Atomfizika ZH megoldások **A csoport**

1. A pálya- és sajátperdületből származó dipolmomentumok aránya:

$$\frac{\mu_p}{\mu_s} = \frac{\frac{e}{2m}N_p}{g\frac{e}{2m}N_s} = \frac{N_p}{2N_s}.$$

Mivel a homogén mágneses térben körpályán keringő elektron pályájának sugara $R = \frac{mv}{eB}$, ezért az ehhez a mozgáshoz tartozó perdület: $N_p = \frac{m^2v^2}{eB}$. Tudva, hogy a sajátperdület egy adott irányba vett vetülete $N_s = \frac{\hbar}{2}$, ezért a keresett arány $g = 2$ esetén:

$$\frac{\mu_p}{\mu_s} = \frac{m^2v^2}{eB\hbar} \approx 327.2$$

Ha azt szeretnénk, hogy ez az arány 1 legyen, a pályaperdület nagyságát le kell csökkenteni 327.2-ed részére, ami a mágneses tér ugyanilyen mértékű növelésével oldható meg, vagyis

$$B_{uj} \approx 4.9T$$

nagyságú mágneses indukcióra van szükség.

2. Az 1. és 2. állapotokat ϵ, a 3. -at zérus energiájúnak tekintve megvalósulási valószínűségek a Boltzmann statisztika szerint:

$$P(1) = Ne^{-\epsilon/k_BT}, \qquad P(2) = Ne^{-\epsilon/k_BT}, \qquad P(3) = N.$$

Mivel $\sum_n P(n) = 1$ kell legyen, ezért

$$N = (1 + 2e^{-\epsilon/k_BT})^{-1}.$$

A megadott $T = \epsilon/k_B$ hőmérsékleten így a keresett valószínűség:

$$P = P(1) + P(2) = \frac{2e^{-1}}{1 + 2e^{-1}} = \frac{2}{e+2} \approx 42.4\%.$$

3. Legyen N az események száma $\Delta t = 1$ óra alatt, N_{be} a bejövő részecskék száma ugyanennyi időre vonatkoztatva, I pedig az általuk képviselt áram. Jelölje ρ a mintára jellemző részecskeszám-sűrűséget, ρ_m a tömegsűrűséget és legyen M egy részecske tömege.

Az események száma: $N = 2 \cdot 10^{12}/0.7 \approx 2.86 \cdot 10^{12}$.
A bejövő részecskék száma: $N_{be} = I \cdot \Delta t/e = 20 \cdot 10^{-9} \cdot 3600/1.6 \cdot 10^{-19} = 4.5 \cdot 10^{14}$.
A részecskeszámsűrűség: $\rho = \rho_m/M = 10^6 \cdot 6 \cdot 10^{23}/23 \approx 2.6 \cdot 10^{28}\mathrm{m}^{-3}$.
Mivel a fólia vastagsága $\Delta x = 3 \cdot 10^{-3}$ m, ezért a teljes hatáskeresztmetszet:

$$\sigma = \frac{N}{N_{be} \cdot \rho \cdot \Delta x} \approx 8.1 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{m}^2.$$

4. A feltétel szerint a bejövő foton energiája megegyezik egy elektron nyugalmi energiájával. Ha a bejövő foton hullámhossza λ, akkor eszerint

$$\frac{hc}{\lambda} = mc^2 \longrightarrow \lambda = \frac{h}{mc}.$$

A Compton-féle hullámhossz-eltolódási egyenlet szerint (kihasználva, hogy $\theta = 60°$) :

$$\tilde{\lambda} = \lambda + \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) = \frac{3h}{2mc},$$

ahol $\tilde{\lambda}$ a szóródó foton hullámhossza. Az energiája eszerint:

$$\tilde{E} = \frac{hc}{\tilde{\lambda}} = 2mc^2/3 \approx 5.5 \cdot 10^{-14} J \approx 340.7\,\mathrm{keV}\,.$$

Az energiamegmaradás szerint:

$$\frac{hc}{\lambda} + mc^2 = \frac{hc}{\tilde{\lambda}} + \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2},$$

ami átírható a

$$2mc^2 = 2mc^2/3 + \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2}$$

alakba, ahol p a meglökött elektron impulzusa. Az egyenletet rendezve kapjuk, hogy:

$$p = \frac{\sqrt{7}}{3} mc \approx 2.4 \cdot 10^{-22}\,\mathrm{kg}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

5. Válasszunk olyan vonatkoztatási rendszert, melyben a keletkező elektron éppen nyugszik. (Ezzel a választással a teljes általánosság megszorítása nélkül élhetünk.) Legyen p_f a foton, p pedig a pozitron impulzusa (az elektron impulzusa a koordináta-rendszer választása miatt zérus). Az energia- és impulzusmegmaradás szerint:

$$p_f c = mc^2 + \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2},$$

$$p_f = p.$$

A második egyenletet az elsőbe helyettesítve, majd négyzetre emelve kapjuk, hogy:

$$(pc - mc^2)^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \longrightarrow -2pmc^3 = 0.$$

Az utóbbi egyenlőség pedig ellentmondás, mert a bal oldalon biztosan negatív szám áll (p sem lehet nulla, mert az megegyezik a foton impulzusával), a jobb oldal viszont zérus.