Atomfizika gyakorlófeladatok

Nagy Márton

2012. október 31.

Jó tanácsok:

- Ha valahol kijön egy — paraméterek nélküli — határozott integrál, aminek eredménye egy konkrét szám, csak éppen nem tudjuk kiszámítani, akkor ne is próbálkozzunk: nevezzük el valaminek az eredményt (de egyértelműen jelölve), és használjuk ezt ezután!
- Mindig gondoljuk végig, hogy kell-e relativisztikus képleteket használni!
- A ZH feladatai ennél könnyebbek lesznek.

Feladatok:

1. Ha egy gáz hőmérséklete olyan alacsony, hogy a részecskék átlagos impulzusának megfelelő hullámhossz már a részecskék egymás közötti távolságának nagyságrendjébe esik, a gáz nem tekinthető ideális Boltzmann-féle gáznak, hanem a kvantumos effektusok lépnek előtérbe. Becsüljük meg ezek alapján, hogy ez milyen hőmérsékleten következik be a hélium 4-es tömegszámú izotópjára! (Ilyen hőmérsékleten a hélium valójában folyékony, sűrűsége kb. 125 kg/m^3, de a nagyságrendi eredmény így is érdekes[1].

2. Ha egy gáz hőmérséklete annyira nagy, hogy a részecskék átlagos mozgási energiája összemérhető a nyugalmi energiájukkal, akkor már nem érvényes a Maxwell-féle sebességeloszlás, hanem a relativisztikus képleteket kell használni. Hogyan néz ki ebben az esetben a részecskék sebessége nagyságának valószínűségeloszlása? Mekkora a legvalószínűbb sebesség? (A normálási állandóra nem vagyok kíváncsi.)

3. Nagy energiájú elektronokat szóratunk szabad, nyugvó elektronokon. Tegyük fel, hogy a szóródott elektron ütközés utáni energiáját és kilépési irányát is meg tudjuk mérni! A Compton-szórás elemzésének mintájára adjuk meg ezen két mennyiség között az összefüggést!

4. Bizonyítsuk be (a relativisztikus energia és impulzus kifejezéseit használva), hogy egy szabadon mozgó elektron nem tud egy fotont kibocsátani, azaz nem létezik olyan kezdő– és végállapot, ahol a kezdőállapotban egy szabad elektron van, a végállapotban pedig egy szabad elektron és egy foton, és az energia és az impulzus is megmaradt!

5. Mozogjon egy m tömegű részecske az x tengely mentén egy egydimenziós potenciálgödörben, ahol a helyzeti energia:
$$V(x) = \begin{cases} \infty, & \text{ha} \quad x < 0, \\ a \cdot x^5 & \text{ha} \quad x > 0, \end{cases}$$
ahol a dimenziós konstans (a ∞ pedig azt jelenti, hogy a részecske a határról visszapattan). A Sommerfeld-féle kvantumfeltétel alapján mik a lehetséges energiaszintek? (Segítség: gondoljunk az energiamegmaradásra!)

6. Mozogjon egy m tömegű részecske az x tengely mentén egy egydimenziós potenciálvölgyben, azaz a potenciális energiája legyen 0, ha $|x| > a$, és $-V_0$, ha $|x| < a$, ahol a a völgy „szélessége”. Tekintsük a periodikus mozgásait (vagyis a „kötött állapotokat”, amikor nem lép ki a völgyből). A Sommerfeld-féle kvantumfeltétel alapján mik a részecske lehetséges energiaszintjei? Hány darab kötött állapot lehetséges?

[1] A héliumra ez a fajta „elfajulás” kb. egybeesik a szuperfolyékonnyá válás jelenségével. A tényleges hőmérsékletérték kicsit más.

7. Vizsgáljuk a müonikus hidrogénatomot, azaz amikor a proton körül egy $m_\mu = 1,87 \cdot 10^{-28}$ kg tömegű müon „kering". Alkalmazzuk erre a képződményre a Bohr-féle hidrogénatom-modellt! Vegyük figyelembe, hogy a müon tömege nem elhanyagolható a protonéhoz képest, azaz a keringés a közös tömegközéppont körül történik. Mik a lehetséges energiaszintek?

8. Egy 1 MeV energiájú foton szóródik egy álló elektronon, és szórás után teljesen visszaverődik. Mekkora lesz a visszaszóródott foton frekvenciája, hullámhossza? Mekkora lesz az elektron kinetikus energiája? Mekkora lesz az elektron hullámhossza?

9. Ugyanez, mint az előbb, ha a foton az eredeti irányával $60°$-os szöget bezáró irányban halad tovább.

10. Tudjuk, hogyan csökken egy nyaláb intenzitása a megtett x távolság függvényében, ha állandó ρ_0 számsűrűségű közegen lőjük át, ahol egyforma σ teljes hatáskeresztmetszetű szórócentrumok vannak. Tegyük fel, hogy a közeg sűrűsége nem állandó, hanem az x koordináta függvényében $\rho(x) = \rho_0 e^{-x/L}$ módon változik. Hogyan csökken ekkor a bebocsátott nyaláb intenzitása?

11. Hány MeV energiájú α-részecske tudja az álló, szabad (de nem rögzített) ólomatommagot ($A = 206$, $Z = 82$) atommagsugárnyira megközelíteni? (Az atommagok sugara kb. $R = \sqrt[3]{A} \cdot 1,2$ fm, ahol A a tömegszám.)

12. Becsüljük meg a fúzió hőmérsékletét! Mekkora energiájú proton tud egy álló (de nem rögzített) másik protont a magerők $b \sim 1,2$ fm-es hatótávolságára megközelíteni (azaz „megérinteni")? Mekkora hőmérséklet felel meg ennek az energiának? Mi a helyzet, ha deutérium-deutérium, vagy deutérium-trícium ütközést vizsgálunk ugyanígy? Az atommagok sugara kb. $R = \sqrt[3]{A} \cdot 1,2$ fm, ahol A a tömegszám. (Megjegyzés: ténylegesen a fúzió sokkal kisebb hőmérsékleteken is működik, a majd később tanulandó *alagúteffektus* miatt.)

13. Lassú (termikus) neutronok a ^{238}U atommagban elnyelődnek (a folyamat hatáskeresztmetszete $\sigma = 2,68$ barn), a ^{235}U magban pedig vagy elnyelődnek (ennek hatáskeresztmetszete $\sigma = 98,8$ barn), vagy elhasítják (ennek hatáskeresztmetszete $\sigma_f = 582,6$ barn, és a hasadásból átlagosan 2,47 új neutron keletkezik). Egy valódi atomreaktorban a keletkezett neutronok egy α-nyi hányada ($0 < \alpha < 1$) elnyelődik másképp, mielőtt újra reakcióba léphetne az uránnal. Mennyi lehet maximálisan α, hogy a természetes uránban (melynek 0,72%-a ^{235}U) létrejöhessen a hasadási láncreakció, azaz minden hasadásból legalább 1 neutron újabb maghasadást okozzon?

14. A Compton-szórást vizsgáljuk kísérletileg: fotonokat szóratunk elektronokon. A fotonenergia $E_\gamma = 1$ MeV, a hatáskeresztmetszet a következő alakú:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \sigma_0 \times \left[A^3 + A^2\left(\cos^2\theta - 1\right) + A\right], \quad A = \frac{1}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)}, \quad ,\sigma_0 = 1,566\text{barn}.$$

(Ez az ún. Klein-Nishina-formula). Mérési elrendezésünkben másodpercenként 10^6 darab foton érkezik egy $d = 1$ cm vastag jégdarabra (sűrűsége $0,9$ g/cm^3, minden elektron szabadnak tekinthető). A 100% hatásfokú, $A = 1\text{cm}^2$ felületű detektorunkat $D = 2m$-re lerakva a szórási helytől hány foton beütését észleljük másodpercenként $\theta = 30°$-nál, $\theta = 45°$-nál, $\theta = 90°$-nál, $\theta = 180°$-nál?

Nagy Márton