Atomfizika gyakorlófeladatok, 1. adag

Nagy Márton

2017. szeptember 11&14, szeptember 18&21.

Vázlat:

• 1. óra:

Természeti állandók. Egyszerű kinematika: α-részecske mennyire közelít meg egy atommagot (Z, A adott). Relativisztikus energia– és impulzus kifejezései, közelítő alakja $v \ll c$ esetén (visszakapjuk a nemrelativisztikus képleteket). Hatáskeresztmetszet fogalma, minden fajta elemi folyamathoz van. Céltárggyal való ütközéskor eseménygyakoriság.

• 2.óra:

Hatáskeresztmetszet, eseménygyakoriságra példák. Differenciális hatáskeresztmetszet, példa. Vastag céltárgy, szabad úthossz fogalma, példák. Rutherford-féle differenciális hatáskeresztmetszet levezetése, (diszkussziója).

Gyakorló számolások:

1. Hány MeV energiájú α-részecske tudja az álló, szabad (de nem rögzített) ólomatommagot ($A = 206$, $Z = 82$) annyira megközelíteni, hogy „összeérjenek”? (Nagyobb atommagok sugara kb. $R = \sqrt[3]{A} \cdot 1,2$ fm, ahol A a tömegszám; az α-részecske sugarát vegyük r_α=2 fm-nek.)

2. Írjuk fel az α-részecske E_0 kinetikus energiájával még egyszer a legjobban megközelítés d távolságát! „Normál” atommagokra kb. $Z = \frac{A}{2}\frac{1}{1+0.007\cdot A^{2/3}}$, kisebb (de még nem túl kicsi) atommagokra, ahol az előző nevezőben a második tag kicsi, kb. $Z = \frac{A}{2}$. Milyen (kicsi vagy nagy) atommagokkal „érdemes” ezek alapján próbálkozni, hogy az α-részecske már meg tudja érinteni őket? Ha $E_0 = 5, 6, 7$ MeV, milyen atommag a „határ”?

3. (ez előkerül még sokszor, de már most számoljuk ki!) Lássuk be, hogy egy m tömegű, E teljes energiájú és p impulzusú részecskére (a relativisztikus képletek alapján) $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$ igaz!

4. Legyen egy részecske v_0 sebessége 10, 20, 30, 40, 50 ezer km/s! Mekkora (hány %-os) hibát vétünk, ha a pontos, relativisztikus kifejezés helyett a kinetikus energiát a nemrelativisztikus, $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv_0^2$ képlettel számítjuk ki? (A fénysebesség $c \approx 300$ ezer km/s.)

5. A Rutherford-szórásra felírt képletek alapján lássuk be, hogy annak hatáskeresztmetszete, hogy egy adott ϑ_0-nál *nagyobb* szögű szórás történik (az órán bevezetett jelölésekkel)

$$\sigma_{\vartheta>\vartheta_0} = \frac{\pi\alpha'^2}{4E_0^2}\frac{1}{\mathrm{tg}^2\frac{\vartheta_0}{2}}.$$

   Ezt kiszámíthatjuk $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ kiintegrálásával is (jó gyakorlás!), vagy észrevéve, hogy ez éppen egy adott ütközési paraméternél kisebb b-jű kör területe lesz…

6. Vizsgáljuk m tömegű részecske (pl. neutron) ütközését $M > m$ tömegű atommaggal! Két vonatkoztatási rendszer fontos: a *laborrendszer*, ahol az M tömegű mag eredetileg állt, és a *tömegközépponti* rendszer (TKP), ahol a tömegközéppont nyugalomban van. Lássuk be, hogy rugalmas szórás esetén a két rendszerben mért szórási szög kapcsolata

$$\vartheta_{\text{lab}} = \frac{\mathrm{tg}\vartheta_{\text{TKP}}}{1 + \frac{m}{M}\frac{1}{\cos\vartheta_{\text{TKP}}}}.$$

7. Legyen az m tömegű neutron laborrendszerbeli kinetikus energiája E_0; ha rugalmasan szóródik egy (laborrendszerben álló) M tömegű magon, és a TKP-rendszerben a szórás szöge ϑ_{TKP}, mennyi mozgási energiát adott át az atommagnak (laborrendszerben)? A gyakorlati alkalmazások szempontjából vehetjük nemrelativisztikusnak a mozgást.)

8. Az előző alapján: tegyük fel, hogy a rugalmas szórás a TKP-rendszerben *izotrop*, azaz a (TKP-renszerbeli) szórás minden térszögben egyformán valószínű! Próbáljuk meg kiszámolni, hogy maximálisan mennyi energiát ad le a neutron (ez a visszaszórásnak, $\vartheta_{\text{TKP}} = 180°$-nak felel meg), illetve azt is, hogy *átlagosan* mennyi energiát ad le!

9. Mi van, ha bonyolódik a helyzet, és $\frac{d\sigma}{d\Omega} = A + B\cos\vartheta_{\text{TKP}}$ a tömegközépponti szórás differenciális hatáskeresztmetszete; így mennyi az átlagos leadott energia?

10. Neutronok nyalábja $I_0 = 10^6$ 1/s intenzitással esik be egy 1 mm×1 mm×20 mm oldalhosszúságú kis téglatest legkisebb lapjára merőlegesen. A céltárgy anyaga berillium ($\rho = 1,85$ g/cm^3, $A = 9$), a neutronoknak a magokon való differenciális szórási hatáskeresztmetszete a vizsgált neutronenergián *izotrop*, azaz minden irányban ugyanannyi. Az 50 cm^2 felületű detektorunkat D=0,3m-re tesszük, minden ϑ szórási szögnél másodpercenként átlagosan 3360 db beütést érzékelünk. Mennyi a teljes szórási hatáskeresztmetszet? A berilliummagokat vegyük rögzítettnek! (Útmutatás: olyan a céltárgy alakja, hogy a „másodszori szórás” elhanyagolható, de egyáltalán nem biztos, hogy vékony a céltárgy! Először találjuk ki a szórás irányvfüggése és a detektor térszöge alapján, hogy összesen mennyi részecske szóródik, ebből a szabad úthosszat, majd ebből a hatáskeresztmetszetet! Valóban, a céltárgy vastagnak adódik. A helyes végeredmény: $\sigma_t \approx 5,68$ barn.)

11. Az elrendezés ugyanolyan, mint az előbb, de más energiájú neutronokkal dolgozunk: most $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \alpha + \beta\cos^2\vartheta$. A detektorunkat $\vartheta = 90°$-hoz téve másodpercenként 3000 db, $\vartheta = 45°$-hoz téve pedig 4200 db beütést számlálunk. Mennyi az α és β állandók értéke? (Útmutatás: mint fent. Érdemes először kigondolni, hogy adott α, β esetén mennyi σ_t, azután kitalálni, hogy az összes szóródott részecske mekkora része menne az egyik, ill. a másik helyen lerakott detektorba, majd ebből az adatok alapján, hogy akkor összesen mennyi részecske szóródott, ebből úthossz, ebből teljes hatáskeresztmetszet, ebből és a beütésszámok arányából $\alpha = 0,5$ barn, $\beta = 0,4$ barn kell, hogy kijöjjön.)