Atom– és kvantumfizika gyakorlat

2. zárthelyi dolgozat feladatai

2012. december. 18

Órai jegyzetet, illetve számológépet lehet használni, egyéb elektronikus eszközt, *egymást* nem! Csak a kiadott fehér lapokra (arra viszont kétoldalra) írjatok! **Minden lapon** szerepeljen a név, Neptun-kód, dátum. **Minden oldalon** szerepeljen, hogy hanyadik oldal, „n. oldal" ($n \in \mathbb{N}^+$) formában. **Mindenről** egyértelműen lehessen eldönteni, hogy hanyadik feladathoz tartozik! A feladatlapot megtarthatjátok. **Szépen írjatok!!**

Nyugodtan használjatok piszkozatpapírt is, hogy a dolgozat összeszedett legyen!

***

1. Az Orion csillagkép legfényesebb csillaga, a Rigel egy „kék óriás", legtöbb energiát a 400 nm-nek megfelelő (majdnem UV) frekvencián sugározza ki. Kb. 860 fényévnyire van (1 fényév $= 9,5 \cdot 10^{15}$ m), átmérője kb. 100 millió km. Ezek alapján becsüljük meg, hogy hány *darab* láthatófény-foton ($400\text{ nm} < \lambda < 750\text{ nm}$) érkezik belőle a szabad szemünkbe másodpercenként! (Útmutatás: a csillag fényét vegyük feketetest-sugárzásnak[1], aminek spektrumát a vizsgált tartományon intelligens, de *ne túl bonyolult* módon közelítsük egyenessel!)

2. Oldjuk meg az egydimenziós Schrödinger-egyenletet, ha a potenciál a következő:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha} \quad x < 0, \\ -V_0, & \text{ha} \quad x > 0. \end{cases},$$

ahol $V_0 > 0$ állandó. Tekintsük balról beeső E energiájú részecskék áramát! Hanyad részük halad tovább a $+\infty$ irányba, és hanyad részük verődik vissza? (Útmutatás: az órán vett esetnél ez egyszerűbb egyenletekre vezet. Melyik ismeretlen állandót teszi nullává az a fizikai feltétel, hogy jobbról nem érkeznek részecskék?)

3. A Schrödinger-egyenlet kötött állapotoknak megfelelő megoldásait keressük az alábbi egydimenziós $V(x)$ potenciálban:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha} \quad x < -a, \\ -V_0, & \text{ha} \quad -a < x < 0, \\ V_0, & \text{ha} \quad 0 < x < a, \\ 0, & \text{ha} \quad x > a, \end{cases}$$

ahol a pozitív hosszúság, V_0 pozitív állandó. (Kötött állapotra itt: $E < 0$.) Írjuk fel a határfeltételekből adódó egyenleteket (nem kell megoldani őket)!

4. Egy elektron spinállapota legyen $|\psi\rangle = \alpha|\uparrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle$, ahol $|\uparrow\rangle$ és $|\downarrow\rangle$ a z tengely irányú határozott spinkomponensű állapotok, α és β pedig tetszőleges komplex állandók, amikre $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. Milyen térbeli irányban álló spinkomponenst mérjünk, ha azt szeretnénk, hogy a mérés eredménye *biztosan* $+\frac{\hbar}{2}$ legyen? (Útmutatás: azaz milyen irányú spinoperátornak sajátértéke ez az állapot $+\frac{\hbar}{2}$ sajátértékkel? Itt az órai gondolatmenetet kell általánosabban végigvinni. Ne feledjük: ha két komplex szám egyenlő, akkor abszolútértékük és a fázisuk is az. Paraméterezzük α-t és β-t $\alpha = ae^{i\eta}$, $\beta = be^{i\chi}$, $a, b, \eta, \chi \in \mathbb{R}$ módon, a térbeli irányt pedig szokásosan gömbi koordinátákkal!)

Jó munkát!

Nagy Márton

---

[1] Ez a valóságban nem teljesen jogos.