

Geometriai optika és alkalmazásai

A TételWiki wikiből

Tartalomjegyzék

- 1 Bevezető, fény, fénysugár
- 2 A Fermat-elv
- 3 Az eikonál közelítés
 - 3.1 Az eikonál közelítés korlátai
- 4 Analógia a klasszikus mechanikával
 - 4.1 Ami az analógiából hiányzik
- 5 Paraxiális közelítés
- 6 Mátrix reprezentáció, leképezési törvények
 - 6.1 A leképezés fogalmai
 - 6.2 A gömbtükör fókusza
 - 6.3 A gömbtükör leképezési törvénye
 - 6.4 Vékony lencse fókusza
 - 6.5 Vékony lencse leképezése
 - 6.6 Összetett optikai rendszerek
 - 6.7 Általános leképezés
- 7 Optikai eszközök (távcső, mikroszkóp), felbontóképesség
 - 7.1 Vetítő, fényképező, nagyítólencse, szemüveg
 - 7.2 Mikroszkóp és felbontóképesség
 - 7.2.1 Felbontóképesség
 - 7.3 Távcső
- 8 Optikai jelenségek a természetben, kausztikák

Bevezető, fény, fénysugár

A geometriai optika nem foglalkozik a fény hullám, vagy részecske tulajdonságával. Pusztán a fény viselkedését írja le olyan távolság- és időértékeknél, melyek jóval nagyobbak, mint a fény néhány mennyiségi jellemzője.

Alapfeltevései ^[1]:

- a fény egyenes vonalban terjed, ha homogén közegben halad és semmi sincs az útjában
- közeghatárokon megtörik és/vagy visszaverődik
- visszaverődésnél a beesési és visszaverődési szög megegyezik
- törésnél a beesési és törési szög közötti összefüggést a Snellius-Descartes törvény adja meg:

$\sin\vartheta_b = n\sin\vartheta_t$, ahol ϑ_b a beesési, ϑ_t a törési (transzmissziós szög), n egy arányszám, az adott közeg (vákuumhoz viszonyított) törésmutatója.

- a fénysugarak közt egymásra hatás nem mutatkozik

A Fermat-elv

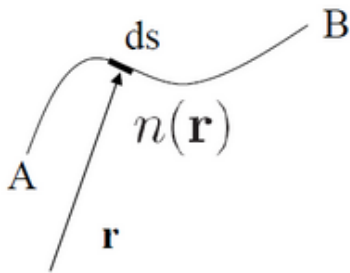
A Fermat-elv, vagy legrövidebb idő elve azt mondja ki, hogy két pont között a fény az összes lehetséges út közül azt választja, aminek megtételéhez a legrövidebb időtartam szükséges.^[2]

Közegben a fény sebessége: $\frac{c_0}{n}$, ahol n a fent említett törésmutató (mely függhet anyagtól, helytől, vagy a fény

színétől), c_0 pedig a vákuumbeli fénysebesség, értéke a Maxwell-egyenletek alapján: $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$, ahol

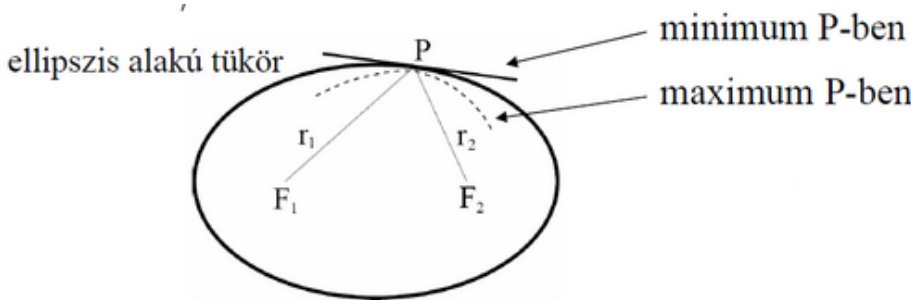
$\epsilon_0 = 8.8510^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$ a vákuum dielektromos állandója. $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$ a vákuum permeabilitása. A fentiek alapján: $c_0 = 299792458 \frac{m}{s}$.

A Fermat-elv tehát azt mondja ki, hogy a fény két pont között a legrövidebb idő alatt megtehető utat teszi meg. Kicsit pontosabban a fénysugár pályáját sok más szomszédos, csaknem azonos időt igénylő terjedési út közül választja.^[3] Ennek kiszámítása a következőképpen történik:



A fenti pályára vett integrálnak (ahol $n(\mathbf{r})$ helyfüggő változó) szélsőértéket kell adnia.

$$\int_A^B n(\mathbf{r}) ds = \text{extremum}, \text{ ahol } \mathbf{r} \text{ a helyvektor}^{[4]}. \text{ Pl.:$$



Az eikonál közelítés

	Homogén eset	Inhomogén eset
Hullámgörvénlet	$\frac{\partial^2 \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = c^2 \Delta \phi$	$\frac{\partial^2 \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = c^2(\mathbf{r}) \Delta \phi$
Megoldása	$\phi(\mathbf{r}, t) = A e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}$	$\phi(\mathbf{r}, t) = A(\mathbf{r}, t) e^{i\varphi(\mathbf{r}, t)}$

Az inhomogén esetben felírt megoldás csak a lassan változó amplitúdójú (A), és gyorsan változó fázisú ($\varphi - \lambda$ távolságon 2π -t változik) síkhullámokra vonatkozik. Lassan változó alatt azt értem, hogy a karakterisztikus hossz ($L \sim \frac{1}{\nabla n}$) jóval nagyobb, mint a hullámhossz (λ). Tehát inhomogén esetben, lassan változó amplitúdó és gyorsan változó fázis esetén $\varphi(\mathbf{r}, t)$ hordozza az információt, ez a geometriai optika.^[5]

A fenti inhomogén megoldást beírva a hullámgörvénletbe a következőt kapjuk:

$$\frac{\partial^2 \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = -A \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)^2 e^{i\varphi(\mathbf{r}, t)}$$

$$c^2(\mathbf{r}) \Delta \phi = A c^2(\mathbf{r}) (\text{grad} \varphi)^2 e^{i\varphi(\mathbf{r}, t)}$$

A fentiek alapján tehát:

$$\boxed{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)^2 = c^2(\mathbf{r})(grad\varphi)^2 \quad \text{Ez az eikonál-egyenlet.}}$$

Ahol $c(\mathbf{r}) = \frac{c_0}{n(\mathbf{r})}$, $n(\mathbf{r})$ pedig a lokális (helyfüggő) törésmutató.

Fejtsük sorba a fázist: $\varphi(\mathbf{r}, t) = \varphi_0 + \frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{r}}\mathbf{r} + \frac{\partial\varphi}{\partial t}t + \dots$

Majd írjuk be $\phi(\mathbf{r}, t)$ helyére: $\phi(\mathbf{r}, t) = Ae^{i\varphi} = Ae^{i\varphi_0}e^{i(\nabla\varphi\mathbf{r} + \frac{\partial\varphi}{\partial t}t)} \sim Ae^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}$

A fentiek fényében:

$$\mathbf{k}(\mathbf{r}, t) = grad\varphi(\mathbf{r}, t)$$

$$\omega(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial\varphi}{\partial t}$$

- Az eikonál-egyenlet egyszerűsödik, ha ω állandó, ekkor: $\varphi(\mathbf{r}, t) = -\omega t + \psi(\mathbf{r})$. Az jobb oldal utolsó tagjának neve "rövidített eikonál".

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} = -\omega(\mathbf{r}, t)$$

$$\} \Rightarrow \quad \omega^2 = \left(\frac{c_0}{n\mathbf{r}}\right)^2 (grad\psi)^2$$

$$grad\varphi = grad\psi$$

Az eikonál közelítés korlátai

A levezetés során a következő közelítéseket használtuk ki:

- Az amplitudó változása a hullámhosszal szorozva kisebb az amplitudónál,
- A hullámfelület görbületi sugara sokkal nagyobb a hullámhossznál,
- Az amplitudófelület görbületi sugara és a hullámhossz aránya sokkal nagyobb a hullámhossz és az amplitudó arányánál,
- A hullámfront lineáris méretei sokkal nagyobbak a hullámhossznál.

Ezek fényében az eikonál közelítés nem használható például fényforrások illetve fókuszpontok közelében, fény-árnyék határán. Továbbá mindezen feltételek erősen függenek a tekintett hullám hullámhosszától.

Analógia a klasszikus mechanikával

A fentiek fényében itt csak egy rövid táblázatban foglalnám össze a legfontosabbakat^[6]:

	Pontmechanika	Geometriai optika
Hatásintegrál	$S(\mathbf{r}, t) = \int_{P_0}^P L(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) dt$	$\varphi(\mathbf{r}, t)$
	$\mathbf{p} = gradS$	$\mathbf{k} = grad\varphi$
		$\mathbf{p} \sim \mathbf{k}$
		$\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$

$$E = -\frac{\partial S}{\partial t} \qquad \omega = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$$

$$\frac{E}{\hbar} \sim \omega$$

$$E = \hbar\omega$$

Hamilton-Jacobi egyenlet

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = H(\mathbf{r}, \mathbf{p} = \text{grad}S) \qquad -\frac{\partial \phi}{\partial t} = \Omega(\mathbf{r}, \mathbf{k} = \text{grad}\phi)$$

$$E = H(\mathbf{r}, \mathbf{p})$$

$$\omega = \Omega(\mathbf{r}, \mathbf{k})$$

E mozgásállandó

$$S(\mathbf{r}, t) = -Et + S_0(\mathbf{r})$$

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = -\omega t + \psi(\mathbf{r})$$

Rövidített

Hamilton-Jacobi egyenlet

$$E = H(\mathbf{r}, \mathbf{p} = \text{grad}S)$$

$$\omega = \Omega(\mathbf{r}, \mathbf{k} = \text{grad}\varphi)$$

Hamilton-féle kanonikus egyenletek

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{\partial H(\mathbf{r}, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}}$$

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{\partial \Omega(\mathbf{r}, \mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}}$$

Hamilton-féle kanonikus egyenletek

$$\dot{\mathbf{p}} = -\frac{\partial H(\mathbf{r}, \mathbf{p})}{\partial \mathbf{r}}$$

$$\dot{\mathbf{k}} = -\frac{\partial \Omega(\mathbf{r}, \mathbf{k})}{\partial \mathbf{r}}$$

Maupertius-elv $\delta \int \mathbf{p} d\mathbf{r} = 0$

$$\delta \int \mathbf{k} d\mathbf{r} = 0 = \frac{\omega}{c_0} \delta \int n(\mathbf{r}) dl \sim \delta \int n(\mathbf{r}) dl =$$

A Hamilton-féle sugáregyenletekből paraxiális közelítésben levezethető a lencsetörvény.

Ami az analógiából hiányzik

Pontmechanikában a Lagrange-függvény:

$$L(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) = \mathbf{p}\dot{\mathbf{r}} - H, \text{ ahol } \mathbf{p} = \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \text{ és } H = \mathbf{p}\dot{\mathbf{r}} - L = \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{r}}} \dot{\mathbf{r}} - L$$

Keressük meg ugyanezt az optikában:

$$L(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) = \mathbf{k}\dot{\mathbf{r}} - \Omega, \text{ ahol } \Omega = c(\mathbf{r}) |k| \text{ és } \dot{\mathbf{r}} = \frac{\partial \Omega}{\partial \mathbf{k}} = c(\mathbf{k}) \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|}$$

A fentiek alapján a Lagrange-függvény az optikában:

$$L(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}) = \left(c(\mathbf{r}) \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|} \right) \mathbf{k} - c(\mathbf{r}) |\mathbf{k}| \equiv 0 \text{ A Lagrange-függvény az optikában azonosan nulla.}$$

A mechanikai törésmutató meghatározásánál figyelni kell arra, hogy az analógiát ne a Fermat-elvből levezetett

$$\omega \delta \int \frac{1}{c(\mathbf{r})} dl \text{ és ennek mintájára felírt } \delta \int \frac{1}{v(\mathbf{r})} dl \text{ egyenlet között vegyük, mert } c(\mathbf{r}) \text{ a fázissebesség, a}$$

mechanikai analógiában látott $\frac{1}{v(\mathbf{r})}$ -ben a $v(\mathbf{r})$ a csoportsebességnek feleltethető meg, melynek értéke az optikában:

$$\mathbf{v}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}}. \text{ A helyes analógia a Fermat-elv és a Maupertius-elv közötti megfeleltetés. Ezt végigszámolva a}$$

mechanikában a törésmutató értékére a következőt kapjuk:

$$0 = \delta \int \mathbf{p}(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = \delta \int |p| dl = \delta \int \sqrt{2m(E - V(\mathbf{r}))} dl, \text{ mivel } E = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} - V(\mathbf{r}). \text{ Ennek nyomán a}$$

törésmutató analogonja a mechanikában: $n(\mathbf{r}) = \sqrt{E - V(\mathbf{r})}$. $V(\mathbf{r}) = eU(\mathbf{r})$ alkalmas megválasztásával

elektrosztatikus lencsék/tükrök készíthetőek.

Részecske

$n(\mathbf{E}, \mathbf{r})$ függ a részecske energiájától, diszperzív közeg $n(\omega, \mathbf{r})$ diszperzió

Éles képhez monoenergetikus nyaláb kell.

$n(\mathbf{r})$ -re nincs korlát

Optika

$n(\omega, \mathbf{r})$ diszperzió

Éles képhez monokromatikus fény kell.

$n > 1$, mert $c < c_0$

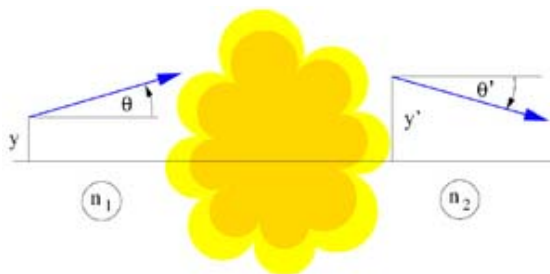
Paraxiális közelítés

Paraxiális közelítésben hengersizmetrikus, tengelyközeli rendszereket vizsgálunk^[7].

- A tengelytől való távolság kisebb, mint bármilyen releváns fókustávolság, vagy rendszer méret.
- A sugarak szögei kicsik a tengelyhez képest. ($\vartheta \ll 1$)

Ebben a közelítésben: $\sin\vartheta \approx \tan\vartheta \approx \vartheta$

A fénysugarakat az optikai tengelytől mért (előjeles!) y távolsággal, és szintén az optikai tengellyel bezárt (előjeles!^[8]) szöggel jellemezzük.



Mátrix reprezentáció, leképezési törvények

Tetszőleges paraxiális rendszerben a fény terjedése leírható mátrix-, és vektorműveletekkel^[9]:

$$\begin{pmatrix} y \\ n_1\vartheta \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} y' \\ n_2\vartheta' \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} y' \\ n_2\vartheta' \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} y \\ n_1\vartheta \end{pmatrix}$$

Három alapesetre vonatkozó terjedési mátrix:

Szabad terjedés Törés gömbfelületen Visszaverődés gömbfelületről

$$\begin{matrix} 1 & \frac{d}{n} & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{n_1-n_2}{R} & 1 & -\frac{2n}{R} & -1 \end{matrix}$$

A mátrix reprezentációnál a fénysugarat követve a mátrixokat balról jobbra szorozzuk össze, így megkapjuk a teljes rendszert leíró optikai mátrixot. (Fontos, hogy a fénysugarat kövessük, mert menet közben pl. meg is fordulhat.)

Tetszőleges paraxiális optikai rendszerre igaz, hogy $\det M = \pm 1$.

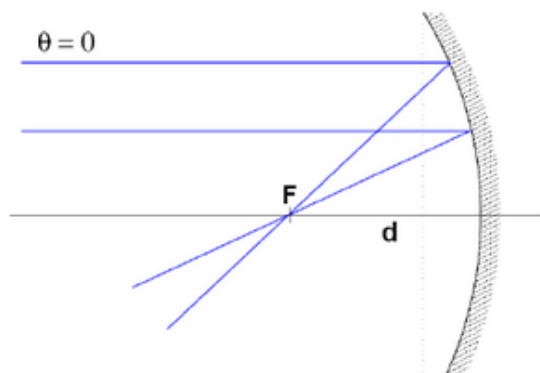
A leképezés fogalmai

- **Fókuszpont:** minden párhuzamos fénysugarat egy pontba gyűjtünk össze, y' -től függetlenül valahol nulla lesz.
- **Leképezés:** egy pont leképezése során a pontból kiinduló fénysugarat ϑ -tól függetlenül egy másik pontba gyűjtjük össze.

A gömbtükör fókusza

A rendszer leképezési mátrixa egy szabad terjedési mátrixból és egy visszaverődési mátrix szorzatából áll, balról

jobbra összeszorozva: $\begin{pmatrix} y' \\ \vartheta' \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} y \\ 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{2d}{R} & \frac{d}{n} \\ -\frac{2n}{R} & -1 \end{pmatrix}$ (Theta azért nulla, mert a tengellyel párhuzamosan érkeznek a sugarak:



$$\begin{pmatrix} y' \\ \vartheta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(1 + \frac{2d}{R}\right) y \\ -\frac{2n}{R} y \end{pmatrix} \rightarrow y' = \left(1 + \frac{2d}{R}\right) y$$

És mivel a fókuszpontban $y' = 0$, ezért $d \equiv f = -\frac{R}{2}$

A gömbtükör leképezési törvénye

A rendszer leképezési mátrixa most egy tárgytól a tükörig tartó szabad terjedésből, egy visszaverődésből, és egy tükörtől a leképezésig tartó szabad terjedésből áll. A terjedési mátrix e három szorzata:

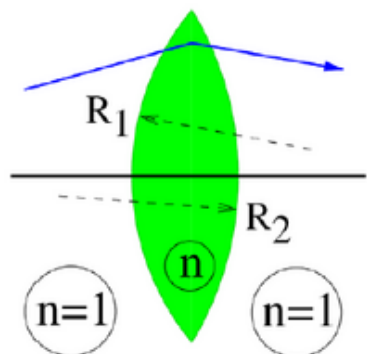
$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{2k}{R} & k + \left(1 + \frac{2k}{R}\right) t \\ -\frac{2}{R} & -1 - \frac{2t}{R} \end{pmatrix}$$

Mivel y' a leképezésnél független ϑ' -tól, ezért a mátrix első sorának második eleme nullát ad, így (a gömbtükör fókuszára voantkozó összefüggés felhasználásával) megkapjuk a már ismert leképezési törvényt:

$$k + \left(1 + \frac{2k}{R}\right) t = k + \left(1 - \frac{k}{f}\right) t = 0 \rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{k} + \frac{1}{t}$$

Vékony lencse fókusza

Egy vékony lencsénél két törőfelületről beszélhetünk, melyek két, R_1 és R_2 sugarú gömbfelületből állnak. A lencse anyagának törésmutatója n , a lencsét körülvevő közegé 1. A bal oldali törőfelület mátrixa M_L , a jobb oldalié M_R :



$$M_L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n-1}{R_2} & 1 \end{pmatrix} M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1-n}{R_1} & 1 \end{pmatrix}$$

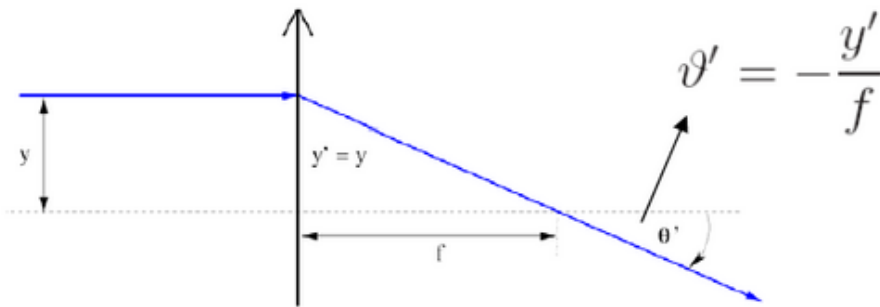
Ezek szorzata a rendszert leíró mátrix ezek szorzata (balról jobbra haladva, előjelesen):

$$M = M_R M_L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ (n-1) \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) & 1 \end{pmatrix}$$

Az optikai tengellyel párhuzamosan beérkező fénysugár változása a rendszeren való áthaladás után:

$$\begin{pmatrix} y' \\ \vartheta' \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} y \\ \vartheta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y \\ yM_{21} \end{pmatrix}$$

És mivel:



Így $M_{21} = -\frac{1}{f}$, tehát a fókusz távolság: $\frac{1}{f} = M_{21} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$.

Vékony lencse leképezése

A vékony lencse leképezésének leírásához három mátrixot kell figyelembe vennünk, egyszer a képtávolságnyi szabad terjedés mátrixát, egyszer a törés mátrixát (a fent megismert összefüggés alapján), egyszer pedig a lencsétől a képtávolsáig terjedő szabad terjedés mátrixát. Ezeket összeszorozva kapjuk meg a teljes optikai rendszer mátrixát, ami a következőképpen néz ki:

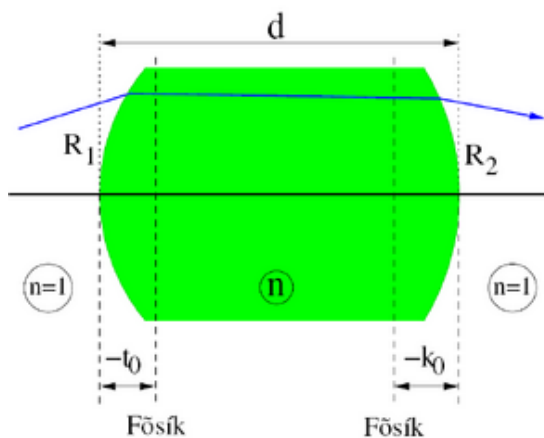
$$M = \begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{k}{f} & k + t - \frac{kt}{f} \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{t}{f} \end{pmatrix}$$

Mivel leképezésnél y' független ϑ -tól, ezért $M_{12} = 0 \rightarrow k + t - \frac{kt}{f} = 0 \rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{k} + \frac{1}{t}$. Azaz itt is igaz a leképezési törvény.

Összetett optikai rendszerek

Összetett optikai rendszereknél nem mindig igaz elsősre a leképezési törvény, de mint látni fogjuk, kis trükkkel újra igazgá tehetjük.

- Sok egymás melletti vékony lencse esetén esetén a dioptriák $\left(D = \frac{1}{f} [1/m] \right)$ összeadódnak.
- Vastag lencsék esetén szükség van az úgynevezett fősíkok bevezetésére. A fősíkok (lásd lejjebb) használatával a leképezési törvény újra igazgá tehető:



A tárgy-, és a képtávolságot a fősíktól mérve a leképezési törvény ismét igaz lesz. A fősíkok kiszámítása a következőképpen történik:

$$t_0 = f \frac{d}{R_2} \frac{n-1}{n}, k_0 = -f \frac{d}{R_1} \frac{n-1}{n}$$

A fókusz-távolságot vastag lencsék esetén a következő összefüggés adja meg (ez a lencsekészítők alapképlete). Egyébként ez három mátrix szorzásából ered: a vékony lencse jobb-, és bal oldali törőmátrixa közé be kell iktatni egy n törésmutatójú közegben történő szabad terjedés mátrixát (ezzel jelezzük, hogy vastag lencséről van szó). E három mátrix szorzatából lehet megkapni a vastag lencse, mint optikai rendszer mátrixát.

A fókusz-távolságot lencsére a rendszermátrix második sorának első eleméből lehet megkapni (mint fentebb láthattuk): $\frac{1}{f} = (1-n) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + d \frac{n-1}{n R_1 R_2} \right)$

Általános leképezés

Teljesen általános leképezés esetén a leképezési mátrix: $M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}$. Ezzel az a probléma, hogy nem lehet tudni, hogy hol a rendszer eleje és vége. Így módosítjuk egy kicsit:

$M' = \begin{pmatrix} 1 & k_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ k_0 és t_0 alkalmas megválasztásával (és kihasználva azt a

tényt, hogy **tetszőleges paraxiális optikai rendszer leképezési mátrixának determinánsa $\det M = \pm 1$**):

$$t_0 = \frac{1}{M_{21}} (\det M - M_{22}) = \frac{1}{M_{21}} (\pm 1 - M_{22}), k_0 = \frac{1}{M_{21}} (\det M - M_{11}) = \frac{1}{M_{21}} (\pm 1 - M_{11})$$

Így M' a következőképpen egyszerűsödik:

$$M' = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1-\det M}{M_{21}} \\ M_{21} & 1 \end{pmatrix}, \text{ ami - mivel } \det M = \pm 1 - M' \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ M_{21} & 1 \end{pmatrix}.$$

Láttuk, hogy vékony lencsénél a mátrix éppen így néz ki, így meg tudjuk mondani a fókusz-távolságot: $\frac{1}{f} = -M_{21}$.

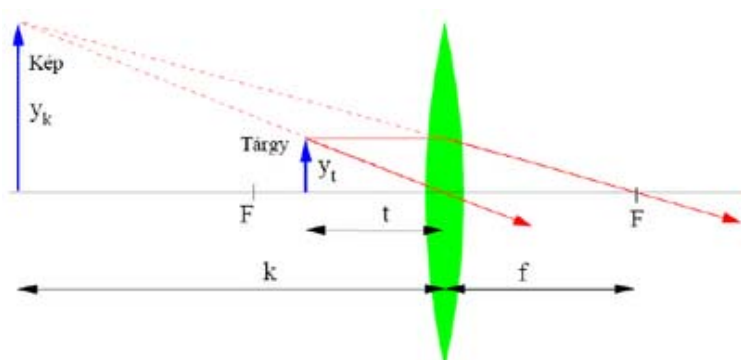
Optikai eszközök (távcső, mikroszkóp), felbontóképesség

Az optikai eszközök közül néhányról csak említés szintjén, és a címben szereplő távcsőről és mikroszkópról részletesebben fogok írni.

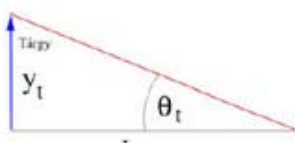
Vetítő, fényképező, nagyítólencse, szemüveg

- Vetítő: egy egyszerű lencse (és egy tükör) segítségével a tárgyról távoli, nagyított képet állít elő.

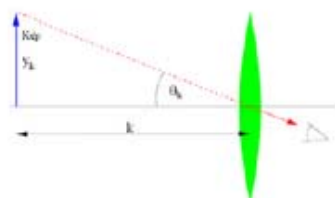
- Fényképező: távoli tárgyról készít kicsinyített, valódi képet tükrök, lencsék és blendék (fényerőszabályzók) használatával. A képek felvétele fényérzékeny anyagra, vagy újabban CCD-chipek segítségével valamilyen digitális tárolóegységre (általában memóriakártya) történik.
- Nagyítólencse (lupe): nagyított, virtuális ($k < 0$) képet készít a fókusz távolságnál *közelebb* lévő tárgyról:



szabadszemmel:



lupével:



A lupe nagyító tulajdonságát két szempontból is érdemes megvizsgálni, az egyik a **laterális nagyítás**

(képméret/tárgyméret): $N = \frac{y_k}{y_t} = \frac{-k}{t} = \frac{f}{f-t}$ A másik a szögnyújtás:

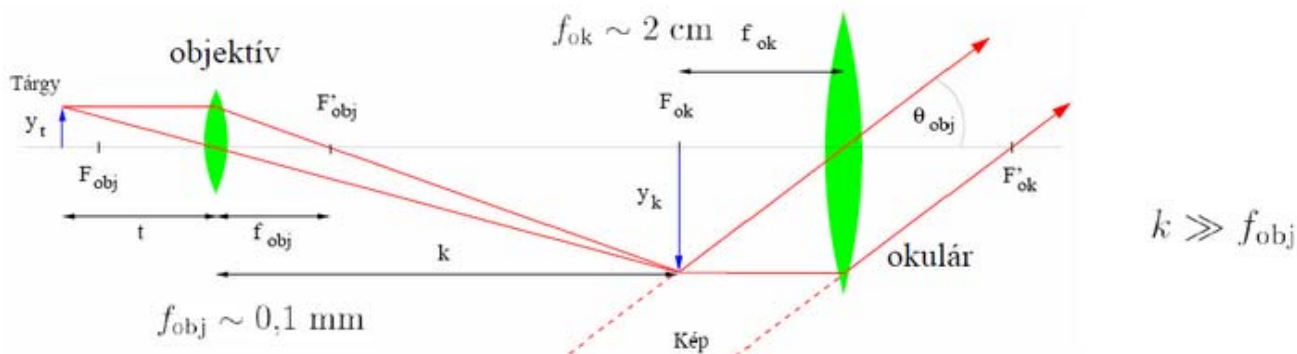
$$N_{szög} = \frac{\theta_k}{\theta_t} \approx \frac{tg\theta_k}{tg\theta_t} = \frac{y_k/(-k)}{y_t/L_0} = \frac{-k}{t} \frac{L_0}{-k} = \frac{L_0}{t} \approx \frac{L_0}{f}, \text{ mivel } k > L_0 \gg f \rightarrow t \approx f$$

A lupe azért hasznos, mert a tisztánlátás távolsága körülbelül $L_0 \sim 25\text{cm}$ (viszonylag szubjektív adat), a lupe segítségével pedig ennél nagyobb távolságú tárgyakat is tisztán láthatóvá tehetünk.

- Szemüveg: korrekciós lencse a szemlencse elé (a szemlencse kb. 60-64 dioptriás). *Rövidlátás* esetén a fénytörés túl erős, a kép a retina előtt fókuszálódik, *szórólencse* kell ($D < 0$). *Távollátás* esetén a fénytörés nem elég erős, a kép a retina mögött fókuszálódik, *gyűjtőlencse* kell ($D > 0$).

Mikroszkóp és felbontóképesség

A lupe - bár sokmindenre jól használható - alapproblémája az, hogy nem tudjuk elég közel helyezni a szemünket. Ennek megoldására használjuk két lencsét, az egyik levetíti a képet (objektív), a másik pedig a lupe (okulár).



Egy mikroszkópban az objektív és az okulár fókusz síkjai egymástól a mikroszkóp felépítése által meghatározott,

állandó távolságban vannak. Ez az optikai tubushossz ($F_{obj}F_{ok} = \Delta$). Egy mikroszkópban ennek szabványos értéke 160 mm.^[10]

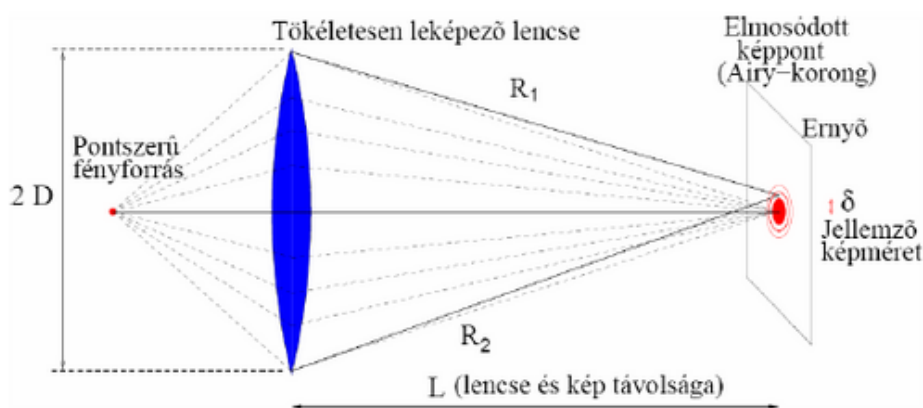
Az objektív laterális nagyítása: $N_{obj} = \frac{y_k}{y_t} = \frac{k}{t} = \frac{k - f_{obj}}{f_{obj}}$. A mikroszkóp szögnagyítása:

$$N_{szög} = \frac{\theta_{obj}}{\theta_t} \approx \frac{tg\theta_{obj}}{tg\theta_t} = \frac{y_k/f_{ok}}{y_t/L_0} = \frac{y_k}{y_t} \frac{L_0}{f_{ok}} = \frac{\Delta}{f_{obj}} \frac{L_0}{f_{ok}}$$

A tipikus nagyítás nagyságrendileg $1000 * 10$.

Felbontóképesség

Az optikai eszközök felbontóképességét a hullámoptika közelíthetősége határolja be. Tökéletes leképezést feltételezve a Fermat-elv szerint minden képalkotásban résztvevő fényút optikai úthossza megegyezik. A hullámoptika szerint mindenféle pályán haladhat a fény, de **ott lesz nagy az amplitúdó, ahol körülbelül azonos fázisban érkeznek a hullámok.**



Szögnagyítás: $\frac{\delta}{L} < \frac{\lambda}{D}$. Azaz minden lencse megfelel egy résnek, amely $\frac{\lambda}{D}$ nagyságú diffrakciót okoz. Ez azt jelenti,

hogy a mikroszkóp maximális felbontása: $f \frac{\lambda}{D}$. A lencsére jellemző $\frac{D}{f}$ hányadost numerikus apertúrának nevezik.

(Vannak más definíciók is a numerikus apertúrára, pl: $nsin\alpha$, ahol $tg\alpha = \frac{D}{f}$. D/f tipikus értéke 0,3 körüli, de a maximálisan elérhető felbontóképesség akár a hullámhossz nagyságrendjébe esik.

Távcső

A távcsövek konfokális (egybeeső fókuszponttal rendelkező) összetett lencserendszerek. A tárgy a végtelenben van, a kép is egy végtelen távoli pontban keletkezik. Laterális nagyításról tehát nincs értelme beszélni, csak szögnagyításról.

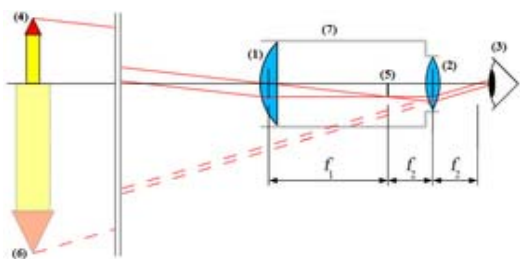
Mátrixoptikával úgy lehet leírni, hogy egy fókuszálás, majd szabad terjedés, majd még egy fókuszálás megy végbe, ez három mátrix szorzataként írható fel. Formálisan a fókusz távolság végtelen, ha a két lencse közötti távolság $d = f_1 + f_2$.

Szögnagyítás: $|M_{22}| = \frac{f_2}{f_1}$

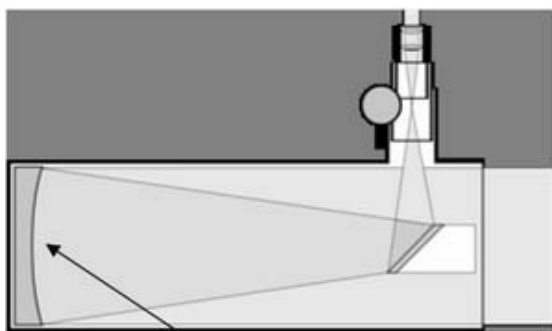
Távcső felbontása: $\frac{\lambda}{D}$, ahol D a távcső lencsájének átmérője (csillagászati távcsöveknél 10 m nagyságrendű).

A különböző típusú távcsövekről:

- Kepler távcső (csillagászati távcső): két gyűjtőlencse, $d = f_{obj} + f_{ok}$

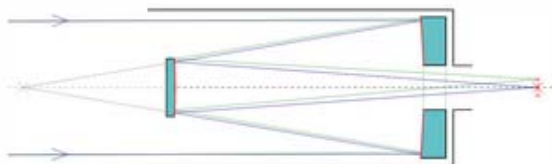


- Galilei-féle távcső (színházi távcső): az objektívje gyűjtőlencse, az okulárja szórólencse, és $d = f_{obj} - f_{ok}$, egyébként ugyanaz, mint az előző.
- Newton-távcső: hasonló elvi elrendezése fentiekhez, ám ezúttal tükrökkel megvalósítva.



parabola tükör

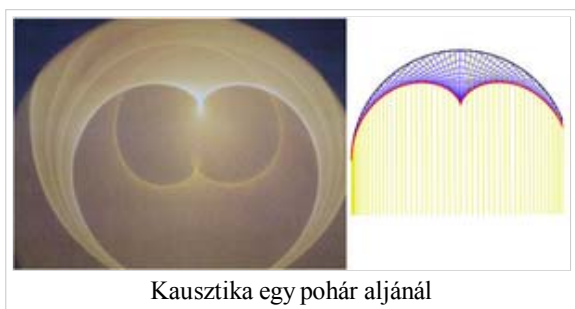
- Cassegrain-távcső: szintén tükrös távcső, az alábbi elrendezéssel.



A tükrös távcsövek előnye a lencsésekkel szemben, hogy olcsóbban, nagyobb átmérőjű tükrök állíthatóak elő, ezáltal jobb felbontást lehet elérni. Valamint ugyanolyan felbontást kisebb méretű távcsővel lehet elérni.

Optikai jelenségek a természetben, kausztikák

Először ejtsünk néhány szót a kausztikákról. A kausztika jelentése: görbesereg burkolója. Az optikában kausztikák akkor alakulnak ki, ha (közel) párhuzamos fénysugarak esnek egy nem sík felületre. Emiatt alakul ki a szivárvány, a tavakon naplementekor látható fényes sávok, valamint a henger alakú üvegalkalmazások alján látható furcsa fényfoltok.



Kausztika egy pohár aljánál

- A szivárvány: feltételezzük, hogy a vízcseppek gömb alakúak (nem teljesen igaz, de a jelenség lényegileg nem változik sokat a gömbtől eltérő cseppalak esetén sem). Ha sok párhuzamos fénynyaláb érkezik rá egy irányból,

akkor ezek a csepp határán megtörnek, majd a cseppben haladnak, annak falán (akár többször is) visszaverődnek, ezáltal (mivel a különböző színű (frekvenciájú) fénysugarak egy kicsit eltérően törnek ugyanolyan törésmutatójú közegben is) a különböző színek szétválnak, máshol lépnek ki cseppből néhány visszaverődés után. Ha sok ilyen csepre esnek ugyanolyan irányból érkező párhuzamos fénysugarak, akkor a cseppekből a fény nagy része ugyanolyan irányban jut ki, ezt látjuk szivárványnak.



- Nagyobb tavaknál, például már a Balatonnál is lehet látni naplementekor a következő jelenséget: ha a vízre nézük, fényes csíkot látunk rajta, mintha a Nap ráfolyt volna a vízre egy sávon. Ennek oka, hogy a víz hullámzik, így a fénysugarak különböző irányba verődnek vissza a felületéről, ahogy azt az alábbi ábra is szemlélteti:



A fényes sávot azért látjuk, mert minden hullámnak van olyan része, ami a szemünk irányába veri vissza a fényt, így a sok különböző helyről szemünkbe jutó napfényt egy összefüggő fényes sávnak látjuk.

1. ↑ Feynman: Mai fizika 3., 7-8. old.
2. ↑ Feynman: Mai fizika 3., 10-12. old.
3. ↑ Feynman: Mai fizika 3., 16-17. old.
4. ↑ Optika és relativitáselmélet, 1. előadás, 16. oldal, [1] (http://complex.elte.hu/~cserti/okt/O_SpR-1.pdf)
5. ↑ Optika és relativitáselmélet, 6. előadás, 2. oldal [2] (http://complex.elte.hu/~cserti/okt/O_SpR-6.pdf)
6. ↑ Optika és relativitáselmélet, 6. előadás, 4. oldal [3] (http://complex.elte.hu/~cserti/okt/O_SpR-6.pdf)
7. ↑ Optika és relativitáselmélet, 7. előadás, 5. oldal [4] (http://complex.elte.hu/~cserti/okt/O_SpR-7.pdf)
8. ↑ Negatív: óramutató járásával megegyező, pozitív: óramutató járásával ellentétes.
9. ↑ A teljes fejezet az Optika és relativitáselmélet 7. órájának fóliáiból lett összeálltva
10. ↑ Havancsák Károly: Mérések a klasszikus fizika laboratóriumában, 188. old.

Záróvizsga tematika

A klasszikus mechanika alapjai | A klasszikus mechanika elméleti tárgyalása | A relativitás elmélet alapjai | Egzaktnak megoldható fizika problémák | Folytonos közegek mechanikája | Fenomenológikus termodinamika | Elektro- és magnetosztatika, áramkörök | Elektrodinamika | Hullámegyenlet és hullámoptika | **Geometriai optika és alkalmazásai** | A kvantumelmélet alapvető kísérletei | A kvantummechanika elméleti háttere | Atom- és molekulaszervezet | A magfizika alapjai | A termodinamika statisztikus alapozása | Kvantumstatisztikák | Kölcsönható rendszerek, mágneses anyagok | Kristályos anyagok fizikája | Nemegyensúlyi folyamatok leírása | Az asztrofizika alapjai

Tételek

A lap eredeti címe: „http://mafihe.hu/~wiki/wiki/index.php/Geometriai_optika_%C3%A9s_alkalmaz%C3%A1sai”

- A lap utolsó módosítása: 2009. augusztus 19., 20:19