

Atom- és kvantumfizika gyakorlat

pót ZH feladatai (kvantumfizika rész)

2015. december 18.

1. Legyen egy feles spinű részecske spinállapota a következő: $|\psi\rangle = A[(1+i)|\uparrow\rangle + (1-i)|\downarrow\rangle]$, ahol a bázisállapotok szokásosan a z irányú spinmérés sajátállapotai, A pedig normálási állandó. Tekintsük a $\mathbf{v} = (2, 1, 2)$ háromdimenziós vektor által kijelölt irányba történő spinmérést! Mekkora valószínűséggel mérünk ilyen irányban $+\hbar/2$ ill. $-\hbar/2$ értéket ebben az állapotban?

2. Tekintsük egy harmonikus oszcillátor következő állapotát:

$$|\psi\rangle = A\left(\cos\varphi|\psi_n\rangle + e^{i\chi}\sin\varphi|\psi_{n+1}\rangle\right),$$

ahol $n \in \mathbb{N}$, és $|\psi_k\rangle$ a k -edik energia-sajátállapot, χ és φ pedig valós számok. Mekkora az A normálási állandó? Hogyan függ a χ és φ paramétereiktől a \hat{x} koordináta várható értéke és szórása? (Emlékeztető: a szórásnégyzet a négyzet várható értéke mínusz a várható érték négyzete. Az \hat{a} eltüntető operátorra: $\hat{a} = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\hat{x} + \frac{i}{\sqrt{2m\omega\hbar}}\hat{p}$.)

3. *Jobbról* beeső részecskék továbbhaladását ill. visszaverődését vizsgáljuk az alábbi egydimenziós $V(x)$ potenciálban:

$$V(x) = \tilde{V}(x) + \alpha\delta(x) + \alpha\delta(x-a), \quad \tilde{V}(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } -\infty < x < 0, \\ V_0, & \text{ha } 0 < x < a, \\ V_1, & \text{ha } a < x < \infty, \end{cases}$$

ahol $V_0 > 0$, $V_1 > 0$, $V_0 > V_1$ energia dimenziójú, α pedig megfelelő (milyen?) dimenziójú konstans, a hosszúság. Mekkora energiával kell legalább mozogniuk a részecskéknek, hogy némelyik továbbhaladhasson? „Jelöljük ki” értelmes módon az egyenleteket, amibe behelyettesítve meg lehetne határozni a továbbhaladás valószínűségét! (Nem kell konkrétan megoldani.)

4. (nehezebb. Ez már volt, de az eredmények alapján fel merem adni még egyszer.)

Keressük meg konkrétan a $V(x) = -\alpha\delta(x) - \alpha\delta(x-a)$ potenciálban a lehetséges kötött állapotok energiáit¹! Találjunk grafikus módszert az egyenlet megoldására! Hány darab kötött állapot lehet?

Jó munkát!

Nagy Márton

¹Segítség: az egyenlet megoldása során érdemes a $\lambda = \frac{m\alpha}{\hbar^2\kappa}$ paramétert bevezetni.