

1. A két lehetséges állapot energiája:

$$E_1 = g \frac{e \hbar}{2m} B, \quad E_2 = -g \frac{e \hbar}{2m} B,$$

vagyis az energiakülönbség

$$\Delta E = g \frac{e \hbar}{2m} B \approx 1.85 \cdot 10^{-24} J.$$

Mivel az egyes megvalósulási valószínűségek arányosak az $e^{-E/k_B T}$ kifejezéssel, ezért a keresett arány $T = 1$ K-en:

$$\frac{P(1)}{P(2)} = e^{-(E_1 - E_2)/k_B T} = e^{-\Delta E/k_B T} = 0.87.$$

2. Legyen N az események száma $\Delta t = 1$ óra alatt, N_{be} a bejövő részecskék száma ugyanennyi időre vonatkoztatva, I pedig az általuk képviselt áram. Jelölje n a mintára jellemző felületi részecskeszám-sűrűséget, n_m a felületi tömegsűrűséget és legyen M egy részecske tömege.

Az események száma: $N = 10^8 / 0.8 = 1.25 \cdot 10^8$.

A bejövő részecskék száma: $N_{be} = I \cdot \Delta t / 2e = 10 \cdot 10^{-9} \cdot 3600 / 3.2 \cdot 10^{-19} = 1.125 \cdot 10^{14}$.

A felületi részecskeszámsűrűség: $n = n_m / M = 2 \cdot 10^4 \cdot 6 \cdot 10^{23} / 12 = 10^{27} \text{ m}^{-3}$.

Ezzel a hatáskeresztmetszet a detektor Ω térszögébe távozó részecskékre vonatkozóan:

$$\sigma_\Omega = \frac{N}{N_{be} \cdot n} \approx 1.11 \cdot 10^{-33} \text{ m}^2.$$

Tudjuk, hogy a differenciális hatáskeresztmetszet ebben az irányban $d\sigma/d\Omega = 10^{-28} \text{ m}^2$, ezért a detektor

$$\Omega = \frac{\sigma_\Omega}{d\sigma/d\Omega} \approx 1.11 \cdot 10^{-5}$$

térszög alatt látszik, vagyis ha $r = 5$ m távolságra van, akkor a felülete

$$A = r^2 \Omega \approx 2.77 \text{ cm}^2.$$

3. Össze kell számolni a szabadsági fokokat: a tkp. haladó mozgása csak a rúd irányába történhet, a forgások viszont ugyanúgy végbemehetnek, mint rúd nélkül. Az eredeti rezgések közül csak 2 tud megvalósulni, de figyelembe kell venni, hogy a rúd erővel képes hatni a középső testre, vagyis a megmaradt módus is élni fog, de a tkp. helye ekkor nem rögzített mennyiség. Ez összesen $1 + 3 + 2 \cdot 3 = 10$ szabadsági fok, vagyis az átlagos energia

$$\langle E \rangle = 5k_B T.$$

Megjegyzés: a forgások közül a rúd tengelye körülön kívülieket nem figyelembe vevő megoldások is megfelelő indoklás esetén (pl. összeakad a rugó a rúddal vagy nem foroghat megfelelően a középső test) elfogadhatóak.

4. Ha α szög alatt érkezik a test, akkor a befutott körív $\pi - 2\alpha$ szögű. Egy ilyen körív összesen

$$s = R(1 - \sin \alpha) = \frac{mv}{qB}(1 - \sin \alpha)$$

mélyen hatol be a mágneses térbe. Az a határsebesség, melyre ez az érték éppen a mágneses indukciót tartalmazó tartomány szélességével egyezik meg: $s = d$. A fenti sebességet v -vel jelölve kapjuk, hogy:

$$v = \frac{qBd}{m(1 - \sin \alpha)} \approx 9.6 \cdot 10^4 \text{ m/s}.$$

Ha változhat a szög, akkor a fentiek szerint a legkisebb sebesség, ami szóba jöhet $\alpha = -\pi/2$ -höz tartozik, vagyis amikor gyakorlatilag a határfelülettel párhuzamosan érkezik a részecske, és éppen egy egész kört jár be a mágneses térben. Ez az jelenti tehát, hogy

$$\tilde{v} = \frac{qBd}{2m} \approx 2.4 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

sebesség alatt a proton biztosan visszaverődik.

5. Egy foton energiája $E_0 = hc/\lambda \approx 3.74 \cdot 10^{-19}$ J, és mivel a laser teljesítménye $P = 0.05$ J/s, ezért $\Delta t = 1$ s alatt összesen $N = 1.3 \cdot 10^{17}$ foton érkezik be. A fotoeffektus miatt felszabaduló töltések elkezdik feltölteni a kondenzátort, mely feszültséget kelt az anód és a katód között, ennek megfelelően egy fotonnak nem csak a kilépési munkát kell fedeznie, hanem az így létrejövő potenciálkülönbséget is. A fotoeffektus akkor szűnik meg, amikor egy foton energiája már nem elegendő arra, hogy kiüssön egy elektront és le is győzze a létrejött potenciálkülönbséget:

$$\frac{hc}{\lambda} = W_{ki} + eU \longrightarrow U = \frac{hc/\lambda - W_{ki}}{e} \approx 1.09V.$$

Ellenőrizni kell, hogy ekkora feszültségre valóban fel tudott-e tölteni a kondenzátor, vagyis azt, hogy a rajta lévő töltések n száma kisebb-e mint a beérkezett fotonok száma, mert az éppen a potenciálisan felszabadulni képes elektronok számával egyezik meg. A kondenzátor C kapacitásának ismeretében:

$$n = CU/e \approx 1.36 \cdot 10^{10},$$

ami sokkal kisebb a beérkezett fotonok számánál, vagyis a kondenzátor valóban $U \approx 1.09V$ -ra töltődik fel.