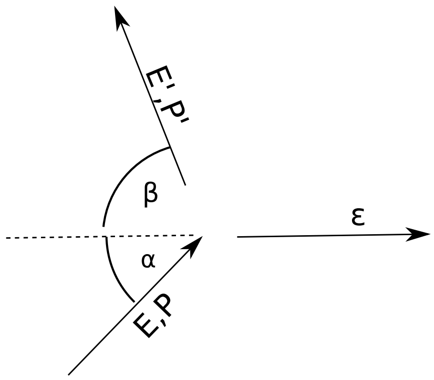
Lehetséges-e, hogy egy szabad elektron fotont bocsát ki?

Többféleképpen ki lehet hozni, most úgy csinálom, ahogy az órán akartam (volna), esetleg kicsit más jelöléssel.



Legyen az elektron ütközés előtti energiája és impulzusa E és P, ütközés utáni pedig E' és P', valamint legyen a kisugárzott foton energiája ε. Vegyük fel úgy a tengelyt, hogy a kisugárzott fotonnak csak vízszintes irányú impulzusa van; jelölje a beeső elektron ehhez képest vett szögét α, a kirepülő elektron irányának a foton irányával szemben menő egyenessel bezárt szögét pedig β. Az elektron tömege m, ekkor $E' = \sqrt{m^2 + P'^2}$, $E = \sqrt{m^2 + P^2}$, illetve a foton impulzusa egyszerűen ε-nal egyenlő, ahol persze $c = 1$-et használunk. Az energiamegmaradás, az impulzus vízszintes és függőleges komponensének megmaradása rendre:

$$\varepsilon = E - E' \qquad \Rightarrow \qquad 2EE' = \varepsilon^2 - E^2 - E'^2, \tag{1}$$

$$\varepsilon = P\cos\alpha - P'\cos\beta \qquad \Rightarrow \qquad P'^2\cos^2\beta = (P\cos\alpha - \varepsilon)^2, \tag{2}$$

$$P\sin\alpha = P'\sin\beta \qquad \Rightarrow \qquad P'^2\cos^2\beta = P'^2 - P^2\sin^2\alpha. \tag{3}$$

A (3) és (2) második alakjait összeolvasva kiszűrhetjük a β szöget (ez lett volna az, ami nem jutott eszembe az órán):

$$(P\cos\alpha - \varepsilon)^2 = P'^2 - P^2\sin^2\alpha \qquad \Rightarrow \qquad P'^2 = P^2 + \varepsilon^2 - 2P\varepsilon\cos\alpha. \tag{4}$$

Az (1) egyenletbe pedig beírjuk az impulzusokat, majd ebbe beírva P'-nek ezt a kifejezését:

$$2\sqrt{(m^2+P^2)(m^2+P^2+\varepsilon^2-2P\varepsilon\cos\alpha)} = \varepsilon^2 - 2m^2 - P^2 - P'^2 = 2P\varepsilon\cos\alpha - 2(m^2+P^2). \tag{5}$$

2-vel egyszerűsítve majd négyzetreemelve az adódik, hogy

$$(m^2+P^2)(m^2+P^2+\varepsilon^2-2P\varepsilon\cos\alpha) = (P\varepsilon\cos\alpha - m^2 - P^2)^2 \quad \Rightarrow \quad \dots \quad \Rightarrow \quad \varepsilon^2(m^2+P^2) = \varepsilon^2P^2\cos^2\alpha. \tag{6}$$

Ez pedig csak $\varepsilon = 0$-ra teljesülhet (hiszen $P^2\cos^2\alpha \le P^2$, de $m^2 + P^2 > P^2$). Ha $\varepsilon = 0$, akkor tulajdonképpen „nem is történt semmi”.