

Bevezetés a kvantumfizikába: kiegészítő alfejezetek

Patkós András^a

^aAtomfizikai Tanszék, Eötvös Loránd Tudományegyetem, H-1117 Budapest

1 Atomi állapotok manipulálása üregrezonátorral

2012-ben Serge Haroche és David Wineland olyan alapvető kísérleti eljárások kidolgozásáért nyerték el a Nobel-díjat, amelyekkel egyedi kvantumrendszereken lehetséges mérések végzése, illetve azok állapotának ellenőrzött megváltoztatása.

Díjazott kísérleti módszereik bemutatásához néhány kvantumjelenség rövid előzetes ismertetése szükséges.

Cirkuláris Rydberg-atom: Ha egy atom külső elektronjainak egyikét nagy n főkvantumszámú állapotba gerjesztik, akkor ez az elektron a leányékkolt mag és a körülötte kialakult elektronfelhő együttesét közelítőleg egységnyi pozitív töltésű erőcentrumként észleli. Ha perdületüket is az $l \approx n$ nagy érték jellemzi, akkor a hidrogénszerű állapotfüggvényükből számított valószínűség-sűrűség nullától lényegesen különböző értékeivel kirajzolt tértartomány egyre jobban hasonlít a Bohr-modell pályáira, amelyek sugara az

$$r_{Ry} = \frac{n^2 \hbar^2}{4\pi\epsilon_0 e^2 m} \quad (1)$$

képlet szerint változik. Pl. Rb-atomot megfelelő hullámhosszú lézerefénnyel bevilágítva elérhető az $n = 50$ állapot létrejötte, amelynek 125 nm az átmérője.

Rabi-oszcilláció: Alkalmos frekvenciával rezgő külső elektromos erőtérbe helyezve, nagy valószínűsége van annak, hogy a Rydberg-atom elnyel egy fotont és átlép az $n + 1 = 51$ főkvantumszámú állapotba. Miután a magasan gerjesztett állapotok energiakülönbsége gyorsan csökken n -nel, ezért igen keskeny sáv szélességű lézerefényre van szükség. Haroche és munkatársai 1996-ban szupravezető nióbbiumból (Nb) készítettek egy üregrezonátort

Email address: patkos@hector.elte.hu (Patkós András).

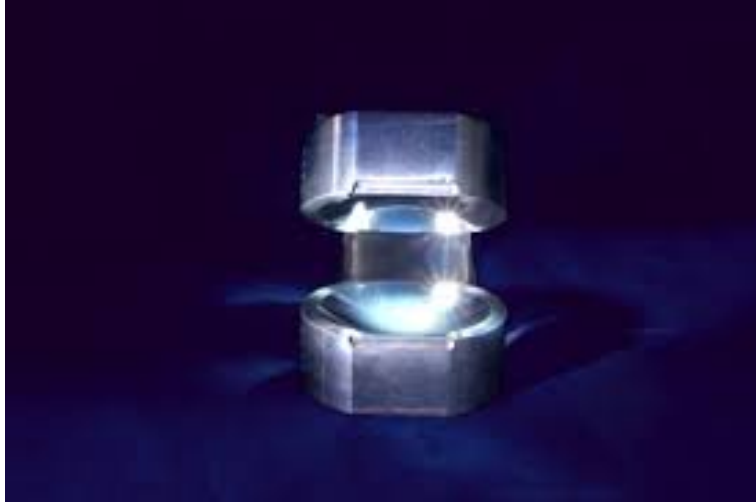


Fig. 1. Az áthaladó atomok manipulálására két, egymástól 2,7 cm-re eltávolított félgömbből álló nyitott rezonátor alkalmas, amelynek félgömbjei között többszáz milliszekundumon át verődnek oda-vissza az MHz frekvenciatartományban betáplált fotonok, mielőtt elnyelődnek.

(lásd 1. ábra), amelynek rezonancia frekvenciája éppen egyezett az $51 \leftrightarrow 50$ átmenet

$$\hbar\omega_{n,n+1} = 13,6 \text{ eV} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right), \quad n = 50 \quad (2)$$

egyenlőségből számolható frekvenciájával. Az üreget nagyon alacsony, $T=0,8 \text{ K}$ hőmérsékleten működtetve, a véges élettartamú gerjesztett állapotból emittált foton hosszú élettartammal tud a rezonátorban továbbrezegni. Ez idő alatt nagy valószínűséggel bekövetkezik a fordított folyamat, az $50 \rightarrow 51$ átmenet. Ezután újra kezdődik a most ismertett ciklus, amelynek fennmaradását a fotonnak az üreg falában történő elnyelése korlátozza. A leírt periodikusan ismétlődő eseménysor a Rabi-oszcilláció, amely matematikailag a kvantummechanikai állapotfüggvény oszcillációját jelenti a két állapot között:

$$\Phi(t) = \phi_e \cos(\omega_{50,51}t/2) + \phi_g \sin(\omega_{50,51}t/2), \quad (3)$$

ahol ϕ_e az $n = 51$, ϕ_g pedig az $n = 50$ kvantumszámú állapot hullámfüggvényének helyfüggő része. Fontos jellemzője ennek a lineárkombinációnak a külső elektromágneses térrel intenzív kölcsönhatást eredményező jelentős elektromos dipólmomentuma.

Ha a ϕ_e kezdőállapotú atom τ idő alatt repül át a rezonátoron, akkor állapotfüggvényének fázisa $\delta = \omega_{50,51}\tau$ fázisszöggel tolódik el és állapotát kilépéskor a

$$\Phi(\tau) = \phi_e \cos(\delta/2) + \phi_g \sin(\delta/2) \quad (4)$$

kombináció adja meg. A lineárkombináció szabályozhatósága az alapja az atomok manipulációjára alább bemutatandó példáknak.

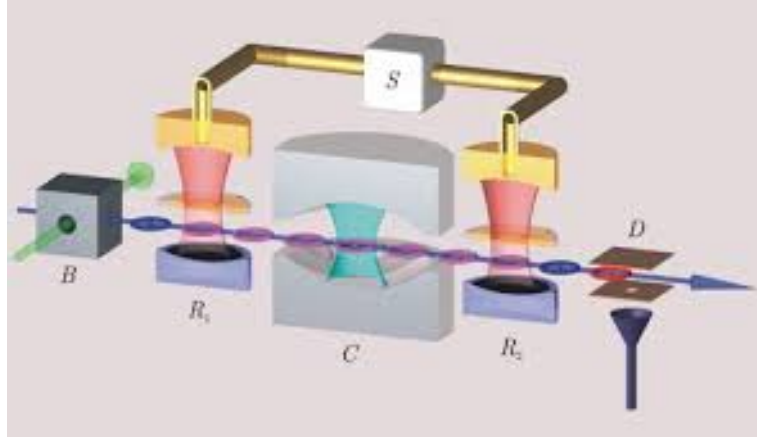


Fig. 2. Az $n = 0, 1$ fotonszám megállapítására konstruált elrendezés, amely a mérés során nem változtat a fotonszámon. Az S mikrohullámú forrás táplálja a mérő atomokat preparáló R_1 és az atomoknak a C üreg fotontartalmától függően megváltozott állapotát analizáló R_2 rezonátorokat.

1.1 Fotonszám mérése foton-elnyelés nélkül

Hagyományosan fotonokat úgy számlálnak, hogy ezt az információt az intenzitással arányos számú foton elnyelésével a számukkal arányos elektromos jelbe konvertálják. Ezzel az eljárással viszont a megváltozik a fotonszám, azaz a mérés egyben megsemmisíti annak tárgyát. Az atomok állapotának kvantumszintű szabályozása lehetővé teszi a rombolásmentes fotonszám-mérést.

Mi történik az atommal, ha elhangolt frekvenciájú üregrezonátoron vezetik keresztül? Ekkor elnyelés helyett atom-foton szórás következik be, amely a hullámfüggvényen fázistolást okoz:

$$\Psi_{\text{kezdő}} = \alpha\phi_e + \beta\phi_g \rightarrow \Psi_{\text{kilépő}} = \alpha\phi_e e^{i\delta_e} + \beta\phi_g e^{i\delta_g}. \quad (5)$$

Az ütközések száma arányos az üregrezonátor elektromágneses terének erősségével, azaz a fotonok számával. A fázistolás szöge ezért érzékeny a fotonszámra. Az alábbiakban a nem-destruktív mérésnek azt a történetileg első változatát ismertetjük, amelyben az $n = 0$ és az $n = 1$ foton tartalmazó állapotot ezen jellemző adat megváltoztatása nélkül sikerült egyértelműen megkülönböztetni.

A 2. ábrán látható B jelű atomcsapdában lézerrel az $n = 51$ Rydberg-állapotba gerjesztik az atomsugarat, azaz az R_1 rezonátorba ϕ_e állapotú atomok lépnek be. Az atomok R_1 -ben az $e \leftrightarrow g$ átmenetet megvalósító frekvenciájú elektromágneses térrel $\delta = \pi/2$ fázistolást kapnak, azaz

$$\Psi(R_1) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_e + \phi_g). \quad (6)$$

Az elhangolt C rezonátorban a fotonszám változása nélküli szórási folyamat zajlik, ha nem nulla benne az elektromágneses tér. Az elhangolás mértékét lehet úgy szabályozni, hogy a két állapotbeli szórási fázistolás különbsége éppen π legyen. Ekkor a C rezonátorból

kilépve

$$\Psi(C, n = 1) = \frac{e^{i\delta_g}}{\sqrt{2}}(-\phi_e + \phi_g), \quad \Psi(C, n = 0) = \Psi(R_1). \quad (7)$$

Az R_2 rezonátorban újabb $\delta = \pi/2$ szögű fázistolás történik. Ha nem volt foton C -ben, akkor e manipuláció hatására a végállapot tisztán ϕ_g . Ha ott volt a foton, akkor az állapot R_2 -beli fejlődése $\Psi(C, n = 1)$ -ből indul:

$$\Psi(R_2) = \frac{e^{i\delta_g}}{\sqrt{2}} [\cos(\pi/4)(-\phi_e + \phi_g) + \sin(\pi/4)(-\phi_e - \phi_g)] = -e^{i\delta_g}\phi_e. \quad (8)$$

Ezután az atomokat detektáló D eszköz segítségével eldönthető, hogy van-e foton C -ben. Ha ϕ_e állapotot mér, akkor $n = 1$, ha ϕ_g -t, akkor $n = 0$. A mérés pedig nem változtatott a fotonszámán. Ezt az elvet finomították tovább tetszőleges (kis)számú foton nem-romboló megszámlálására.

1.2 Két atom állapotának összefonása

A két atom, amelynek állapotát az alább ismertetendő eljárással összefonott állapottá alakították, kezdetben szorzat-állapotban indul:

$$\Psi(t = 0) = \Phi(e_1, g_2, n_{foton} = 0) = \phi_e(1)\phi_g(2)\psi_0(foton), \quad (9)$$

azaz az első atom a magasabbra gerjesztett, a második az alacsonyabb energiájú állapotban, a fotontér pedig gerjesztmentes állapotában van. Első lépésként az első atomot úgy vezetik át a nióbbium-üregben, hogy a t_1 repülési idő alatt $\delta = \pi/2$ fázistolást kapjon. Kilépéskor tehát

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_e(1)\psi_0(photons) + \phi_g(1)\psi_1(photons)) \quad (10)$$

lineárisan kombinált állapotba került. Ahhoz a komponenshez, amely ϕ_g -be megy át, szükségképpen társul az üregben egy kisugárzott elektromágneses kvantum. Ennek frekvenciája épp kielégíti az üreg rezonancia-feltételét és így hosszú élettartamra tesz szert (2006-ra S. Haroche csoportja elérte a 130 ms-ot, azaz a foton a rezonátor két félgömbje között "pattogva" 40.000 km-es utat tett meg elnyelődése előtt). Tehát az első atom preparálása után, a második elindítása előtt a teljes rendszer állapota a következő:

$$\Psi(t = t_1) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Phi(e_1, g_2, n_{photon} = 0) + \Phi(g_1, g_2, n_{photon} = 1)). \quad (11)$$

Ez már összefonott állapot: az első atom és az üregbeli elektromágneses tér kvantumállapota van összefonva. A második atom áthaladási sebességét a rezonátoron az elsőnek felére választják meg: $\omega_{50,51}t_2/2 = \pi/2$. Miután a g_2 állapotból indul, annak együtthatója nullára csökken, viszont az e_2 állapot együtthatója egységre nő. Ez csak úgy történhet meg, ha a második atom fotont vesz fel. Erre az előző lineárkombináció második tagjában van csak esély, az első taggal tehát ebben a lépésben nem történik változás, hiszen abban az

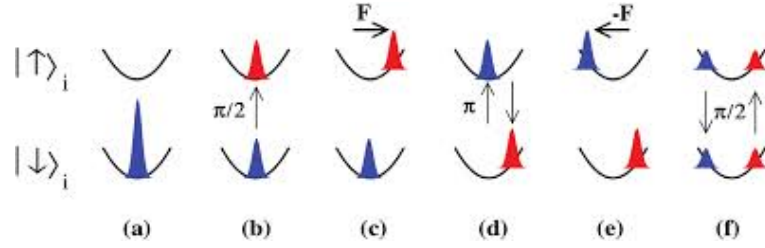


Fig. 3. Az oszcillátor és az elektronikus szabadsági fokok összefonó állapotára vezető manipuláció-sorozat

állapotban rezonátor üres:

$$\Psi(t = t_1 + t_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\Phi(e_1, g_2, 0) + \Phi(g_1, e_2, 0)]. \quad (12)$$

Elértük a kitűzött célt: immár a két atom állapota van összefonva.

1.3 Csapdázott ion transzlációs és elektronikus szabadsági fokának összefonása

Az ioncsapdába fogott Be^+ ion nyugalmi helyzete körüli kis elmozduláskor harmonikus oszcillátor potenciált érez. Ennek alapállapotában Gauss-függvény írja le állapotának helyfüggését. Ugyanakkor elektronfelhője szelektíven gerjeszthető és üregrezonátorba helyezve kétállapotú rendszerként közelíthető, amelynek állapotait a $|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle$ állapotvektorokkal jelöljük. Az alábbiakban grafikusán és képletekkel is végigkísérjük azt a manipulációsort, amelynek eredményeként az oszcillátor és az elektronikus gerjesztési szabadsági fokok összefonó állapotba kerülnek. Ez az eljárás szerepel David Wineland Nobel-díjjal elismert eredményeinek felsorolásában.

Kiindulás: Az ion természetes állapotát a csapda középpontja körül centrált Gauss-függvény és $|\downarrow\rangle$ adja meg (lásd 3.(a) ábra!). Képlettel: $\Phi = |\downarrow\rangle\Psi_0(0)$, ahol Ψ argumentuma a Gauss-függvény centrumának helyzetét adja.

1. lépés: Egy alkalmas frekvenciájú rezonátor üzemeltetésével $\delta = \pi/2$ fázistolást idézünk elő. Ekkor a $|\uparrow\rangle$ és $|\downarrow\rangle$ állapotok egyenlő súlyú szuperpozíciója jön létre (lásd 3.(b) ábra!), az oszcillátor szabadsági fok állapota változatlan. Képlettel:

$$\Phi = (|\downarrow\rangle + |\uparrow\rangle)\Psi_0(0)/\sqrt{2}.$$

2. lépés: Lézerimpulzust alkalmaznak olyan frekvenciával, amelyet csak $|\uparrow\rangle$ tud elnyelni. Az ehhez az állapothoz tartozó Gauss-görbével jellemzett oszcillátor állapot az elnyelt impulzus hatására eltolódik az oszcillátor potenciálban a $+x_0$ pontba. Ennek az állapotnak a neve *koherens állapot*. Az előző állapot-kombináció másik tagjának kifejezése változatlan. E manipuláció végeredménye a 3.(c) ábrán látható. Képlettel:

$$\Phi = (|\downarrow\rangle\Psi_0(0) + |\uparrow\rangle\Psi_0(+x_0))/\sqrt{2}$$

3. lépés: Rabi-oszcillációs szakasz, amelyben $\delta = \pi$ szögű fázistolás történik. Ennek hatására $|\uparrow\rangle \leftrightarrow |\downarrow\rangle$, azaz az elektronikus állapotfüggvények kicserélődnek: 3.(d) ábra. Képlettel:

$$\Phi = (|\downarrow\rangle\Psi_0(+x_0) + |\uparrow\rangle\Psi_0(0))/\sqrt{2}$$

4. lépés: Ellenkező irányú lézerimpulzussal ellenkező irányú kitérést érnek el az elektronikusan gerjesztett komponensre a $-x_0$ pontba: 3.(e) ábra. Képlettel:

$$\Phi = (|\downarrow\rangle\Psi_0(-x_0) + |\uparrow\rangle\Psi_0(+x_0))/\sqrt{2}$$

5. lépés: Rabi-oszcillációs mikrohullámú impulzus $\delta = \pi/2$ fázistolással: 3.(f) ábra. Az eredmény a teljesen összefont koordináta és elektronikus állapot:

$$\Phi = \frac{1}{2} [|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle] [\Psi_0(-x_0) + \Psi_0(+x_0)]. \quad (13)$$

A pontos matematikai tárgyalás fázisfaktor együtthatókat hoz be az egyes tagok elé. Ezt a fizikai szemléletesség érdekében az ismertetésben negligáltam.

2 A kvantum hőerőgép

A nanoméretű hűtőgépek tökéletesítésével lehetségessé vált $T_m=2,7$ K hőmérsékletű nanoméretű lapkák létrehozása. Egy ilyen objektum tulajdonságai esetében már dominálnak a kvantumfluktuációk. A lehűtött lapkákkal zárva le egy hasáb geometriájú mikroüreg egyik végét, csatolás jön létre a lapka rugalmas rezgési szabadsági foka és az üreget kitöltő elektromágneses tér között.

Az $N_{dof} = 2$ szabadsági fokú rendszer alkalmas a motorok világából ismert Otto-körfolyamat (lásd 4. ábra!) mikroskálájú megvalósítására. A befektetett hőenergiából nyert mechanikai munka határfokát a termodinamika érvényességét feltételezve ki lehet számolni, illetve majd a jövőben meg is mérhető. Ennek alapján eldönthető, hogy a kvantumos jelenségek világában érvényben marad-e a termodinamika? Az elméleti vizsgálatok eddig ellentmondásos eredményekre vezettek. Egyes kvantumelméleti elemzések szerint sérül a határfok Carnot-képlete, mások szerint a két kvantum szabadsági fokú rendszerben is érvényesek a termodinamikai törvények. A témában közölt cikkek a fizikai kutatások egyik igen érdekes irányzatát képviselik. Alább a "Quantum Optomechanical Heat Engine" címmel megjelent cikket ismertetem (szerzők: K. Zhang, F. Bariani és P. Meystre; Phys. Rev. Lett. **112** (2014) 150602).

A nanoméretű rezonátor ω_c frekvenciájú gerjeszthető módusát egy ω_p frekvenciájú pumpáló lézer táplálja. Hatására α átlagértékű elektromágneses tér van jelen, amelynek idealizáltan nullának vehető a hőmérséklete. A rezonátor mozgatható rugalmas véglapjának helyzetét a külső nyomás és a fotonok fény-nyomásának egyensúlya állítja be. A záró véglap ω_m

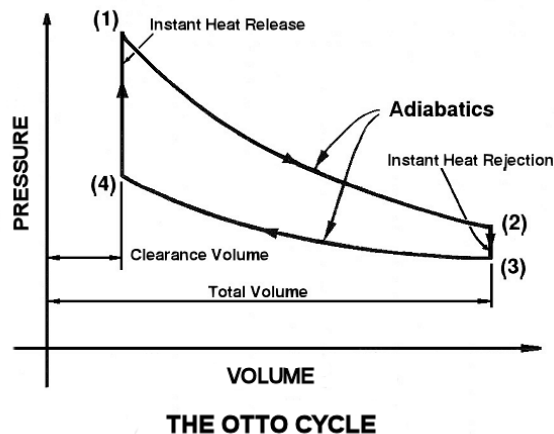


Fig. 4. Az Otto-motorok állandó térfogaton égetik el az üzemanyagot ($4 \rightarrow 1$) és a dugattyú mozgásával változó térfogat adiabatikus folyamatként modellezhető ($1 \rightarrow 2$).

frekvenciájú mechanikai rezgést tud végezni és egy mikrohűtővel T_m hőmérsékleten tartható. A kvantumos leírást az elektromágneses és a mechanikai átlagos rezgéshez képesti ingadozásokra alkalmazzák.

A körfolyamat megvalósításának megértéséhez vizsgálni kell előbb a csatolt oszcillátor-rezonátor rendszer kvantumos ingadozásait leíró Hamilton operátor sajátértékeit. A sugárzási tér kvantumainak számát az a^\dagger, a keltő és eltüntető operátor pár változtatja, a mechanikai oszcillátorét a b^\dagger, b pár. Ezekkel a Hamilton-operátor a következő alakú:

$$H = -\hbar\Delta_r a^\dagger a + \hbar\omega_m b^\dagger b + \hbar G(b^\dagger + b)(a^\dagger + a). \quad (14)$$

A $-\Delta_r$ csatolás arányos a pumpáló és a rezonancia frekvencia különbségével, azaz a rezonátor elhangoltságával. Az elhangoltság csökkentése a rezonátor gerjesztettségének (foton populációjának) a növekedését eredményezi. A kísérleti vizsgálatok szerint negatív elhangoltság esetén stabil a csatolt rendszer működése. A szabad mechanikai rezgést jellemző ω_m frekvencia nem függ a rezonátor tulajdonságaitól. Az utolsó tag írja le a két változó csatoltságát.

Tanulságos H sajátértékeinek tanulmányozása az elhangoltságot jellemző $-\Delta_r$ függvényében. Miután a kétfajta kvantum közötti csatolás négyzetesen tartalmazza a -t és b -t, ezért ez a Hamilton-operátor is egzaktul diagonalizálható:

$$H = \hbar\omega_A A^\dagger A + \hbar\omega_B B^\dagger B. \quad (15)$$

Az 5. ábrán a két sajátérték függését mutatjuk be Δ_r/ω_m -től. Nagy negatív értékeire ω_A lineárisan függ ettől a változótól, míg ω_B függetlennek mutatkozik attól. Csatlós hiányában a két mennyiség $\Delta_r/\omega_m = -1.0$ -nél metszené egymást, de a csatlós miatt ott a két sajátérték elkerüli a szintek metszését, köztük $\sim 2G$ nagyságú rés nyílik. A $\Delta_r/\omega_m > -1.0$ tartományban az ω_B sajátérték függ lineárisan Δ_r/ω_m -től. Úgy is jellemezhető a változás, hogy a $\Delta_r/\omega_m > -1.0$ tartományban a "B"-gerjesztés fotonyszerű, míg a -1-

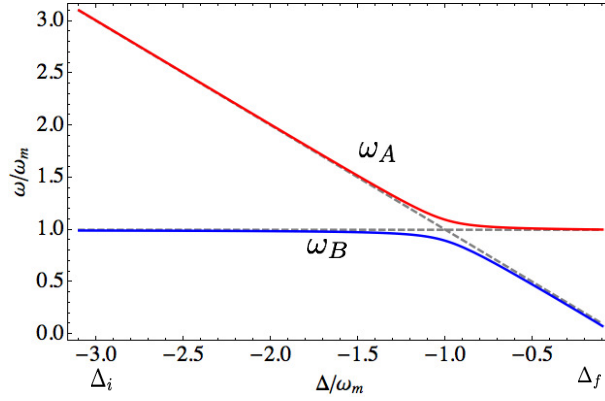


Fig. 5. Csatolt mechanikai és elektromágneses oszcillátor rendszerben fellépő szintkereszteződésnél kisebb értékekre mechanikai jellegű fonon. Ez a váltás komplementer ω_A jellegének változásaival. A két sajátállapotot *polariton*nak nevezték el.

Az Otto-ciklust kizárólag a B -polariton jelenlétét feltételezve írjuk le, elhanyagolva az A -polariton esetleges gerjesztését. A kezdőállapotban a rezonátor B -terét a $\langle B^\dagger B \rangle$ várható érték nem nulla értéke jellemzi az átlagtér fölött. $-\Delta_r$ értéke legyen λ_0 és az elhangoltságot jellemző $\lambda_0/\omega_m \gg 1$ hányados mélyen a fonon-tartományban tartja a fluktuációkat.

A körfolyamat **1. lépésében** τ_1 idő alatt az elhangolást átviszik a $\lambda_1/\omega_m \ll 1$ tartományba, aminek hatására a rezonátor módus gerjesztődik, megnő az átlagos fénynyomás, amelynek következtében megnő a rezonátor térfogata. Az áthangolást úgy kell elvégezni, hogy adiabatikus (*izentropikus*) legyen a tágulás, ami azt a követelményt jelenti, hogy $\langle B^\dagger B \rangle$ értéke ne változzon. Azonban a lépést követően fonon-szerű gerjesztések helyett foton-szerű viselkedést mutatnak a B -kvantumok. Az izentropikus tágulás során a rendszer munkát végez, amint az a 6. ábra bal oldalán az 1)-gyel jelölt szakaszon látható. A jobb oldali ábrán képszerűen látszik, hogy a kezdő állapottól az első lépésben létrejövő állapot három vonatkozásban tér el:

- megnőtt a térfogata,
- megnőtt a rezonátor módus amplitudója (megnőtt a fotonszám),
- lecsökkent a rugalmas lap rezgési amplitudója (csökkent a fononszám).

Ahhoz, hogy a folyamat termodinamikailag adiabatikus legyen, a τ_1 időnek jóval rövidebbnek kell lennie a foton és a mechanikai rezgési fonon kvantumok természetes csillapodását jellemző karakterisztikus időskáláknál: $\tau_1 \ll 1/\kappa, 1/\gamma$. Ugyanakkor elég hosszúnak kell lennie ahhoz, hogy a fluktuációs kvantumoknak fonon-szerű kezdő jellege átalakulhasson foton-szerűbe: $\tau_1 \gg 1/(2G)$.

A **2. lépésben** a foton-szerűvé vált polariton elveszíti a fononok magasabb átlaghőmérsékletéhez tartozó energiáját, azaz termalizálódik. Ennek feltétele, hogy $\tau_2 \gg 1/\kappa$. A relaxáció disszipációval megy végbe, azaz a rendszer hőt bocsát ki, ahogy az a 6. ábra bal oldali rajzán a 2) jelű szakaszon meg is van jelölve. Ez a B -kvantumok számának csökkenésével jár, amit a 2) folyamatból kialakuló hullámállapot kisebb amplitudója jelez

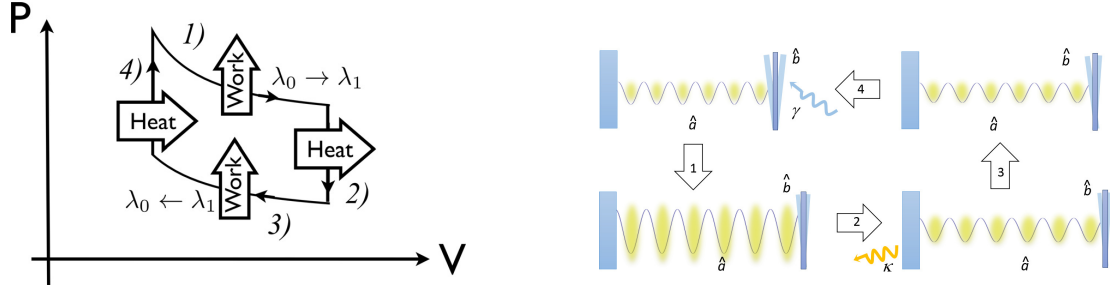


Fig. 6. A kvantum Otto-ciklus ábrázolása a p-V síkon (bal oldalon) és grafikus szemléletességgel (jobb oldalon)

az ábrán. Ha a foton-gerjesztések relaxációja jóval nagyobb ütemben zajlik, mint a mechanikai gerjesztés kialakulása ($\kappa \gg \gamma$), akkor a fotonok energia disszipációja során nem történik érdemi térfogatváltozás (*izokór* folyamat).

A **3. lépésben** az elhangolás mértékét visszaállítják kezdeti értékére: $\lambda_1 \rightarrow \lambda_0$. Ezzel a rendszer nyomása csökken, ami a térfogat lecsökkenéséhez vezet. A visszahangolás tehát a rendszeren történő munkavégzéssel jár (lásd 6. ábra 3) szakasza!). Ennek izentropikus jellegét τ_3 -ra ugyanazokkal a feltételekkel lehet biztosítani, mint az 1) lépésben. Ugyanakkor az újra fononszerűvé alakult gerjesztések végső száma ez után a szakasz után kisebb, mint a teljes folyamat kezdetén volt.

A **4. lépéssel** a rugalmas lapkát a meleg ($T_M=2,7$ K) hőtartállyal hozzák kapcsolatba, amely helyreállítja a kiinduló (nagyobb) fononszerű polaritonszámot. Ez a folyamat állandó térfogaton zajlik (bal oldali diagram 4) szakasza!) és eredményeképpen a rendszer visszatér kiinduló állapotába. Ehhez a $\tau_4 \gg 1/\gamma$ feltételnek kell teljesülnie.

A változtatási időhosszak és a karakterisztikus termalizációs idők bonyolult egyenlőtlenység-rendszere sejteti, hogy a javasolt séma megvalósítása nem könnyű feladat. Ezzel most nem törődve, megvizsgáljuk a rendszer hasznos munkavégzési hatásfokát. A termodinamikai összefüggések érvényességét elfogadva, "makroszkopikus" hatásfokot az alábbiak szerint tudunk definiálni.

A B -alrendszer belső energiájának megváltozása az első adiabatikus lépésben az általa végzett munka ellentettje:

$$L_1 = -N_{Bi}\hbar(\omega_{Bf} - \omega_{Bi}). \quad (16)$$

A 2. lépésben leadott hő mennyisége:

$$Q_2 = \hbar\omega_{Bf}(N_{Bf} - N_{Bi}). \quad (17)$$

A 3. lépésben az első lépésre vonatkozó képlettel analógiában érvényes

$$L_2 = -N_{Bf}\hbar(\omega_{Bi} - \omega_{Bf}), \quad (18)$$

csakúgy mint a 4. lépésben, amikor a hőfelvétel a 2. lépéssel analóg módon értékelhető :

$$Q_4 = \hbar\omega_{Bi}(N_{Bi} - N_{Bf}). \quad (19)$$

A hatásfok a teljes munka ($L_1 + L_3$) aránya a felvett hő mennyiségéhez (Q_4):

$$\eta = \frac{L_1 + L_3}{Q_4} = 1 - \frac{\omega_{Bf}}{\omega_{Bi}}. \quad (20)$$

A hatásfoknak közvetlenül a kvantumdinamikára alapozott kiszámításával vagy majdani mérésekkel történő összehasonlítással lesz eldönthető, hogy a termodinamika érvényességi tartománya kiterjeszthető-e a mikroobjektumokkal véghezvitt körfolyamatokra.

3 Kvantum képkötés

Egy $f(x, y)$ elektron-oszlopsűrűséggel jellemezhető lemezre érkező A amplitúdójú síkhullám $T(x, y)e^{i\gamma(x, y)}$ amplitúdóval halad tovább. Itt a $0 < T(x, y) < 1$ valós együttható a nyaláb intenzitásának gyengülését írja le, aminek oka a lemezben elnyelődő vagy abból kiszóródó fotonveszteség. A kiszóródás valószínűségi sűrűségét $1 - T^2(x, y)$ adja meg a lemez (x, y) pontjában. A felfogó ernyőn kialakuló $T^2(x, y)A^2$ intenzitáseloszlás akkor hívható képnek, ha $T^2(x, y) \sim f(x, y)$. Ez nemcsak fotonokkal valósítható meg, de így működik áteső sugárzás üzemmódban a 3.5 alfejezetben bemutatott pásztázó elektronmikroszkóp is.

A kvantum képkötést olyan nyalábbal valósítják meg, amelyik nem is szóródik a tárgy-lemezen. Erre a lehetőséget az azonos állapotú objektumok kvantummechanikai megkülönböztethetlensége adja.

A leképező elrendezést a Mach-Zehnder interferométer (lásd 1.1 alfejezet, 13. oldal!) megszozott elrendezésébe illesztették bele. A h ág, illetve a g ág végében elhelyezkedő detektorokban a c és e jelzetű pályaszakaszokra érkező amplitúdók hozzák létre az interferenciát (sárga színezésű vonalak).

A c szakaszra érkező foton-amplitúdó megállapításához tekintsük a $BS1$ nyalábosztó utáni a szakaszon érkező $A/\sqrt{2}$ amplitúdójú, $\lambda_a = 532\text{nm}$ hullámhosszú foton nyaláb fejlődését az $NL1-D1-T2$ útvonalon. Az $NL1$ nemlineáris kristály (lásd 6.1 alfejezet, 92-94. oldal!) felhasítja a ráeső fotont $\lambda_c = 810\text{nm}$ és $\lambda_d = 1550\text{nm}$ hullámhosszú két fotonra. A kialakuló állapot amplitúdóját $A_c \times A_d$ -vel jelöljük. Ezen az ágon végül a jelzetlen tükörtől visszaverődéskor A_c kap egy i fázist. Ahhoz, hogy a c ágon érkező foton amplitúdóját pontosan megadjuk, végig kell követnünk a d karon induló amplitúdót is (barnászvörös vonal). A $D1$ dikroikus tükör csak ezt a hullámhosszt tükrözi, tehát ott az A_d amplitúdó kap egy i fázisszorozót. Ezután szóródik a tárgyon, amelynek hatására a továbbhaladó amplitúdó $iTe^{i\gamma}A_d/\sqrt{2} + \sqrt{1 - T^2}A_{veszt}$ alakú lesz. Végül két dikroikus tükrözés ($D2$ és $D3$) irányítja kilépését a berendezésből. Tehát a $BS2$ -vel történő detektálást megelőzően a c szakaszhoz rendelhető kétfotonos állapot

$$\mathcal{A}_c = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[-iTe^{i\gamma}A_d + \sqrt{1 - T^2}A_{veszt} \right] \times iA_c, \quad (21)$$

ahol egyetlen állapotba sűrítettük a kiszórási folyamatokkal elvesztett részét az amplitúdónak.

Az e karon érkező foton-amplitudót a b karra leosztott $iA/\sqrt{2}$ amplitudó haladását követve adhatjuk meg (zöld színezésű vonal). Az újabb tükrözés okán az $NL2$ nemlineáris kristályra $-A/\sqrt{2}$ amplitudó kerül, amelyből a felhasítást követően a $-A_e \times A_f/\sqrt{2}$ szorzat állapot jön létre. Mindezek alapján az

$$\mathcal{A}_e = -\frac{i}{\sqrt{2}}A_e \times A_f \quad (22)$$

állapot jön létre. A két járulékból a szokásos fázisszorozókkal képezhető a h , illetve a g karra érkező kétfotonos állapot:

$$\mathcal{A}_h = \frac{1}{\sqrt{2}}[\mathcal{A}_e + i\mathcal{A}_c], \quad \mathcal{A}_g = \frac{1}{\sqrt{2}}[i\mathcal{A}_e + \mathcal{A}_c]. \quad (23)$$

Most vehető figyelembe, hogy az A_c és A_e amplitudók ugyanannak a fotonnak két lehetséges útját jelölik, amire a közös A_{jel} jelölés vezethető be. Ezzel

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_h &= \frac{i}{2} \left[T e^{i\gamma} A_d - A_f + \sqrt{1-T^2} A_{veszt} \right] \times A_{jel}, \\ \mathcal{A}_g &= \frac{1}{2} \left[T e^{i\gamma} A_d + A_f + \sqrt{1-T^2} A_{veszt} \right] \times A_{jel}. \end{aligned} \quad (24)$$

Ha az A_d és az A_f állapotú foton-amplitudók különbözők, akkor a kapcsolódó detektorokkal koincidenzában mérve A_{jel} -et, megtudható melyik nemlineáris kristályból jött a jel, ezért nincs interferencia: a zárójelben szereplő állapotok együtthatói abszolút értéknégyzeteinek összege adja az egyes detektorok megszólalási valószínűségeit.

Ha a $D2$ dikroikus tükör segítségével az A_d fotont tökéletesen párhuzamosítják a A_f -fel, az $NL2$ hatására keletkező λ_d hullámhosszú komponens megkülönböztethetetlen lesz a d -ről érkezőtől, amplitudójukat közösen A_{elrejt} -tel jelöljük:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_h &= \frac{i}{2} \left[(T e^{i\gamma} - 1) A_{elrejt} + \sqrt{1-T^2} A_{veszt} \right] \times A_{jel}, \\ \mathcal{A}_g &= \frac{1}{2} \left[(T e^{i\gamma} + 1) A_{elrejt} + \sqrt{1-T^2} A_{veszt} \right] \times A_{jel}. \end{aligned} \quad (25)$$

Miután a veszteségként, illetve a koherens A_{elrejt} állapotban nem(!) detektált amplitudók nem interferálnak, a megszólalási valószínűségek a következők:

$$\begin{aligned} P_h &= \frac{1}{4} \left((1 - T \cos \gamma)^2 + T^2 \sin^2 \gamma \right) + \frac{1}{4} (1 - T^2) = \frac{1}{2} (1 - T \cos \gamma), \\ P_g &= \frac{1}{4} \left((1 + T \cos \gamma)^2 + T^2 \sin^2 \gamma \right) + \frac{1}{4} (1 - T^2) = \frac{1}{2} (1 + T \cos \gamma). \end{aligned} \quad (26)$$

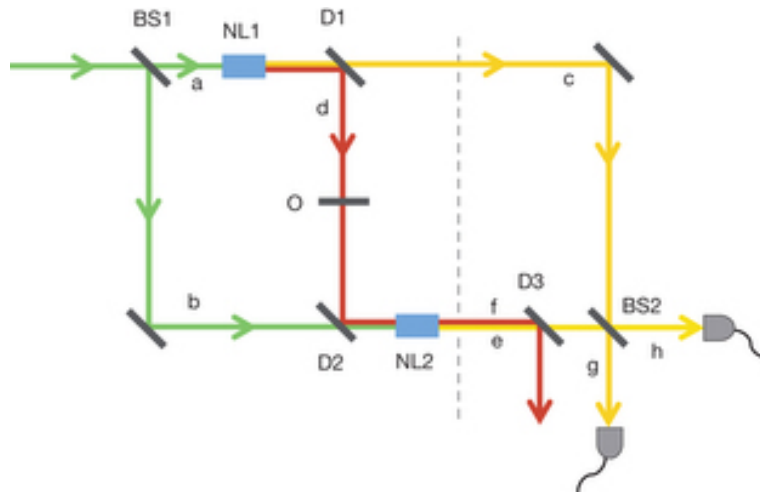


Fig. 7. A szórt foton detektálása nélküli képalkotás elvi elrendezése

Ha a nyaláb elég nagy felbontással tapogatja le a szórt tárgyat, akkor nem egyszerűen interferenciát, de a transzverzális síkbeli helyzettől függő modulációt is lehet segítségével észlelni, amiből mind a $T^2(x, y)$ áteresztési tényező, mind a fázistolási információ rekonstruálható, azaz kép is alkotható.

Ezt az ideális mérési elrendezést, amelyet 1991-ben Zou, Wang és Mandel javasoltak (Phys. Rev. Lett. **67** 318. oldal), 2014-ben G. Barreto Lamos és munkatársai megvalósították (Nature **512**, 409. oldal).