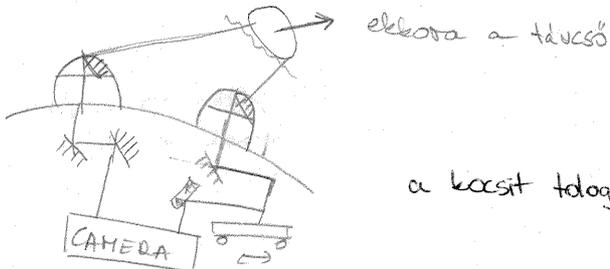
a mesterséges csillag egy lézernel felkültött kép, vissza... majd az elmosódottságot megfigyeljük mivel inkább úgy állítani a távcsövet, hogy az elmosódott mesterséges csillag pont legyen; így a megfigyelni kívánt objektum képe is éles lesz.

felbontás  $\sim \frac{\lambda}{D}$  fény hullámhossza  
műszer mérete

rádió: nagy  $\lambda$ : a Föld két részéről nagyant az objektumot figyelik meg  
→ távcső 12.000 km-es lesz.  
interferencia elvén működik.



blhathó tartomány: közös hullámfront kell  
 $\lambda = 500 \text{ nm}$



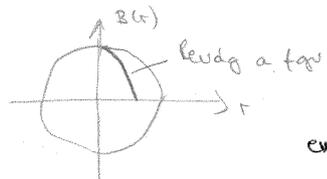
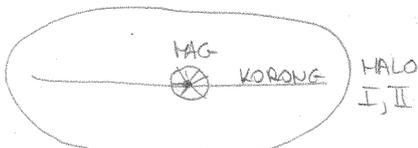
a kocsit tologatják a föld alatt

KEK1 és KEK2 ilyen

Galaxisok

- 1920 óta tudunk róla.
- Hubble: Androméda-galaxis
- Shapely - Curtis vita
- 4 évvel Hubble elkezdte a környékbeli galaxisokat vizsgálni, helyi csoport

Spirál galaxisok



mag. gömbözeű

1-2 kpc

örögpiaci vörös csillagok

szupernehéz feketék  $\sim 2 \cdot 10^6 M_{\odot}$

(tömeget akkrécióval gyűjtötte)

radialis sűrűség eloszlás: kijelölésükben  $(E(r))$

függvénye:  $B(r) = B_c \cdot e^{-\frac{r}{r_c}} \cdot \left[ \left( \frac{r}{r_c} \right)^4 - 1 \right]$

de - profil

$r_c$  sugár az összfényesség fele van

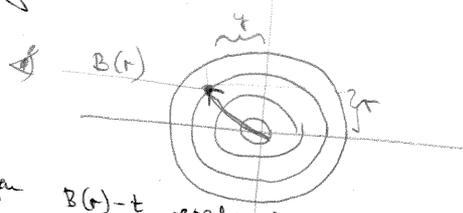
$$\int_0^{r_c} B(r) 4\pi r^2 dr = \frac{1}{2} \int_0^{r_c} B(r) 4\pi r^2 dr$$

$\frac{1}{\sqrt{1}}$  - a rotációs görbe a Naprendszerben

empirikus

$E(r)$  sűrűségelosztás; függvény

$$B(r) = \int_{-\infty}^{\infty} E(\sqrt{r^2 + y^2}) dy$$



Young: ilyen  $E$  nem létezik, ami ilyen  $B(r)$ -t eredményezne  
 Laffe-gömb:  $E \sim \frac{1}{r^2(a+r)^2} \rightarrow B(r)$  hasonló lesz a de Vaucouleurs által mérték.

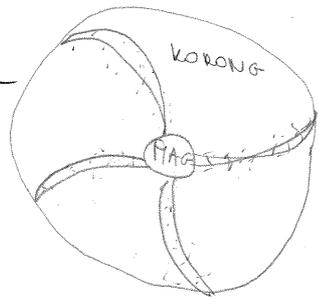
$a \gg r$  közel a galaxis magjához  $\frac{1}{r^2}$ -es profil  
 $a \ll r$  kívül  $\sim \frac{1}{r^4}$ -es profil

Korong: logaritmusos spirálkörök  
 12-15 kpc sugár, 200-300 pc vastag

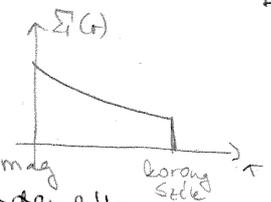
felületi fényesség:  $\Sigma(r) = \Sigma_0 e^{-kr}$  exponenciálisan csökken  
 $\rightarrow$  exponenciális körön

$$k' = \left[ \frac{1}{L} \right] \text{ skálahossz}$$

$$k' = \frac{1}{3-4 \text{ kpc}}$$

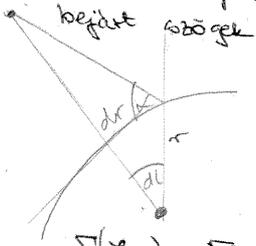


van egy éles határa  
 $k \sim 4-4,5 k'$ -nél



fényesség kifelé csökken, a korong vastagsága nő  
 felcsap a vastagság, de 4-4,5-nél ~~kevesebb~~  $k'$ -nél ékező levaló

mindenféle süllyeg, por, gáz, csillagképződés  
 logaritmusos spirálkör: a kpc-től kezdve el a spirálkör feltehetően érintkezik által befűt szög minden pontban ugyanakkora szöget zárnak be ( $\alpha$ )

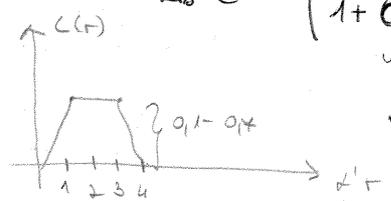


$$\tan \alpha = \frac{dr}{r d\alpha} \quad d\alpha \tan \alpha = \frac{dr}{r} \quad \frac{\ln r}{\tan \alpha} = r - r_0 \rightarrow$$

$$\rightarrow (r - r_0) \tan \alpha = \ln r$$

*vezetett logaritmusos*

$$\Sigma(r, \alpha) = \Sigma_0 e^{-k'r} \left( 1 + C(r) \left\{ \sin m \left( r - r_0 - \frac{\ln r}{\tan \alpha} \right) \right\} \right)$$



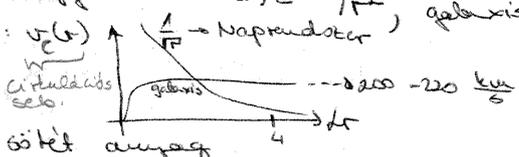
kontraszt: van spirálkör: 0-1 közötti értékek  
 $m$ : spirálkörök száma, általában páros

HALO: sugara akár 50 kpc is lehet

I.: látható halo, a mag "kiterjesztése", halvány, nagyon kevés csillag, gömböses eloszlás, nincs csillagképződés

II.: sötét halo

hosszú tudjuk hogy van  $\rightarrow \rho(r) \sim 1/r^2$ , galaxis tömegének 90%-a itt van  
 rotációs görbe:  $v_c(r)$

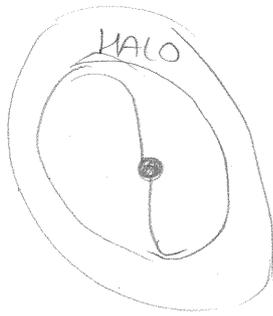
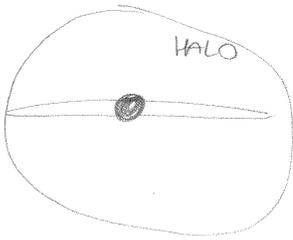


• konstan rotációs görbe  $\rightarrow \frac{1}{r^2}$ -es  $\rho$  fog

dark-matter  $\rightarrow$  sötét anyag

WIMP

MA CHO



$$E(r) \sim \frac{1}{r^2(a+r)^2}$$

$$\epsilon(r) \sim e^{-kr}$$

HALO: legfontosabb eleme a galaxisnak  
HALO I.

HALO II: sötét HALO, a tömeg 90%-a itt van

$$S \sim \frac{1}{r}$$



It kiértékelve rot. görbe konstans  $\Rightarrow$  gömbözeű HALO  
Nem tudjuk mi lehet ez a sötét anyag

1923: Androméda táv. mérete

2 félé galaxis



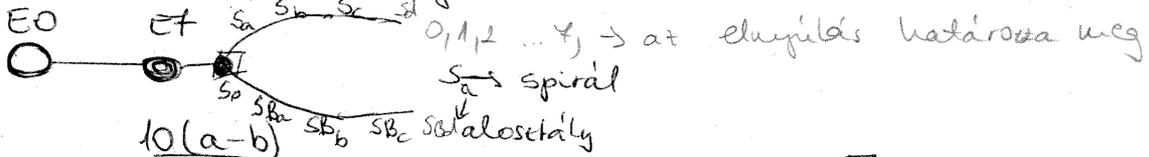
Spirál



elliptikus

h kb úgy néz ki, mint a spirál magja

Hubble félé "hangvilla diagram"



$10(a-b)$   $S_{B_1} S_{B_2} S_{B_3}$  szabályosság

$S_0$  :

Mag/korong felnyúlás arány (B/D)		$S_b$	
$\angle$ (nyílássög)		$\rightarrow$	
$q$ /kontraszt/	0,1	$\rightarrow$	0,7



SBC

van benne egy kör, és onnan indulnak ki a "spirálok"

4 galaxisok 95%-a tekinthető a "halmazlánc"

5%-a a galaxisoknál irreguláris (Irr, Ir)   
 ↳ ütköző, kialakulóban lévő galaxisok

Hierarchikus galaxis kialakulás

$10^{11} - 10^{12} M_{\odot}$  

- kváziár: nagy tömegű fekete lyuk, mely magába szívja a galaxist,   
 (QSO) lehetetlen nagy fényerővel jót.   
 (1963 - Martin-Schmidt)   
 (a közeli közelebbi már nincs kváziár)

-  A.G.N

SEYFERT GALAXIS: aktív galaxismaggal rendelkező

- spirál

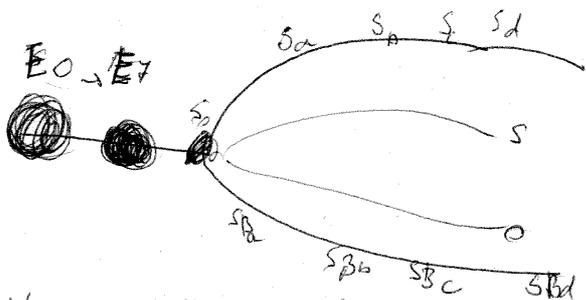


$4 \cdot 10^6 M_{\odot}$  tömegű  $\Rightarrow$  univerzumban spirál g.

- elliptikus galaxis: végállapot: az összehúzóerő következtében

LISA

Sűrűségeloszlás relatív



New együtt szerzők világszerte

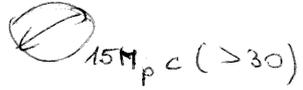
LIN SMM hipotézis: sűrűség hullámok a ~~galaxisban~~   
 egy sűrűség hullám köpör végig

Extragalaktikus asztrofizika

Galaxis halmozatok

1955 - P. O. SS

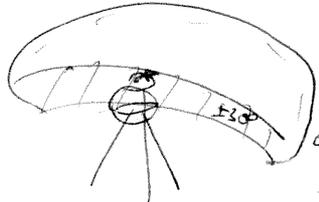
1958 - ABELL



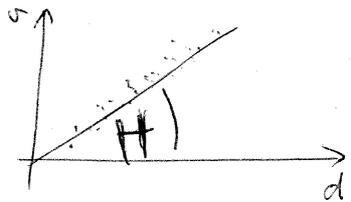
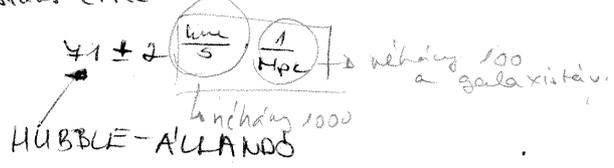
~2700 db

Hubbe  $H_0$  konstans értéke

Hubble-tv.:  $v = H_0 d$   
 távolodási sebesség



a galaxispot kitöltő a galaxisokat (elliptikus csomó)

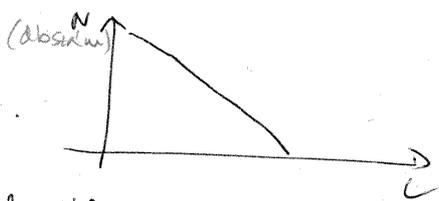


rajgt, hogy a pontos lehet egymást illeteni  
 ↓  
 távolságmérés (ma is!)

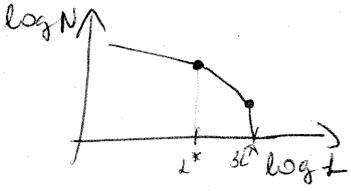
C f A: megmértek egy sávban a Hubble tv. segítségével a közeli galaxisok távolságát

ABELL a 2400 db galaxis halmozatok távolságát megmérte a fényességük segítségével.

LUMINOSITÁS FÖRBE



fényesebb galaxisból kevesebb van



hogy a törés hol van az körülbelül  $25 \cdot 10^{10} L_{\odot}$   
 $3L^*$ -nál fényesebb galaxis sokkal kevesebb van

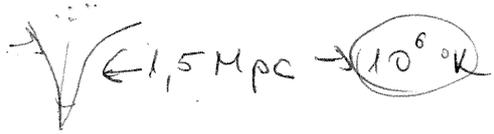
CD - centrális típusú galaxis: fényes

Bp-től a legfényesebb galaxis: Virgo-halmaz (1000 galaxis)

Távolságméréssel segítségével megmérte a távolságát

1967 - ZWICKE megismételte a ezt a mérést. gyakorlatilag az egész csoport feltérképezte (más megfigyelést készített, mint ABELL)

$M_{ce} \sim 10^{14.5} M_{\odot}$

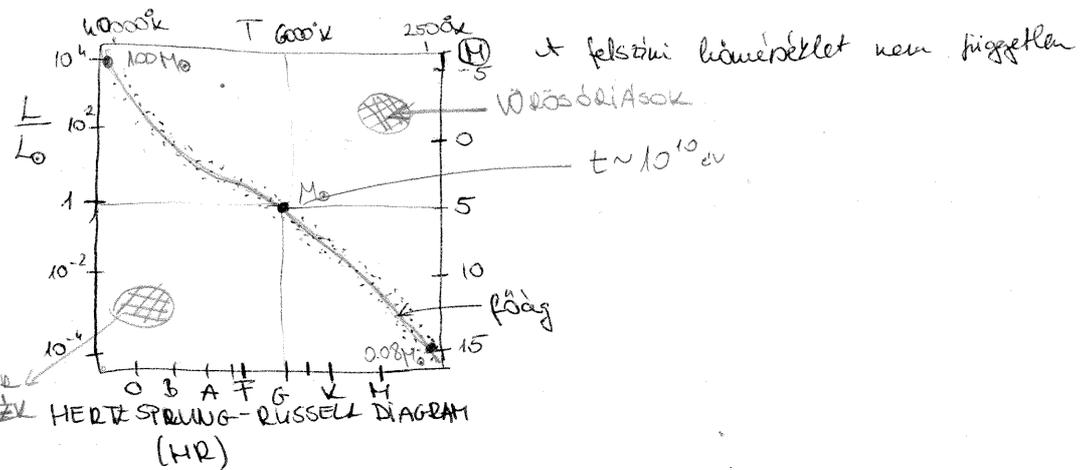


csillagfizikában: a He nélküli

4. előadás Naprendszer  
 azonos fémek (nem feltétlenül kémiai értelemben)

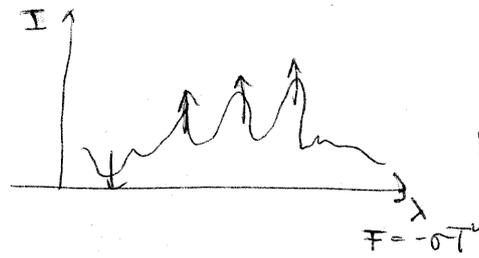
HE DIZ SPRUNG - RUSSELL:

csillagok abszolút magnitúdójának mérése



FEHÉR TÖRPEK  
 HE DIZ SPRUNG - RUSSELL DIAGRAM (HR)

Spektroszkóppal meggyűttük a csillagok színképét. A csillagok színképei hasonlítanak egymásra. A csillagok arányos osztályba tart.



színkép osztályok elnevezése az angol ABC betűivel.

Hőmérséklet szerint: O B A F G K M  
 csökken a T

10 milliárd évig hidrogént éget a főágon, majd vörös óriás lesz, attól visszatar a főágra héliumot szedni égetni, majd fehér törpe lesz kis, forró maggal.

	SZÍN	T (K)	VONALAK
O	KÉK-UV	28-50	ionizált, a magas T miatt ionizált hidrogén ionizált hélium ionizált hidrogén neutrális hélium
B	KÉK-FEHÉR	10-28	neutrális hidrogén neutrális hélium
A	FEHÉR	7,5-10	hidrogén ionizált fém
F	SÁRGA-FEHÉR	6-7,5	ionizált fém neutrális fém
G	SÁRGA	5-6	neutrális fém
K	NARANCS	3,5-5	neutrális fém
M	PÍROS-NARANCS	2,5-3,5	TITÁNIUM-ÓXID vegyületek, nehéz elemek megjelése kalcium

csillagvéletlenség:

csillag: van energiatermelés

$$L \sim M^{3.5}$$

$$t \sim \frac{M}{L} \sim M^{-2.5}$$

$M_{\text{öss}} > 100 M_{\odot}$  akkor összeesik egy fekete lyukká.

, ha  $L = 10^4$   
 $M = 10^2$

az élettartama rövidebb, mint a kisebb csillagoké

Ut Nap 10 milliárd évet tölt a főágban

→ gáz felhő közelében felrobban egy szupernova  
→ lökéshullámot adhat

→ spirálkavics



sűrűségi hullám

→ galaxisok ütközése: (nem ütköznek a magok →, mint kés a vajban így illeszkedik)

ha pl.: csak a korongok ütköznek → a nagy csillagok ütköznek (a kicsik nem) → új sok kis, kék, fényes csillag keletkezik

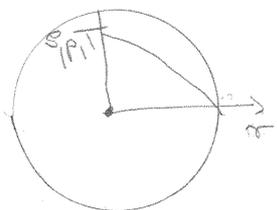
7. milliárd év: az Androméda és a Tejút rendszer össze fog ütközni

A csillagok politróp modellje

politrop modell: nem triviális

legérdekesebb: extragalaktikus rendszerek

a csillag belső szerkezetét ma is vizsgáljuk



Felkészülés

- a csillag gömbözei (95%-ra igaz)
  - ↳ kivétel: arctikus koronggal rendelkező csillagok.
  - 2 csillag közel van egymáshoz, az egyik vörös csillaggá ~~lesz~~ lesz  $\rightarrow$  anyagot tud elvinni a másikból
- $r$  függvényében vizsgálom
- sűrűség, hőmérséklet változása
  - $x_i \rightarrow$  független elem (hidrogén, hélium)

- $\Downarrow$
- $P(S, T, x_i)$  nyomás
- $U(S, T, x_i)$  energiasűrűség
- $S(S, T, x_i)$  entropia
- $\lambda(S, T, x_i) \rightarrow$  független hővezetési áll.

(fluxus)  $\neq \leftarrow E(S, T, x_i) \rightarrow$  emisszivitás (hol mennyi hő keletkezik tőlük el)

Termodinamikai, kontinuitási egyenletekkel írhatók le.

1  $T ds = d\left(\frac{U}{S}\right) - \frac{P}{S} ds$

1  $S dt \frac{ds}{dt} = SE - \text{div } F$   
 4  $F = -\lambda \nabla T$

- 1 term. 1. főtétele
- 2 Huxley - Stokes tétel
- 3 Laplace - Poisson egyenlet
- 4 Fluxus

$\lambda$  - hővezetési koefficiens  
 $V$  - potenciál (grav)

2  $\frac{d^2 r}{dt^2} - \frac{1}{S} \text{grad } P + \text{grad } V$

3  $\Delta V = 4\pi G S$  Laplace Poisson egy.

1  $\frac{1}{S} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = 0$  (mozgás e.)

2  $\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) = 4\pi G S$  (Laplace)

3  $E - \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F)}{\partial r} \right) - T \frac{dS}{dt} = 0$  (1. főtétele)

4  $F = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r}$

} gömbözeiméterikus

$$M_r = \int_0^r 4\pi r'^2 S dr'$$

$$L_r = 4\pi r^2 F$$

beírnom a megfelelő helyre

(radioaktív koefficiens) opacitás  
(mennyit fog meg az át haladó fotonokból)  
keicsi, átengedi a fotonokat vagy; visszacsúgdi az ~ fotonokat

$$K \approx \frac{1}{\lambda}$$

$$K = \frac{4ac T^3}{3\beta} \cdot \frac{1}{\lambda}$$

a = sugárzási eh.  
c = fényseb.



$$\textcircled{1} \frac{1}{S} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{GM_r}{r^2} + \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{mozgás e.})$$

$$\textcircled{2} (-) \frac{\partial M_r}{r} = 4\pi r^2 \rho \quad (V = -\frac{GM_r}{r^2})$$

$$\textcircled{3} (\epsilon - T \frac{dS}{dt}) 4\pi r^2 S = \frac{\partial L_r}{\partial r} \quad (T = L_r)$$

$$\textcircled{4} \frac{\partial T}{\partial r} = - \frac{3K S L_r}{16\pi a c T^3 r^2} \quad (\lambda = 1/K)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \rightarrow 4\pi r^2 S \frac{\partial}{\partial M_r}$$

$$\textcircled{1} \frac{\partial p}{\partial M_r} = - \frac{GM_r}{4\pi r^4} - \frac{1}{4\pi r^2} \frac{\partial^2 r}{\partial t^2}$$

feltesszük a hidrodinamikai egyensúlyt

$$\textcircled{2} \frac{\partial r}{\partial M_r} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho}$$

$$\textcircled{3} \frac{\partial L_r}{\partial M_r} = \epsilon - T \frac{dS}{dt} \leftarrow \text{időben elhanyagolható (lokális egyensúly miatt)}$$

$$\textcircled{4} \frac{\partial T}{\partial M_r} = - \frac{3K L_r}{64\pi^4 a c T^3 r^2}$$

keresetei és peremfeltételek megadása szükséges a 4 dif. egy. megoldásához

$r=0$  ← peremf. :  $L_r=0$  (p-bar)  $M_r=0$  (folyamatosan addik össze kif. haladás)

$M_r=M$  ← keresetei:  $S=0$  (a felszínen kívül)  $T_{\text{felszín}} = \left(\frac{L}{8\pi a^2 \sigma}\right)^{1/4}$

$$L_{\text{össz}} = 4\pi R^2 \cdot \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad (\text{Stefan-Boltzmann t-lét})$$

Eddington-modell:  $T_{\text{eff}} = 2^{1/4} T_{\text{felszín}}$

↳ azaz közepi kollapsz

$$T_{\text{eff}} = \frac{T_{\text{eff}}}{2^{1/4}} = \left(\frac{L}{8\pi R^2 \sigma}\right)^{1/4}$$

$$\left. \begin{aligned} S &= S_2 \cdot \theta^{n+1} \\ p &= p_0 \cdot \theta^{n+1} \end{aligned} \right\} p = K S$$

Politropikus  
 $n = K \cdot f$

$$\frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial r}{\partial r} \right) = 4\pi G S$$

$$\frac{1}{S^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \xi^2 \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) = - \theta^n$$

$$K = \frac{K(n+1) S^{\frac{n+1}{n}}}{4\pi a}$$

?  $\left\{ \begin{aligned} S_{\text{centrum}} \\ T_{\text{centrum}} \\ \rho \\ L \end{aligned} \right.$

$p = K S^{1+\frac{1}{n}}$  ← politropus egyenlet  
n: politropus index

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \rho_0 \cdot \theta^n \\ p &= p_0 \cdot \theta^{n+1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \rho = \rho_0 \theta^{1+\frac{1}{n}}$$

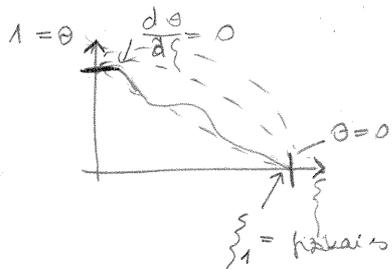
$$r = \alpha \cdot \xi$$

$\theta$ : politróp hőmérséklet  
 $\xi$ : dimenzióatlan változó

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = 4\pi G \rho \quad (\text{Laplace})$$

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \xi^2 \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) = -\theta^n \quad \text{ha } \mathcal{L} = \sqrt{\frac{3(n+1)\rho_0 \frac{1}{n}}{4\pi G}}$$

→ Laplace-Poisson e.  
 Lane-Emden egyenlet



$\theta = 1$ , csillag külső felületén ( $S=0, T=0$ )  
 def. szerint, ha  $\theta = 0 \Rightarrow$  felső határ

$\xi_1$  = csillag sugara a csillagban

Lane-Emden egyenlet 3-féle analitikus megoldést ad (de nekünk nem jók)

↳  $n=0 \Rightarrow \theta = 1 - \frac{\xi^2}{6} \quad \xi_1 = \sqrt{6}$  Föld-modell  
 kis sűrűségváltozás → nagy nyugalmi időtartam

↳  $n=1 \Rightarrow \theta = \frac{\sin \xi}{\xi} \quad \xi_1 = \pi$

↳  $n=5 \Rightarrow \theta = \left(1 + \frac{\xi^2}{3}\right)^{-1/2} \quad \xi_1 = \infty$

↳  $n=1,5$  (nem relativisztikus gáz) } csak numerikus mo. létezik  
 $\rho = \rho_0 \theta^{1+\frac{1}{n}}$

↳  $n=3$  (relativisztikus gáz)

paraméterek (nem becsülendő)

n	S/S <sub>all</sub>	$\xi_1$
n=1,5	5,99	3,65
n=3	54,48	6,9

gáz + sugár a csillagon belül  
 $P = P_g + P_r$   
 $\downarrow$   
 $\frac{2}{3} P_r$   
 Eddington modell

M = kémiai potenciál  
 H = hidrogén tömege

Eddington azt mondta, hogy  $\beta =$  konstans (r függvényében)

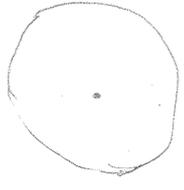
out =  $\beta = \frac{P_{tot}}{P}$

$$\frac{P_g}{P} + \frac{P_r}{P} = 1$$

$\frac{M}{H_0} = \frac{13,1}{10^2} \cdot \frac{1-\beta}{\beta^2} \quad n=3 \quad \beta = 0,9995 \rightarrow$  gáz uralkodik  
 (a sugárzás elhanyagolható)

nagy tömeg esetén a sugárzás inkább dominálhat  
 kis tömeg esetén a gáz uralkodik dominálhat

Energia-termelés  
Csillag kezdete, végállapota  
Energia-termelés



$0,08 M_{\odot} = H_{min}$

↳ et a tömeg sűrűsége, hogy a hidrogénből helium legyen

↳ et a min tömeg, hogy a csillagnal végezhető egy építést.

↳ a Nap esetében ez  $15 \cdot 10^6 K$  a magban (fűző beindulás)

↳ univerzum lehetségeskor 25% helium

① P-P+ lánc



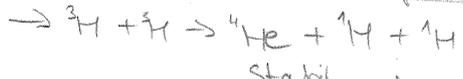
deutérium atommag  
 $1p^+, 1n^0$   
melléktermék: pozitron + neutrínó

2\* meggy végbe et a folyamat



↳ energia szabadul fel  
2p+ az atommagban  
hidrogén a

2\* meggy végbe et a folyamat

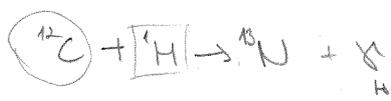


Stabil atommag

Probléma: nem stabil, ~~de~~ nagy hőmérséklet kell, hogy elbomlás előtt találkozzanak és egyesülhessenek.

② CNO ciklus

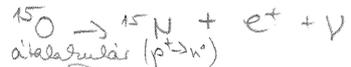
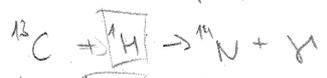
szén-nitrogén-oxigén lépésenként épül fel.  
↳ C katalizálja a  $N_2$  és az  $O_2$



↳ energia



$p^+, n^0$  szám változás



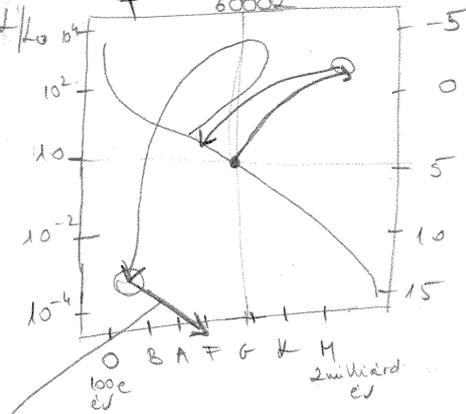
átalakulás ( $p^+ \rightarrow n^0$ )



↳ C visszkapom melléktermék:  $^4He$   
↳ a  $4^1H$ ből

- ↳ et folyamat energia-termelő
- ↳ et neutrínók majdnem tömeg nélkül részecskék, melyek csak a gyenge kölcsönhatásban vesznek részt.

Csillag keletkezése 50.000 év 6000 év 25000 év



Hertzsprung-russell diagram

hűlési görbe: csökken a fluxus, csökken a T

ha  $M < 4 M_{\odot}$   
g: gravitáció  
p: gáz nyomása



"elfogyott az üzemanyag"  
H a főző helyszínén  
"elfogy" a H  $\Rightarrow$  meggyógyodik a Helium.  
H 10 milliárd év

1. lépés

Ha a gáz nyomása csökken a gravitációs összenyomja a csillagot  $\rightarrow$  adiabatikus folyamat

$T = 100 \cdot 10^6 \text{ K}$  lesz  
tripla - alfa folyamat alatt ki

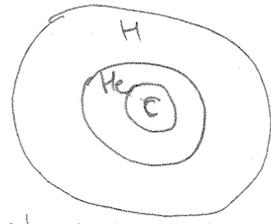


a csillag térfogata nő:  
Kivülről nézve; vagy és hideg lesz a csillagom  $\Rightarrow$  vörös óriássá fejlődik

2. lépés

Itt főzőgép való stabil égés után hirtelen vörös óriás lesz.  
Újra beindul a He égés  $\rightarrow$  vissza kerül a főzőgép, kicsit felfelé a főzőgép (C' égés)

rajzon:



2 milliárd évig tart a He égése, C'-é

3. felfújódás

$\Rightarrow$  adiabatikus felmelegedés  $\rightarrow$  fotondok távoznak és magukkal rántják a külső rétegeket, a külső réteget "elstábilizál" a szétstábilizál az univerzumban gyerekek marad egy forró magban: FEHÉR TÖRPE.  
keletkezési (nagy felszíni hőmérséklet) (fűző már nincs)

ha  $M > 4 M_{\odot}$

(hidrogén) (helium) (szén) (neon) (oxigén) (berillium) (vas)

a 2 felfújódás után  $\text{H} \rightarrow \text{He} \rightarrow \text{C} \rightarrow \text{Ne} \rightarrow \text{O} \rightarrow \text{Si} \rightarrow \text{Fe}$

is visszatér a főzőgép, mindig egy kicsit magasabb hőmérsékleten és rövidebb ideig, addig amíg el nem ér a vasat.

A vasat se fűzővel, se haddással nem tudunk energiát termelni. Szükség esetén leáll a folyamat

Itt külső rétegek elkezdnek kefele~~ni~~ esni, de ~~nem~~ a vas nem képes tovább fűződni, (p, n keletkezés  $\rightarrow$  plazma) "bíhatatlan mennyiségű" e<sup>+</sup> és  $\gamma$  keletkezik.  $\rightarrow$  Először utóbb neutron csillag keletkezik  $\rightarrow$  szupernova robbanás következtében a csillag 95%-a elstábil (neutron csillag keletkezik)

Nap-neutrínó probléma

$1370 \frac{W}{m^2} \Rightarrow$  a Nap fluxusa

Neutrínó detektor: nehéz vizes tank melyben a föld alatt  
(zajszűrés miatt kell a föld alá helyezni)  
a kosmos sugárzás nem zavart be

Itt az elmélet és az észlelés nem egyezik!

Ha megoldani látszódnak!

Neutrínók nem feltétlenül tömeg nélküli részecskék.

Neutrínó:  $20 \text{ eV} \approx m \rightarrow$  így megoldódna a sötét probléma.

mérés:  $0 \text{ eV}$

az nem azt jelenti, hogy  $0$ , csak a hibahatár miatt

$1$  v.  $0,5 \text{ eV}$

Neutrínó: • elektron neutrínó  $\rightarrow$  mion neutrínó

ha azonnal (átalakul), akkor nem tudjuk mérni

p-p lánc esetén

$$E: 9 \cdot 10^{-37} (\text{m}^5 \text{K}^{-4} \text{kg}^{-1} \text{s}^{-3}) \cdot 3X^2 T^4$$

X: hidrogén réstardaja

S: sűrűség

T: hőmérséklet

CNO ciklus esetén

$$E: 3 \cdot 10^{-57} (\text{m}^5 \text{K}^{-4} \text{kg}^{-1} \text{s}^{-3}) \cdot S X \cdot X_{\text{CN}} \cdot T^{21}$$

S = sűrűség

X = hidrogén réstardaja

$X_{\text{CN}}$  = sték, nitrogén réstardaja

T: hőmérséklet

Kis T esetén a p-p lánc dominál, amennyiben növekszik a T a CNO ciklus dominál

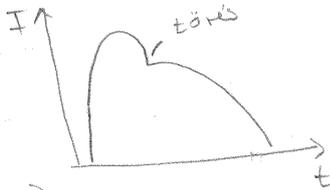
eredmény:

ha  $4 M_{\odot} < M < 60 M_{\odot} \rightarrow$  neutroncsillag keletkezik

ha  $60 M_{\odot} < M < 100 M_{\odot} \rightarrow$  közvetlenül feketelelyük keletkezik

\* tömegei  $M_{\odot}$ -t, helyéig  $M_{\odot}$

\* II típusú szupernova  
szénalapú beporolás



Ia, Ib, Ic  
II

Szupernova robbanás esetén a fotoszféra előbb éri el a  
delektórába, mint látvány az égen a felhőt.

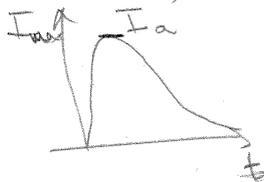
Minden a vasnál nehezebb elem/fém egy szupernova robbanás  
következtében keletkezhet.

Ia

Chandrasekhar  $M_{CH} = 1.4 M_{\odot}$

a fehéritrópa sugara nő (ha anyagot kap?)

ha két anyagot  $\rightarrow H, C$  parolva a fehéritrópára,  
att addig fehérit meg amíg el nem érte a  
 $1.4 M_{\odot}$ , akkor feltöbben szupernovaként



← legfényesebb szupernova

aki az anyagot  
kapta az egy  
másik csillag.  
1. csillag fehéritrópa  
2. csillag vörösóriás

Galaxisok távolsága  $\tau$  alapján számítható  
kísérleti eredmény: idei (2011) Nobel-díj

def: az Univerzum keletkezésének tudománya

Ősrobbanás elmélet a legelfogadottabb  
Infláció

Ősrobbanás + infláció = kozmológiai elmélet

Precízós kozmológiai kísérletek: az elméletben szereplő konstansok mérése.

$H = d(H) \rightarrow 71 \frac{\text{km}}{\text{s}} \frac{1}{\text{Mpc}}$   
↑  
±2,3% hiba

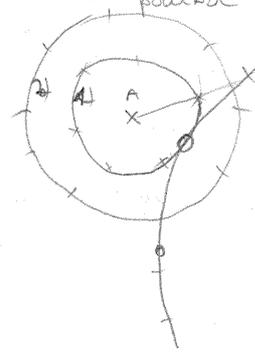
• OLBER'S PARADOXON:

nem tudjuk

- ↳ elképzelés: az Univerzum végtelen, örök, statikus
- ↳ ez a paradoxon az elképzelésnek ellentmond.
- ↳ nem megoldott ez a probléma

• KOZMOLÓGIAI ELV: (feltetés)

- ↳ az Univerzum homogén és isotróp
- ↳ minden pontból nézve homogén és isotróp az Univerzum

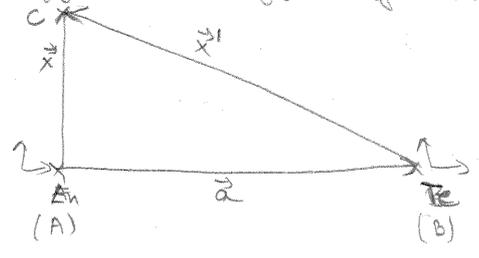


az 1) körön, ha végigjárnék az a B edtom.  
a 2) körön szintén, de az A és B-en  
nem az a B.  
Ha isotróp akkor homogén is. (fordítva nem igaz)

Ha az Univerzum távol - el távolabb akkor, ha az egyik irányba gyorsabban távol, akkor ott másik Hubble konstansot mér → nem isotróp, de homogén.

• Univerzum felépítése kozmológiai elv alapján:

- ↳ a galaxist anyageloszlásba változik (dinamikai egyenlet alapján)
- ↳ megfigyelő: az egyik galaxison van (feltetés)



$\vec{x} = \vec{a} + \vec{x}'$

$E_n$  és  $T_e$  galaxison megfigyelők, összetörtük őket  $\vec{a}$  helyvektor.  
C galaxist  $\vec{x}$  ill  $\vec{x}'$  vektorok mentén látom.  
Univerzum nem statikus  
• isotróp

$$x = x' + a \rightarrow x'(x - a)$$

$$v_i(x, t) = a_i(t) + v_i'(x', t)$$

$$v_i(x, t) = v_i(a, t) + v_i'(x', t) \quad \text{homogenitás miatt}$$

$$v_i(x, t) - v_i(a, t) = v_i'(x - a, t) \rightarrow \text{lineáris}$$

$a, k, k'$  koordinátarendszerben  $C$ -nek a sebessége na kell legyen.

lineáris bázis

össességében: az Univerzum: izotróp  $\rightarrow$  homogén, és lineáris  
 $\rightarrow$  sebességű dif. eqn

$$v_i = C_{ik}(t) \cdot x(k)$$

$$C_{ik} = \frac{1}{2} (C_{ki} + C_{ik}) + \frac{1}{2} (C_{ik} - C_{ki})$$

szimmetrikus      antiszimmetrikus  
mátrix

$$S_{ik} + A_{ik}$$

$H=0$ -nak kell lennie

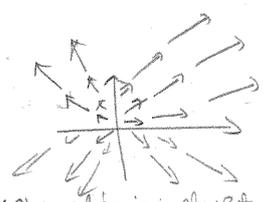
$$v_i = S_{ik}(t) \cdot x_k$$

$$(S_{ik} = S_{ki})$$

$$S_{ik} = S(t) E_{ik}$$

$$v_i = S(t) \cdot E_{ik} \cdot x_k = S(t) x_i = v_i$$

(sym. mátrix diagonalizálható)



Edgubást és összehúzódást is megenged

szá a kozmológiai elvet használva ki  
 $\Downarrow$   
 izotrópia eredménye.  
 megfontolási

Univerzum dinamikája  $S(t) x_i = v_i$   
 $\rightarrow$  grad.

$$\partial_t S + \partial_i (S v_i) = 0$$

kontinuitási egyenlet

$$S (\partial_t v_i + v_k \partial_k v_i) = -\partial_i p - S \partial_i U$$

mozgás egyenlet / Euler-egys /

grav. erő  $S \partial_i U$

fizika: has megmondjuk  $S \partial_i U$  tagot

$$\partial \partial_i U = 4\pi G S \quad \text{Laplace-Poisson-egys: } \partial_i \partial_i U = 4\pi G S$$

$$\dot{S} + S \nabla \cdot S(t) = 0$$

$$\frac{d}{dt} (S S) = -\frac{\dot{S}}{S} S = -3 \dot{S} S(t) \rightarrow \text{kontinuitási egyenletből}$$

$$+ \frac{d^2}{dt^2} (S S) = -3 \dot{S} S(t)$$

$$\partial_t v_i + v_k \partial_k v_i = -\partial_i U \rightarrow \text{Euler egyenletből}$$

$$\dot{S}(t) = dt S(t)$$

$$\partial_t S(t) x_i + S(t) x_k \partial_k S(t) x_i = x_i \dot{S}(t) + S(t) \cdot \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{x_k S(t) \partial_{ik}}{x_i S^2(t)}$$

$$\Downarrow$$

$$x_i \dot{S}(t) + x_i S^2(t) = -\partial_i U \quad | \partial_i$$

$$3\dot{S}(t) + 3S^2(t) = -4\pi G\rho$$

Hubség

$$4\pi G\rho + 3S^2(t) = -3\dot{S}(t)$$

behelyettesíti a kontinuitási egyenletbe.

$$= \frac{d^2}{dt^2}(\ln S)$$

Vihaszóltuk: Euler-, kontinuitási-, Laplace- egyenlet, izotróp

||

sűrűség idő szerint változik

azt szeretnénk, hogy ez ne változzon

⇒ az egyenlet egyik oldala 0 kell legyen.

$S, \rho$  nem lehet negatív

Lehet az üres univerzum lehet statikus ( $S=0$ )

de  $\rho$  időben kell, hogy változzon.

Nem aránytalan elhinni.

Hd lehet változtatni? /Einstein ötlete/

izotróp  
kontinuitás } nem változhat  
mozgás e.

Laplace egyenletbe +  $\lambda$  (grav. áll.) bevezetése

⇒ az erő képlete:  $R^{-2}$  el arányos taszító erő létrejötte

Ekkor jött a Hubble + v.:  $v = Hd$

⇒ az Univerzum mégsem statikus, tehát távol

Einstein: „életlen” legnagyobb tévedése a  $\lambda$  bevezetése

$$S(t) \cdot \rho = \rho_0$$

$$3\dot{S}(t) + 3S^2(t) = -4\pi G\rho$$

$$\dot{S}(t) + S^2(t) = -\frac{4\pi}{3}G\rho$$

$$S(t) = \frac{\dot{R}(t)}{R(t)} \rightarrow \text{új változó } [S] = \frac{1}{\text{sec}} \quad S \sim H \quad \text{(Hubble konst.)}$$

$H \sim \frac{v}{R}$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\dot{R}}{R} \right) + \frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{\ddot{R}}{R} - \frac{\dot{R}^2}{R^2} + \frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi}{3}G\rho \quad / \cdot R$$

$$\ddot{R} = -\frac{4\pi}{3} \underbrace{\rho R^3}_{M \text{ (konstans)}} \cdot \frac{G}{R^2}$$

úgy tűnik:  $M$ : tömeg  
 $R$ : kijelölt darab sugara

$$\ddot{R} = -M \cdot \frac{G}{R^2}$$

$$\ddot{R} + \frac{GM}{R^2} = 0 \quad \text{vagy } \ddot{R}$$

$$\dot{R}\dot{R} + \frac{GM}{R} = 0 \quad \text{int}$$

$$\frac{1}{2}\dot{R}^2 - \frac{GM}{R} = \text{KONST}$$

$$\frac{1}{2}\dot{R}^2 - \frac{GM}{R} = E \quad \text{FRIEDMAN-EGYENLET}$$

mintha Energia lenne

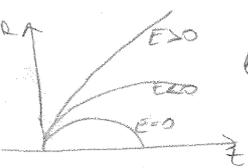
kont. e:  $\dot{\rho} + 3\frac{\dot{R}}{R}\rho = 0$

$\frac{\dot{\rho}}{\rho} + 3\frac{\dot{R}}{R} = 0$

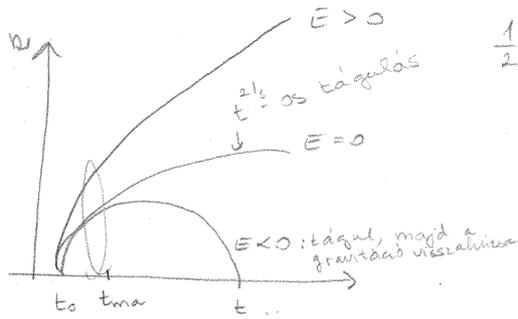
$\ln \rho + 3 \ln R = \text{konst}$

$\ln(\rho \cdot R^3) = \text{konst}$

$\rho R^3 = \text{konst}$



lehető az Univerzum térgéleltérek a dinamikáját



$$\frac{1}{2} \dot{R}^2 - \frac{GM}{R} = E$$

Integrációs állandók:  $E, R$

$$E = 0 \quad R = \left(\frac{3}{2} GM\right)^{1/3} (t - t_0)^{2/3}$$

$$E > 0 \quad R = \frac{GM}{2E} (\cosh T - 1)$$

$$t - t_0 = \frac{GM}{(2E)^{3/2}} (\sinh T - T)$$

$$E < 0 \quad R = \frac{GM}{4|E|} (1 - \cos T)$$

$$t - t_0 = \frac{GM}{(2|E|)^{3/2}} (T - \sin T)$$

$T$ : paraméter, mely a  $t - t_0 = \dots$  egyenletről adódik.

Nem tudjuk  $E, R - t$  ezért nem tudjuk melyik igaz.

Ma nehéz eldöndeni, hogy melyik igaz az univerzumra/hol állunk?!

Kérdés:

$E = 0$	$E = 0$	$S = S_c$	$\Omega = \frac{S_0}{S_c} = 1$
$E < 0$	$E > 0$	$S_c > S$	$\Omega = \frac{S_0}{S_c} < 1$
$E > 0$	$E < 0$	$S_c < S$	$\Omega = \frac{S_0}{S_c} > 1$

$$S = \frac{\dot{R}}{R} = H$$

$$v = H d$$

$S$ : az Univerzum összehúzóerő  
 $S_c$ : kritikus sűrűség:  
 tárgyalási seb. def.-ből

$$\frac{1}{2} \dot{R}^2 - G \frac{4\pi}{3} \rho R^2 = E$$

$$\frac{4\pi}{3} G \rho R^2 (S_c - S) = E$$

$$\frac{3}{8\pi G} \dot{R}^2 = S_c \quad (\text{indirekt módon})$$

$$\frac{3}{8\pi G T_H^2} = \frac{3H^2}{8\pi G} = S_c \quad T_H = \frac{1}{H}$$

Ha  $E = 0$ , akkor  $H \Rightarrow v = H d$   
 $v = \frac{d}{T_H} = \frac{1}{T_H} d = \frac{1}{T_H} \frac{d}{T_H} = \frac{1}{T_H^2} d$

tehát  $T_H = \frac{1}{H}$ : Hubble idő: a mai Hubble-állandó reciproka

az Univerzum életkora számítható az energia és a Hubble-ido segítségével.

4. vonás: (relatívitás elméletből)

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 - \frac{8\pi G}{3} \rho = -\frac{k}{a^2} \quad / \cdot \frac{1}{2} a^2$$

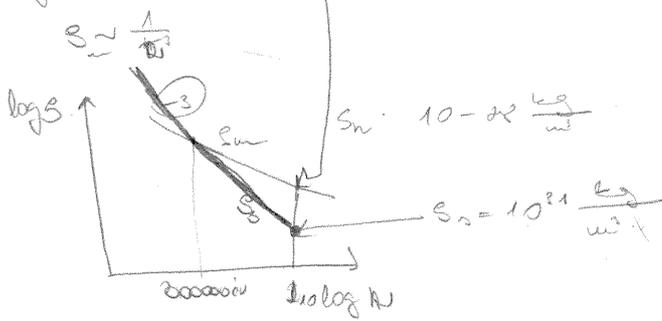
$$\frac{1}{2} \dot{a}^2 - \frac{4\pi G}{3} \rho a^2 = -\frac{k}{2}$$

$a$ : az Univerzum mérete,  
 ahogy nézhet, hogy ma  
 mérete:  $a_0 = 1$ .

$k$ : az Univerzum görbületi  
 sugara

$$S_c = \frac{3}{8\pi G T^2} \sim 10 \frac{\text{Haton}}{\text{m}^2}$$

logS idobeli / sugárhosszviszony



$S_c$ : sugárhossz

$$S \sim D^{-3}$$

$$n \nu E \sim \frac{1}{\lambda} \sim \frac{1}{D} \cdot \frac{1}{D^3} \sim \frac{1}{D^4} \sim S_2$$

a fotóelektron hullámhossza is  $\sim D$ ,  $\Rightarrow \frac{1}{D}$ -el nőnek az  $E$  oszr.

$$\frac{1}{2} R^2 + \frac{G M}{R}$$

$$S \sim D^3 \Rightarrow R^2 \sim t^{1/2}$$

abban az esetben, amikor a sugárhossz megegyezik a  $S$ .

kb. 80000 évvel ezelőtt, a sugárhossz dominált. 13 milliárd év távlatban ez elhanyagolható, de közelítőleg tartozik a sekondához.

Nem tudom, hogyan fog távolulni az Univerzum. Ez a kérdés nyitva maradt.

energiatartalom $\frac{1}{2} R^2$	hőmérséklet $\frac{1}{T(\text{K})}$	Univerzum mérete $a = \frac{R}{R_{\text{max}}}$	összeomlás ideje $t$
1 GeV	$10^{13}$	$2 \cdot 10^{-13}$	$10^{-6}$ s
1 MeV	$10^{10}$	$2 \cdot 10^{-10}$	1 s
1 eV	$10^7$	$27 \cdot 10^{-7}$	22 nap
1 eV	$10^4$	$27 \cdot 10^{-4}$	60000 év
1 meV	27	1	$14 \cdot 10^{10}$ év ← ma

Kísérleti bizonyítékok az elmélet igazolására

① H. d. Hubble - tv felfedezése (Hubble távolul az Univerzum)  
pl.: rekesztést nyújtja - több - részben maradványok, és bármelyik maradványból látszik, hogy tölem mindenképp távolodik.

② Ha vannak atomok (elektronokkal meg mindennel), ezek az Univerzumban együtt fejlődtek, és csak ma léteznek, mikor már nem juttatott az Univerzum 200 MeV: nagy - hordozó  
Például a nukleoszintézis: nem csak protonok és elektronok találkoznak,  $4p^+$  és ... létrehoz egy He atomot. További atomok nem tudnak kifejlődni

Univerzumban: 75% H, 25% He, >1% egyéb (leggyakoribb H)

③ Rekombináció: neutrális H és He atomok jöttek létre.  
 (p+ befogta a  $n^0$ )  
 (kb.  $3000^\circ\text{K} = T_{\text{rec}}$ )

Lezsakódás: a fotonok szóródnak a részecskékben.  
 amint lezsakodnak a sugárzás az anyagból a fotonok már nem szóródnak bele a tárgyakba.

$\frac{\Delta S}{S} \approx 10^{-5}$   
 + fotonok nagy aránya kért a kért körülmények

Ma 1000-éves távolságra az a Univerzum, ahol a fotonok ma  $3^\circ\text{K}$ -at el kell költözniük (homogén eloszlással) a távoli teret.

→ CMBR: kozmikus mikro...  
 Penzias és Wilson megfigyelték a  $2.7^\circ\text{K}$ -os fotonok nagy arányát (kozmosz háttérsugárzás megfigyelése)

Problémák (az óránál nem ad rá megoldást)

① finomhangolás probléma

Tfh: univerzum  $t = 1s$

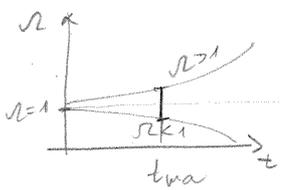
$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c} = 1,01$

$t_a = 20$  perc alatt véget ért volna az univerzum

$t = 1s$   
 $\Omega = \frac{\rho}{\rho_c} = 0,99$

$1 - \Omega \sim t^{2/3}$

végfelélegig távol el kell lenni az extrém közelről



felső határ:  $\Omega < 2$   
 alsó határ:  $\Omega > \frac{1}{2}$

Ma végig nem tudom pontosan az  $\Omega$ -t. ( $S_c, t$  nem tudom), de a kérdés az kezdetén 1 volt (sűrű nem tudja miért)

② Horizont probléma

Horizont: 21 milliárd fényéves sugárú gömb  
 + kozmikus háttérsugárzás  $10^{-5}$   $2.7^\circ\text{K}$ -os  $\rightarrow$  4-5 tízedesjegyre egyforma,  
 ha  $\rightarrow$  gömb mindkét oldalán.  
 (Hogyan lehetséges ez?)

③ Struktúra eredete

1000-Cobe úrsonda: kis távolságokon meglehetősen  $\approx \frac{\Delta S}{S} \approx 10^{-5}$ -es fluktuáció

Kérdés: Hogy-hogy kis távolságokon is struktúra?  
 (körtal simábbnak kellene lennie)

Miért van kis távolságokon ilyen  $\rightarrow$  fluktuáció?

Laplace - Poisson egyenletet kékfeltevések után fel:

$$\textcircled{A} \nabla^2 u + \lambda = 4\pi G \rho$$

$$\textcircled{B} \nabla^2 u + \lambda^2 u = 4\pi G \rho$$

A eset: milyen körkai vektoraist jelent

$$\nabla^2 u + \lambda = 4\pi G \rho \quad (\lambda \text{ nékül} \Rightarrow F \propto \frac{1}{r^2})$$

$$S = M \delta(x)$$

originban 1 tömegközéppont

$\lambda \neq 0$   
origin körül

$$\nabla^2 u + \lambda = 0$$

$$\nabla^2 u = -\lambda$$

$$\frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} (ru) = -\lambda$$

$$-\lambda r = (ru)'$$

$$-\frac{1}{2} r^2 \lambda + A = (ru)'' \quad | \int \text{int}$$

$$\frac{1}{2} \frac{1}{r} r^3 \lambda + A r + B = ru \quad | : r$$

$$u = A + \frac{B}{r} - \frac{\lambda}{6} r^2 \quad (B = -MG)$$

$$u = A - \frac{MG}{r} - \frac{\lambda}{6} r^2$$

$$F = -u' = -\frac{MG}{r^2} + \frac{\lambda}{3} r$$

Laplace - Poisson egyenlet:

$$\frac{1}{2} \dot{R}^2 - \frac{GM}{R} = E$$

:(előre lapozni)

$$\left( \frac{\dot{R} R - \dot{R}^2}{R^2} + \frac{\dot{R}}{R} \right) = -\nabla^2 u = -4\pi G \rho \quad (+ \lambda)$$

$$\left( \frac{1}{2} \dot{R}^2 - \frac{GM}{R} - \frac{\lambda}{6} R^2 = E \right)$$

$$\left( \frac{\dot{R}}{R} \right)^2 - \frac{2M}{R^3} G \quad (M = \frac{4\pi}{3} R^3 \rho)$$

$\lambda$  - kozmologiai konstans

$$\left[ \frac{\dot{R}}{R} - \frac{8\pi G \rho}{3} - \frac{\lambda}{3} \right] = \frac{2E}{R^2} = -\frac{kc^2}{R^2}$$

$\lambda$ : Einstein bevezeti a Laplace - Poisson egyenletbe  $\Rightarrow$  Friedmann - egy.

Hubble - tv ( $v = Hd$ ) bevezetése után visszavonja.

Majd 1981-ben Allan Guth újra előveszi

$$\left(\frac{\dot{D}}{D}\right)^2 - \frac{8\pi G}{3} S - \frac{\lambda}{3} = \frac{2E}{D^2}$$

$\lambda$ : nem függ  $D$ -től.

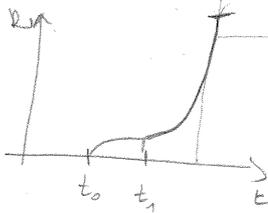
$$\left(\frac{\dot{D}}{D}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} S + \frac{\lambda}{3} + \frac{2E}{D^2}$$

$$\sim \frac{1}{D^2} \left(\frac{1}{D^4}\right) \sim \frac{1}{D^2}$$

Friedmann - egyenlet: (leegszerűsítve)

$$\left(\frac{\dot{D}}{D}\right)^2 = \frac{\lambda}{3}$$

$$D = D_1 \cdot e^{\sqrt{\frac{\lambda}{3}}(t-t_1)} \Rightarrow \text{tágulás}$$



inflál az univerzum

elképzélhető, hogy egy ilyen exponenciális szakaszban eltűnik a  $\lambda$ . (Allen Guth)

All: az inflációs szakasz az univerzum  $10^{-34}$ -kor kezdődik, és  $10^{-31}$ -kor véget is ér.

It két idő között exponenciálisan tágu az univerzum.

Utána a  $\lambda$  kifagy.

$$D = D_1 \cdot e^{\sqrt{\frac{\lambda}{3}} \Delta t} \quad (\Delta t = 10^{-31} \text{ s})$$

↓ (számitás az a vesétnél)

$$D = D_1 \cdot 10^{30}$$

→ Horizont problémára ad megoldást!

(Horizonton belül voltak az infláció előtt) az infláció kiszorította őket a horizonton kívülre és most térnek vissza)

→ Strukturális problémája

kvantumfluktuációk nélkül makroszkopikus méretűre.

→ finomhangolás problémája

• ez a fluktuáció lecsökkentette a görbületet.

•  $E = +2 - 1 = 1$       összenergia = 1

$$1002 - 601 = 1$$

majdnem eggyel az energiát  $\Rightarrow$  elhanyagolható

# Modern kozmológiai mérés

$$(\Omega_x + \Omega_r + \Omega_m) = \Omega_{total} = 1 \quad ? \quad \text{ha } E_{obs} = 0 \text{ és } \Omega = \Omega_{crit}$$

$\downarrow$   $\downarrow$   $\downarrow$   
 $\sim \frac{1}{a}$   $\sim \frac{1}{a}$   $\sim \frac{1}{a}$

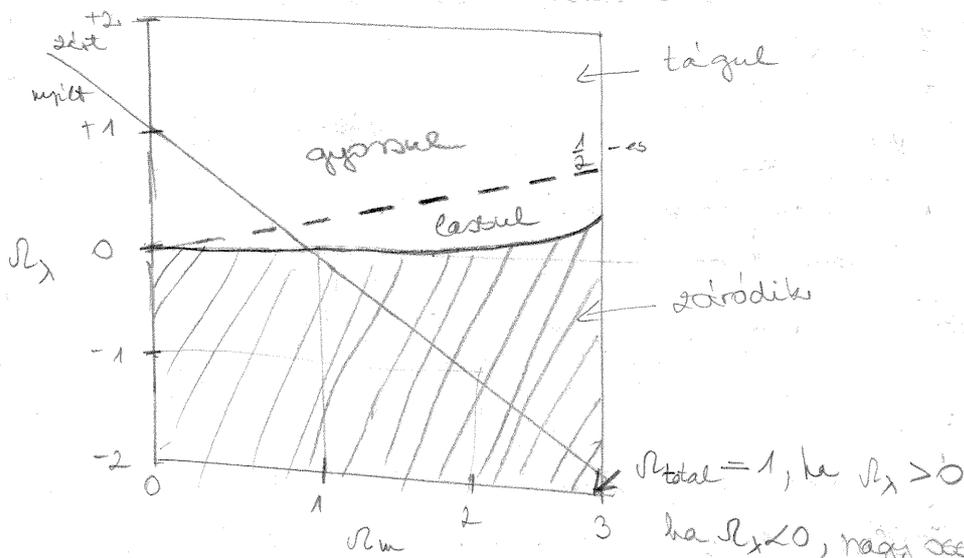
→ ez a 3-tag felírható  $\Omega_r$ -el hanyagolható, mert értéke  $\Omega$ -kal

itt gondjuk, hogy  $\Omega_{total} = 1$   
 és (26.)  $H = 71 \frac{\text{km}}{\text{s Mpc}}$

kb. 0,3 tizedes  $\Omega$ -at látok. (40,7 milliárd év)  
 a mi mérés alapján

↓  
 felmerül, hogy van-e  $\Omega_x$

Ha az  $\Omega_x, \Omega_m, \Omega_{total}$  szerelmű megmérni (pontos érték)

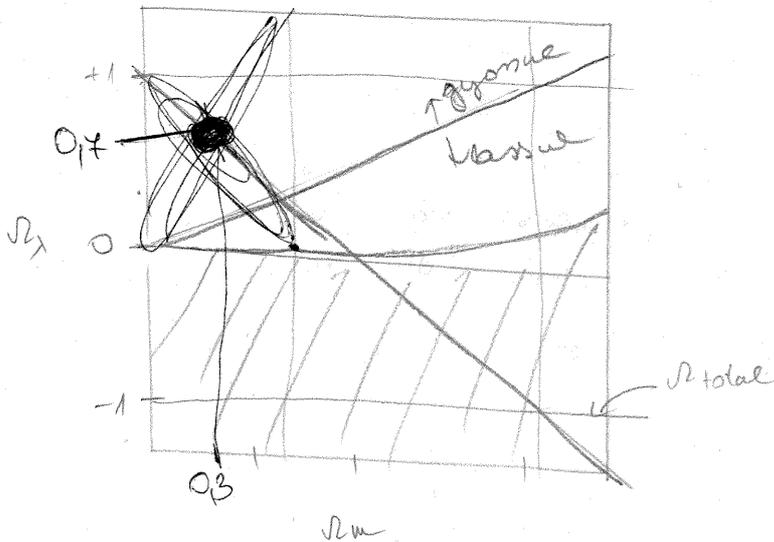


ha  $\Omega_x < 0$ , nagy  $\Omega$ -kibővítést jelent →  
 összeroppanás az Univerzumban.

Zárt, nyílt: geometria utal

Friedman egyenletben

$k > 1 \quad \Omega > 1$  gömböses geometria  
 $k < 1 \quad \Omega < 1$  hiperbolikus geometria



① Koszmos háttérsugárzás fluktuációival spektruma  
 ↳ frekvencia függő



1965: Penzias-Wilson: létezik a koszmos háttérsugárzás  
 (alap az ősröbannai elméletnek)

1990:  $10^{-5}$  fluktuáció kell legyen

COBE űrszonda (Koszmos háttérrel feltáró űrszonda)

2000: ~~van~~ a koszmos háttérsugárzásnak van egy erős  $l$ -függése.

W. M. A. P. űrszonda

↳ 2003-ra az első 3 csúcs amplitúdóját és pozícióját megmérték

↳ el tudta dönteni, hogy  $\Omega_{total} = 1$ , de nem tudja, hogy  $\Omega_\lambda$  és  $\Omega_m$  mennyi

② Szupernóvák felmérése: A1 mérés

$$v = Hd$$



új módszer a meghatározására

lehet mérés  $\Rightarrow$  nagy hiba (10 évig tartó mérés: idei Nobel-díj)

nagy távolságú galaxisok esetén:  $H = 50$  lenne.

Sötét energia

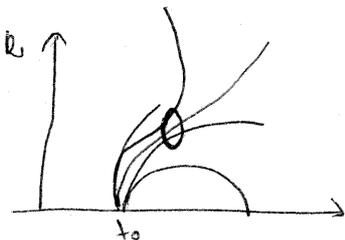
$$\Omega_{total} = \Omega_m + \Omega_\lambda$$

$$1 = 0,3 + 0,7$$

↳ sötét energia

$\Omega_\lambda$  - jelentős

ma ott tartunk, hogy az Univerzum gyorsulva tágul.



exponenciális tágulás

$\Omega_m$  kezd elhanyagolható

② Nagyobb sűrűségeket feltárása: átmenet 0,7 - 0,3 ponton