

Atom- és kvantumfizika gyakorlat

Pót zárthelyi dolgozat feladatai

2013. december 20.

Atomfizika rész

A1. Antiprotonokat (\bar{p}) proton-proton ütközésekkel lehet előállítani: $p + p \rightarrow p + p + \bar{p}$. Ahhoz, hogy ez a reakció végbemehessen, a bejövő protonoknak legalább egy meghatározott minimális energiával kell rendelkeznie. Ha a céltárgy-proton áll, legalább mekkora mozgási energiával kell rálőni a protont, hogy így antiprotont kelthessünk? (Útmutatás: a legkedvezőbb eset az, amikor a végállapotbeli négy részecske egyenlő impulzussal („egy csomóban”) halad tovább. A proton és az antiproton tömege egyenlő.)

A2. $I_0 = 10^6$ /s intenzitású neutronnyaláb esik be egy $1\text{mm} \times 1\text{mm} \times 20\text{ mm}$ méretű, gyémántból készült téglatest legkisebb lapjára merőlegesen. (A nyaláb jól kollimált: minden neutron eltalálja a téglatestet.) A gyémánt sűrűsége $3,2\text{ g/cm}^3$, a szénatom tömegszáma 12). A hatáskeresztmetszet $\frac{d\sigma}{d\Omega} = A + B \cos\theta$ alakú, és tudjuk, hogy $A = 10 \cdot B$. 100% hatásfokú, 10 cm^2 felületű neutrontektorunkat $D = 1,5\text{ m}$ -re helyezzük el, $\theta = 60^\circ$ -nál, és másodpercenként 28 darab neutront észlel. Mennyi az A állandó? Mennyi neutron szóródik összesen?

(Útmutatás: olyan a céltárgy alakja, hogy a „másodszori szórás” elhanyagolható, de kérdés, hogy „vékony”-e a céltárgy. A $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ megmondja a szórt neutronok irány szerinti eloszlását; ebből kigondolható, hogy összesen mennyi neutron szóródik, ebből a teljes hatáskeresztmetszet.)

A3. Mekkora E energiára igaz az, hogy az ilyen mozgási energiájú elektronok által egy rögzített méretű interferenciakísérletben létrehozott interferenciakép már „hasonló” ahhoz, mint az ilyen energiájú fotonok hoznának létre ugyanabban a kísérletben?

Konkrétabban: hogyan viszonyul egymáshoz a kétféle részecske hullámhossza hullámhossza? Mekkora legyen E , hogy ezek összemérhetőek legyenek, azaz egyik a másiknak mondjuk α -szorososa legyen, ahol $\alpha \neq 1$, de egységnyi nagyságrendű? Mekkora az ilyenkor a hullámhosszak? Milyen nagyságrendű ez a hullámhossz?

A4. Mik a Sommerfeld-féle kvantumfeltétel alapján a következő $V(x)$ egydimenziós potenciálban mozgó részecske lehetséges energiaszintjei?

$$V(x) = \begin{cases} \alpha x, & \text{ha } x > 0, \\ -\alpha x + V_0, & \text{ha } x < 0, \end{cases} ,$$

ahol α és V_0 pozitív, dimenziós konstansok.

Atom- és kvantumfizika gyakorlat

Pót zárthelyi dolgozat feladatai

2013. december 20.

Kvantumfizika rész

K1. Bizonyítsuk be, hogy egy feles spinű részecskének nem létezik olyan spinállapota, amire létezik két különböző \mathbf{n}_1 és \mathbf{n}_2 (azaz $\mathbf{n}_1 \neq \pm \mathbf{n}_2$) egységvektor is, amelyen irányokban spint mérve biztosan $\pm \hbar/2$ értéket kapunk! (Útmutatás: keressünk olyan spinállapotot, amiben az \mathbf{n}_1 iránybeli spinmérés biztosan $\hbar/2$ -t ad! (sajátállapot=?)) Ebben az állapotban mennyi az \mathbf{n}_2 irányú mérés várható értéke? Az így kijött eredmény önmagában is érdekes és figyelemreméltó! Nem biztos, hogy érdemes gömbi koordinátákat használni.)

K2. Legyen egy harmonikus oszcillátor $|\psi\rangle = \alpha|n\rangle + \beta|n+1\rangle$ állapotban. Paraméterezzük kényelmesen az α és a β számot (gondolva a $|\psi\rangle$ állapot normáltságára), majd vizsgáljuk meg, hogy hogyan függ a paramétereiktől a \hat{p} impulzus és az \hat{x} koordináta várható értéke! Mekkora ezek maximuma, és milyen paraméter-értékeknél fordul ez elő?

K3. Balról érkező részecskék visszaverődését és továbbhaladását vizsgáljuk a következő potenciálban:

$$V(x) = \tilde{V}(x) + \alpha\delta(x+a), \quad \tilde{V}(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x < -b, \\ V_0 & \text{ha } -b < x < b, \\ 0 & \text{ha } x > b, \end{cases}$$

itt $a > b$ hosszúság, $V_0 > 0$ pedig energia dimenziójú állandó. Legyen a beeső részecskék energiája $E < V_0$. Írjuk fel a határfeltételekből adódó egyenleteket! (Nem kell megoldani őket!)

K4. Keressünk kötött állapotokat az egydimenziós $V(x) = -\alpha\delta(x-a) - \alpha\delta(x+a)$, ahol a hosszúság, α pedig megfelelő (milyen?) dimenziójú pozitív állandó! Hány darab kötött állapot van? (Akár meg is lehet oldani az egyenleteket, de ezt hagyjuk utoljára! Tanács: az egyenlet megoldásához érdemes a $\lambda = \frac{2m\alpha}{\hbar^2}$ paramétert bevezetni!)

Nagy Márton