7. Eldin.:

Elektromos és mágneses jelenségek dinamikájának leírása.

Azaz, $\underline{D}(\underline{r},t)$, $\underline{E}(\underline{r},t)$, $\underline{B}(\underline{r},t)$, $\underline{H}(\underline{r},t)$ megadása $\rho(\underline{r},t)$ és $j(\underline{r},t)$ esetén.

Maxwell:

$$\left.\begin{aligned}
&\text{I. } \operatorname{div} \underline{D}(\underline{r},t) = \rho(\underline{r},t) \\
&\text{II. } \operatorname{rot} \underline{E}(\underline{r},t) = -\frac{\partial \underline{B}(\underline{r},t)}{\partial t} \\
&\text{III. } \operatorname{div} \underline{B}(\underline{r},t) = 0 \\
&\text{IV. } \operatorname{rot} \underline{H}(\underline{r},t) = j + \frac{\partial \underline{D}}{\partial t}
\end{aligned}\right\} + \begin{aligned}
&\underline{D} = \underline{D}(\underline{E},\underline{B}) \\
&\underline{H} = \underline{H}(\underline{E},\underline{B})
\end{aligned}$$

anyagi egyenletek

$\underline{J} = \underline{J}(\underline{E},\underline{B})$ vezető közegben (Ohm tv.).

Gyenge terek esetén $\underline{D} = \underline{\underline{\varepsilon}}\,\underline{E}$, $\underline{H} = \underline{\underline{\mu}}'\,\underline{B}$ (Fourier térben általánosan)

pl: izotróp: $\underline{D} = \varepsilon \underline{E}$, $\underline{H} = \frac{1}{\mu}\underline{B}$

Emellett töltött részecskék mozgása: $\underline{F} = q(\underline{E} + \underline{v} \times \underline{B}) \rightarrow$ Lorentz erő.

Kontinuitási egyenlet:

div-je a IV-nek:

$$\boxed{\operatorname{div} j + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0}$$

Indukció:

II. Maxwell egyenlet. Faraday vette észre, h mágn. fluxus változik $\rightarrow$ elektromos tér lesz.

$$\frac{d}{dt}\int \underline{B}\,d\underline{A} = \underbrace{\int \frac{\partial \underline{B}}{\partial t}\,d\underline{A}}_{\text{nyugalmi indukció}} + \underbrace{\oint (\underline{B}\times\underline{v})\,d\underline{l}}_{\text{mozgási}} = -\oint \underline{E}'\,d\underline{l}$$

mozgó kontúr, $\underline{E}'$ a kontúrhoz rögz. vonatk. rendszerben mért tér.

<u>Mértékinv.</u> (* mert nagyon fontos, kérhetik):

III Maxwell: $\operatorname{div}\underline{B} = 0 \Rightarrow \exists \underline{A},\ \underline{B} = \operatorname{rot}\underline{A}$

$$\underline{A} \longmapsto \underline{A}' = \underline{A} + \underline{\nabla}\psi$$

ua mágneses teret adja.

Szimmetriája az elméletnek $U(1)$ csoport.

<u>El. mágn. tér energiája:</u>

~~A~~ $\underline{B}$ mágn. mező nem végez munkát a töltésen ($\perp$ a $\underline{v}$-re).
EM mezők ~~...~~ munkájának teljesítménye q töltésű $\underline{v}$ sebességű részecskén: $q\underline{E}\cdot\underline{v}$ folyt. esetben:

$$\int_V \underline{j}\cdot\underline{E}\,d^3x$$

EM energia átalakulása mech., termikus energiává

IV. Maxwell:

$$\int_V \underline{j}\cdot\underline{E}\,d^3x = \int_V \left(\underline{E}\operatorname{rot}\underline{H} - \underline{E}\frac{\partial \underline{D}}{\partial t}\right)d^3x$$

$$\operatorname{div}(\underline{E}\times\underline{H}) = \underline{H}\operatorname{rot}\underline{E} - \underline{E}\operatorname{rot}\underline{H} \overset{M\,II}{=} -\underline{H}\frac{\partial \underline{B}}{\partial t} - \underline{E}\operatorname{rot}\underline{H}$$

$$\int_V \underline{j}\,\underline{E}\,d^3x = \int_V \Big(\underbrace{-\underline{H}\frac{\partial \underline{B}}{\partial t} - \underline{E}\frac{\partial \underline{D}}{\partial t}} - \mathrm{div}(\underline{E}\times\underline{H})\Big)d^3x$$

Ha lineáris a közeg, / kicsi a diszperzió, veszteség:

$$-\frac{\partial}{\partial t}\underbrace{\frac{1}{2}\left(\underline{E}\,\underline{D} + \underline{B}\,\underline{H}\right)}_{u} = -\frac{\partial u}{\partial t}$$

$$-\int_V \underline{j}\,\underline{E}\,d^3x = \int_V \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \mathrm{div}(\underline{E}\times\underline{H})\right)d^3x$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \mathrm{div}\,\underline{S} = -\underline{j}\cdot\underline{E}$$

$\underline{S} = \underline{E}\times\underline{H}$ Poynting-vektor $\Rightarrow$ energia áramlás

__Impulzus:__

imp. változás sűrűség: $\rho\underline{E} + \underline{j}\times\underline{B}$

$$\int_V (\rho\underline{E} + \underline{j}\times\underline{B})\,d^3x = \int \varepsilon_0\Big(\underline{E}\,\mathrm{div}\,\underline{E} + \overbrace{c^2\underline{B}\,\mathrm{div}\,\underline{B}}^{0} + c^2\,\mathrm{rot}\,\underline{B}\times\underline{B} + $$
$$+ \varepsilon_0\,\underline{B}\times\frac{\partial \underline{E}}{\partial t}\Big)$$

$\vdots$

$$\int d^3x\,\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{c^2}(\underline{E}\times\underline{H})\right) + \int d^3x\,\mathrm{Div}\,\underline{\underline{T}} = \int(\rho\underline{E} + \underline{j}\times\underline{B})\,d^3x$$

$\underline{g} = \frac{1}{c^2}(\underline{E}\times\underline{H})$

$\downarrow$

EM mező imp. sűrűsége

$\Downarrow$

Maxwell feszültség tenzor.

$$T_{ij} = \varepsilon_0\left(E_iE_j + c^2B_iB_j - \frac{1}{2}(\underline{E}\,\underline{E} + c^2\underline{B}\,\underline{B})\delta_{ij}\right)$$

impmomentum:

impmomentum sűrűség: $\underline{\ell} = \underline{r} \times \underline{g} = \frac{1}{c^2} \underline{r} \times (\underline{E} \times \underline{H})$

$$M_{ijk} = T_{ij} x_k - T_{ik} x_j$$

j,k-ban szimm. ⇒ 3 fgtlen elem ⇒
⇒ kétindexes tenzorként írható

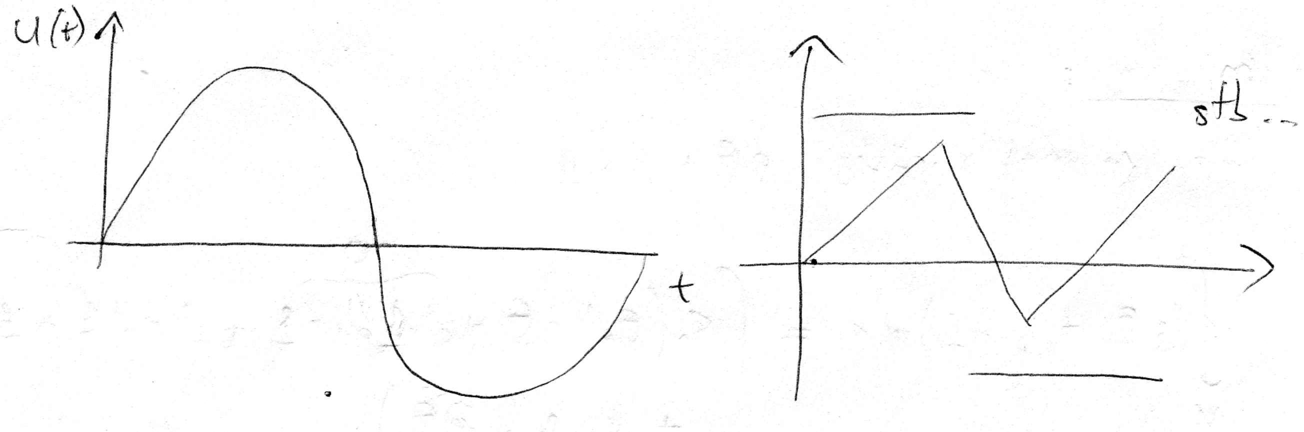
: $\overleftrightarrow{\underline{M}}$

$$\frac{\partial \underline{\ell}}{\partial t} + \mathrm{div}\, \overleftrightarrow{\underline{M}} = - \frac{\partial \underline{\ell}_{mech}}{\partial t}$$

---

váltakozó áram:

Áram iránya periodikusan változik:



Hatékonyan szállítható nagy távolságokra. A feszültség transzformálása sokkal egyszerűbb mint DC esetben.
viszont Skin-effektus ⇒ effektív ellenállás megnő ⇒ veszteségek

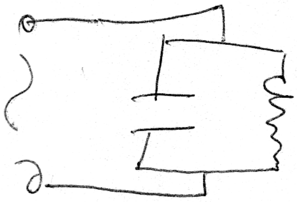
sinusos esetben effektív: $\frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$

Ált: 50–60 Hz Mo.-n 230 V.

Rezgőkörök:

R, L, C elemekből épített áramkörök.

Legegyszerűbb LC kör:



LC között áramol az energia ide-oda.

K-II, K-I: $i_C + i_L = 0$ $\quad V_L = V_C$

$$V_L = L\frac{di_L}{dt} \qquad i_C = C\cdot\frac{dV_C}{dt}$$

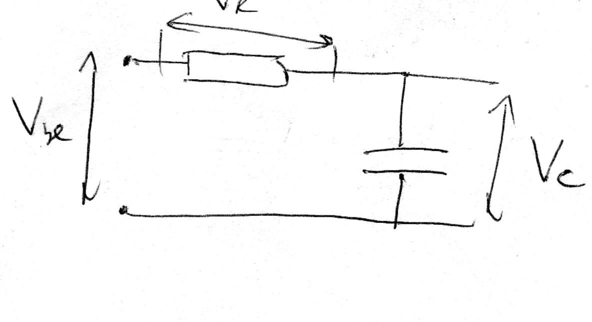
$$i_C = C\cdot\frac{d}{dt}L\frac{di_L}{dt} = LC\frac{d^2 i_L}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{1}{LC}i = 0 \Rightarrow$$ Harm. osc. $\omega^2 = \frac{1}{LC}$

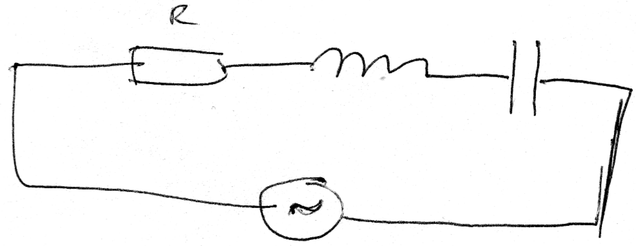
RC kör:

$\omega \gg \frac{1}{RC}$ frekvencián integráló áramkör a kapacitáson

$\omega \ll \frac{1}{RC}$ differenciáló áramkör az ellenálláson

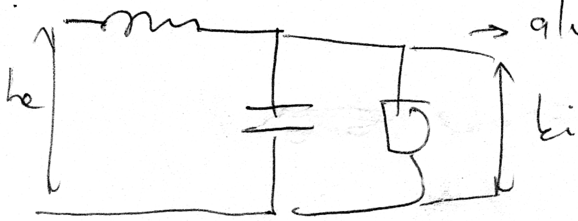


RLC:

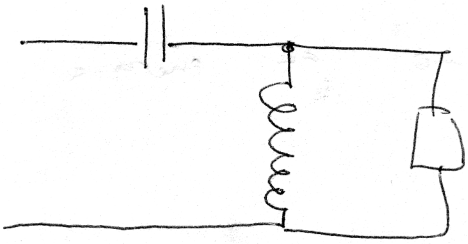


csillapított osc:

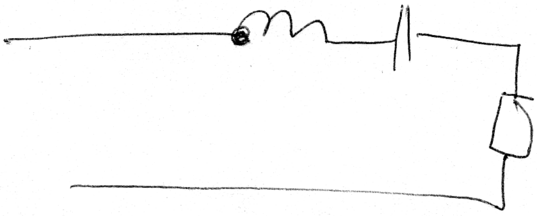
$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{di}{dt} + \frac{1}{LC}i = 0.$$



→ aluláteresztő szűrő



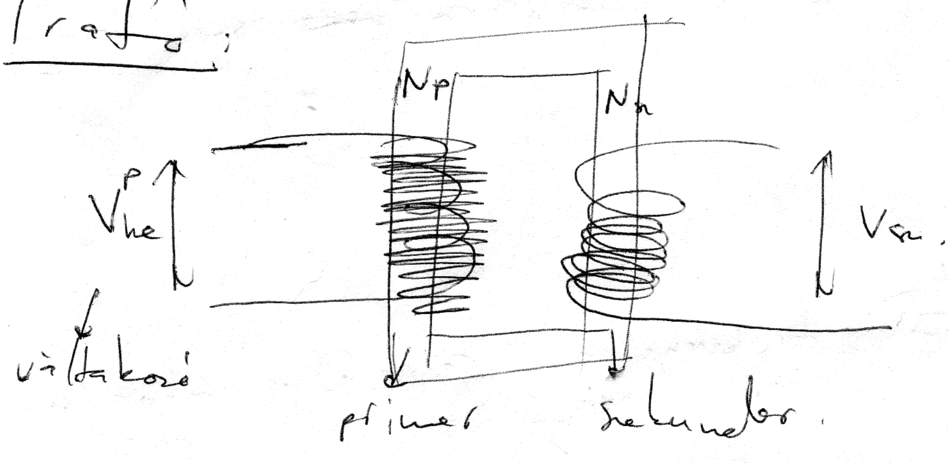
→ felüláteresztő



→ sávszűrő

stb.

Trafó:



váltó áram be => tekercsben mágnesesség változik => fluxus változik =>
=> szekunderben feszültség indukálódik.

$$V_{sz} = N_{sz}\frac{d\phi}{dt}$$ ideális esetben: $$V_p = N_p\frac{d\phi}{dt}$$

$$\frac{V_{sz}}{V_p} = \frac{N_{sz}}{N_p}$$