

1. Egy pontszerű részecske a $V(x) = \lambda \cdot (e^{a|x|} - 1)$ potenciálban mozog, ahol $\lambda > 0$, $a > 0$ konstansok. Bohr-Sommerfeld -féle kvantumfeltételt alkalmazva fejezzük ki expliciten a részecske lehetséges energiaszintjeit! (A felmerülő integrált nem kell elvégezni, de az ne tartalmazza az energia értékét!) (8 pont)

2. Balról adott E energiájú részecske érkezik a

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & x \leq 0 \\ 0 & 0 < x \leq a \\ \infty & x > a \end{cases}$$

potenciálra, ahol $E > V_0 > 0$ teljesül. Adjuk meg a hullámfüggvényt a teljes térben! Mekkora a transzmissziós és a reflexiós tényező? (12 pont)

3. Adjuk meg az $\langle m | \hat{p}^2 \hat{a}^\dagger | n \rangle$ és az $\langle m | \hat{x} \hat{p} | n \rangle$ mátrixelemeket a harmonikus oszcillátor energiasajátállapotai között! (8 pont)

4. Tekintsük a $V(x) = \gamma \cdot \delta(x - a)$ potenciált, ahol $\gamma < 0$, $a > 0$ adott konstansok. Mikor jöhet létre kötött állapot és mekkora energiájú lehet egy ilyen állapotú részecske ebben a potenciálban? (6 pont)

5. Tekintsünk egy $1/2$ spinű részecskét. Adjuk meg a $\theta = 45^\circ$, $\phi = 60^\circ$ polárszögekkel jellemzett irányú spinoperátor átlagos értékét abban a kvantumállapotban, mely a z irányú spinoperátornak $-\frac{1}{2}$ sajátértékű sajátvektora! (6 pont)