Képletjegyzék az *Analízis II.* c. tárgyból fizikushallgatóknak, 2015. május

Ezek csak segédinformációk pontos definíciók és feltételek nélkül.

- Implicitfüggvény - tétel: Alkalmazzuk a Bolzano-tételt rögzített $x \in B_r(a)$ esetén az $y \to \Phi(x,y)$ függvényre!
- Feltételes szélsőérték: tekintsük az $x \to F(x, f(x))$ hozzárendeléssel definiált függvényt, ahol f a feltételre vonatkozó implicit függvény!
- Görbe hosszának kiszámítása: használjuk a töröttvonal hosszának kiszámításához a Lagrange-féle középértéktételt!
- Az f függvény vonalintgeráljának úttól való függetlensége: vezessük be az $F(s) = \int_a^s f(x)\mathrm{d}x$ hozzárendeléssel adott függvényt!
- Paraméteres integrál deriválása: az integrálandó függvény különbségi hányadosát adjuk meg a Lagrange-féle középértéktétellel!
- Cauchy-féle alaptétel: Írjuk fel az integrálandó mennyiség valós és komplex részét!
- Cauhcy-féle integrálformula: görbe helyett egy körön számoljunk, amit célszerűen paraméterezzünk!
- Cauchy-integrál deriváltja: a különbségi hányados és a (megsejtett) derivált különbségét becsüljük a görbe hossza és az integrálandó mennyiség becslése alapján.
- Taylor-sorfejtés: fejtsük külön sorba a Cauchy-integrálformulában szereplő nevezőt!
- Laurent-sorfejtés: induljunk ki a Cauchy-integrálformulában szereplő

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i}\left(\int_{S_{r_1}} \frac{f(\xi}{\xi - z}\,\mathrm{d}\xi - \int_{S_{r_2}} \frac{f(\xi}{\xi - z}\,\mathrm{d}\xi\right)$$

  azonosságból, ahol S_{r_1} megfelelő körvonalak.

- $\int_{\mathbb{R}} \frac{\cos x}{1+x^2}$ kiszámítása: a számlálóhoz adjunk hozzá $i\sin x$-et!
- A C_1 halmazon definiált integrál értelmes: tekintsük rögzített j-re az $f_j - g_k$ (monoton csökkenő) függvénysorozatot!
- Ha $f \in C_2$, akkor $f^+ \in C_2$: használjuk fel, hogy $f = f_1 - f_2$ esetén $f^+ = \max\{f_1, f_2\} - f_2$ teljesül!
- Beppo Levi - tétel: először C_1-beli függvényekre igazoljuk az állítást! Minden ilyenhez tartson egy nemnegatív lépcsősfüggvény-sorozat, amelynek részletösszegeit kell vizsgálni. Második rész: állítsuk elő C_1-beliek különbségeként úgy, hogy amit kivonunk, annak integrálja legfeljebb egy előre megadott pozitív érték.
- Háromszög-egyenlőtlenség az L_p-terekben: alkalmazzuk az $|\int_M fg| \leq \|f\|_p \|g\|_q$ egyenlőtlenséget!