SZAKDOLGOZAT

# Elektronikus készülékek stand-by teljesítményfelvételének mérése

Szőke Kálmán Benjamin Fizika BSc., Alkalmazott fizikus szakirány III. évfolyam (bővített változat)



Témavezető:

PÁVÓ GYULA mérnök-oktató

Eötvös Loránd Tudományegyetem Atomfizikai Tanszék

2012

#### Abstract in English

The subject of my thesis is such a theme, which becomes more and more important worldwide, because of the incremental electrical energy consumption. This theme is the stand-by power consumption of the electrical devices. The main part of the sociaty is afraid of the stand-by power consumption, because on the basis of an estimate the Hungarian total electric consumption is equal to Europe's stand-by consumption.

It is hard to find scientific or even tabloid articles about stand-by power consumption, and the most of these do not measure it with correct phase, and only measure the total power. Toward the right result it is not enough to judge by only the effective values. It is essential to measure with correct phase information, because the most devices in stand-by status behave like inductive consumers because of the unload transformator of their power supply, and in this way they can considered to reactive consumers. This reactive consumption can not cause extra liability for the households, but the ohmic loss is still there in the electric network.

In the first half of my thesis I review the electromagnetic field's energy, and it's energy fluence, based on the Maxwell-equations. Furthermore I introduce the development's condition of the resistive-, the reactive- and the total power, then I discuss the opportunity to transfer energy by using three-phase electric system. I think it is important, to introduce the construction and gear of an usual power instruments, and I underline the rising energy-use of the world an the significant wastage of the electric energy-transport.

In the other part, I present a method for measuring the phase angle, which is costeffectively, safely, and sufficiently precise to measure the phase angle of two signals, ie the ratio of the electronic devices's resistive and total power. In this section I also give detailed information about the working of the components which were used in the configured measurement (IR-LED, photo-transistor, operational amplifier) and I introduce a software-evaluation method. Thanks to this method you could measure the ratio of the resistive and the total power, even if there are some irregular signals, and you could do this with free softwares.

#### Kivonat

A szakdolgozatomban egy olyan témával foglalkozok, ami manapság az állandóan növekvő elektromos energia igény miatt már világszerte kezd igen foglalkoztatott téma lenni. Ez a téma az elektronikus készülékek készenléti teljesítményfelvétele, vagy másképp említve a stand-by teljesítményfelvétel. A társadalom jelentős részében komoly félelem van a stand-by teljesítményfelvétel miatt, mivel egy elterjedt becslés szerint a magyar elektromos fogyasztás megegyezik az európai stand-by fogyasztással.

A stand-by teljesítmény helyes méréséről elvétve találni tudományos vagy akár bulvár cikket, többnyire ezekben nem mérik ezt fázis helyesen, és csak látszólagos teljesítményt mérnek. A helyes eredmény érdekében nem elegendő csak az effektív értékekből következtetni a stand-by teljesítményfelvételre. Elengedhetetlen a fázishelyes mérés, mert a legtöbb stand-by állapotban lévő fogyasztó induktív fogyasztóként viselkedik a tápegységük terheletlen transzformátora miatt és így meddő fogyasztónak tekinthető. Ez a meddő fogyasztás a háztartásokra plusz kiadást nem jelenthet, de az ohmos veszteség ettől még jelen van ekkor is az elektromos hálózatban.

A szakdolgozatomban első felében áttekintem elektromágneses tér energiáját, és ennek energia áramlását a Maxwell-egyenletektől kiindulva, továbbá bemutatom a hasznos-, meddő- és látszólagos teljesítmény létrejöttének feltételeit, és az elektromos energia átvitelének lehetőségét háromfázisú energiaszállítással. Ismertetem a szokásos teljesítménymérő felépítését és működését, és rámutatok a növekvő energiaigényre és arra, hogy az elektromos energia a szállítás során jelentős veszteséget szenved.

A további részben bemutatok egy olyan fázisszög-mérő eljárást, amivel költséghatékonyan, biztonságosan, kellően pontosan lehet mérni két jel fázisszögét, vagyis az elektronikus készülékek hasznos- és látszólagos teljesítményének arányát ( $\cos \varphi$ ). Ebben a részben még részletesen tárgyalom a mérési kialakításban felhasznált alkatrészek működését (műveleti erősítő, infra-LED, fototranzisztor), és bemutatok egy olyan szoftveres kiértékelést, aminek köszönhetően szabálytalan jelalakoknál is mérhető a hasznos- és a látszólagos teljesítmény aránya, akár ingyenes szoftverekkel is.

#### Köszönetnyilvánítás

Ezúton is szeretném megköszönni Pávó Gyulának, hogy elvállalta a témavezetést. Ezenkívül köszönöm mindazoknak, akik elolvasták a készülő dolgozatot és megjegyzéseikkel segítették annak befejezését.

Budapest, 2012. december 17.

# Tartalomjegyzék

1.	Bevezetés					
	1.1.	Célkitűzés	1			
2.	Iroc	lalmi áttekintés	<b>2</b>			
	2.1.	Elektromágneses tér energiája	2			
	2.2.	Elektromágneses energia áramlása	4			
		2.2.1. Az energia áramlás az áramforrástól a fogyasztóig $\ \ldots\ \ldots\ \ldots$	5			
		2.2.2. Az áram teljesítménye a Poynting-vektor segítségével $\ .\ .\ .$	6			
	2.3.	Kvázi-stacionárius áram	7			
		2.3.1. Távvezeték differenciálegyenlete	7			
		2.3.2. Kényszerrezgés soros RLC áramkörben	9			
		2.3.3. A váltakozó áram teljesítménye	11			
		2.3.4. Teljesítmény átlagértéke, hatásos teljesítmény	13			
		2.3.5. Látszólagos és meddő teljesítmény	13			
	2.4.	2.4. Villamos energia felhasználás				
		2.4.1. Villamos energia szállítás módja	15			
		2.4.2. Villamos energia veszteség	17			
	2.5.	Hagyományos mérőeszköz	18			
		2.5.1. Indukciós fogyasztásmérő, villanyóra	18			
3.	Mér	rőkészülék elemei	19			
	3.1.	Optocsatoló	19			
		3.1.1. Fénykibocsátó dióda LED	21			
		3.1.2. Fototranzisztor	22			
	3.2.	Leválasztó erősítő	24			
4.	Mér	rés és kiértékelés	25			
	4.1.	Mérési módszer és kapcsolási rajz	25			
	4.2.	Mérés és kiértékelés	27			
		4.2.1. Mérés és kiértékelés MATLAB-ban	27			
		4.2.1.1. A hatásos teljesítmény és a fázisszög meghatározása.	29			
		4.2.2. Mérés és kiértékelés C++-ban	31			
		4.2.2.1. A hatásos teljesítmény és a fázisszög meghatározása.	33			

4.2.3.	Soundca	rd Scope	34
	4.2.3.1.	A hatásos teljesítmény és a fázisszög meghatározása .	35
5. Összegzés			36
Melléklet			37
Hivatkozások			51
Nyilatkozat			53

# Ábrák jegyzéke

2.1	Poynting-vektor térben	4
2.2	Energia terjedés	5
2.3	Vezetők elektromos tere	6
2.4	Távvezeték $dx$ hosszúságú szakasza	8
2.5	Soros RLC áramkör	10
2.6	Váltakozó áram teljesítménye	12
2.7	Teljesítmény-háromszög	15
2.8	Szimmetrikusan terhelt háromfázisú teljesítmény	16
2.9	Villamos energia-mérleg (1990-2010), hálózati és transzformátor-vesz-	
	teség, felhasználás összesen (táblázat a mellékletben)	17
2.10	Indukciós fogyasztásmérő	19
3.1	Félvezetők relatív érzékenysége [1]	20
3.2	Optocsatoló [2] $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	20
3.3	Szembenálló, egysíkú elrendezés [2]	21
3.4	Optocsatoló kapcsolási rajza	21
3.5	Elektron-lyuk rekombináció [3]	22
3.6	Fénykibocsátó dióda [4]	22
3.7	Fototranzisztor energiasáv diagramja [3]	23
3.8	Fototranzisztor [4]	23
3.9	Analóg jel optikai átvitele [5]	24
4.1	Kapcsolási rajz, 4 N28 $[6]$ típusú optoc satolóval és LM324 $[7]$ műveleti	
	erősítővel	25

4.2	Blokkvázlat	26
4.3	Mérés elrendezése	26
4.4	Kezelőfelület MATLAB-ban	28
4.5	Két 50 Hz-es szinusz jel amplitúdó spektruma	29
4.6	Eredmények vizualizációja MATLAB-ban	31
4.7	Két 45°-os fáziskülönbségű szinusz kiértékelt eredménye	33
4.8	Soundcard Oscilloscope (kezelő felület)	34
4.9	Soundcard Oscilloscope (jelgenerátor kezelő felülete)	35

# Táblázatok jegyzéke

4.1	Kiértékelt fázisszög és hatásos teljesítmény	36
5.1	Villamosenergia-mérleg (1990-2010) [millió kWh] [8]	37

#### 1. Bevezetés

A növekvő technológiai fejlődés és népesség, valamint az egyre növekvő igényünk a kényelem iránt mind azt eredményezi, hogy a világon egyre több energiára van szükségünk. A lakossági energiafogyasztás ágazata komoly fogyasztónak számít hazánkban, így ennek a növekvő energiaigénynek egyre jelentősebb hányadát a lakossági fogyasztás adja. A tudatos energiafelhasználás, és ezen belül elsősorban a készenléti állapot (Stand-by) által okozott többletfogyasztás csak az elmúlt évtizedekben lett egyre fontosabb téma, mivel ennek a fajta többletfogyasztásnak az ára a háztartásokat terheli főleg. Napjainkban tehát kérdés lehet az hogy ennek a készenléti teljesítménynek mekkora része hatásos, látszólagos vagy éppen meddő.

#### 1.1. Célkitűzés

A szakdolgozat célja a hatásos és a látszólagos teljesítmény viszonyának mérése egy saját fázisszög-mérő berendezéssel. Fő elvárás az volt hogy olyan olcsó, néhány ezer forintba kerülő alkatrészekből legyen kialakítva a mérés amelyekkel a fázistényező egy adott fogyasztón megmérhető igen biztonságosan és kellően pontosan akár egy otthoni felhasználónak is ingyenes szoftverekkel.

## 2. Irodalmi áttekintés

#### 2.1. Elektromágneses tér energiája

A Maxwell-egyenletekben adott a töltés ás az árameloszlás az idő és hely függvényében, az  $\boldsymbol{E}$ ,  $\boldsymbol{D}$ ,  $\boldsymbol{B}$ ,  $\boldsymbol{H}$  elektromágneses térre jellemző mennyiségek viszont ismeretlenek.  $\boldsymbol{E}$  és  $\boldsymbol{D}$  valamint  $\boldsymbol{B}$  és  $\boldsymbol{H}$  nem független egymástól, izotrop közeg esetén az alábbi összefüggések igazak rájuk.

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \boldsymbol{E} \tag{2.1}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 \mu_r \boldsymbol{H} \tag{2.2}$$

Kezdésként vizsgáljuk az elektromágneses térre vonatkozó energia megmaradásának tételét. Feltételezzük azt hogy a közeg amelyben az elektromágneses teret vizsgáljuk az homogén izotrop, mivel így a közegre jellemző mennyiségeket ( $\varepsilon_r$ ,  $\mu_r$ ,  $\sigma$ ) állandóknak vehetjük.

$$rot\boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$
(2.3)

$$rot \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \tag{2.4}$$

Az I. és III. Maxwell-egyenlet differenciális alakja a feljebb látható 2.3 és 2.4 egyenletek. Az I. egyenletet  $(-\mathbf{E})$ -vel, a III. egyenletet  $(+\mathbf{H})$ -val skalárisan szorozzuk és a két eredményt adjuk össze. Az így kapott egyenlet egy kissé átrendezve a következő:

$$Hrot E - Erot H = -H \frac{\partial B}{\partial t} - E \frac{\partial D}{\partial t} - EJ$$
(2.5)

A  $div(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{H}rot\mathbf{E} - \mathbf{E}rot\mathbf{H}$  vektoranalízisből ismert azonosságot valamint a 2.1 és 2.2 egyenleteket felhasználva tovább alakíthatjuk az egyenletet.

$$div\left(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\varepsilon_{0}\varepsilon_{r}E^{2} + \frac{1}{2}\mu_{0}\mu_{r}H^{2}\right) - \boldsymbol{E}\boldsymbol{J}$$
(2.6)

A továbbiakban az egyenlet két oldalát egy tetszőlege térfogatra integráljuk, és felhasználjuk a Gauss-Osztrogradszkij-tételt a  $\int_{V} div \left( \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H} \right) dV$  integrál tagra. Eredményűl az így kapott egyenlet végül az elektromágneses térre vonatkozó energia megmaradásának tétele, mivel a kapott integráloknak konkrét fizikai jelentésük van.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} \left( \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 + \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r H^2 \right) \, dV = -\int_{V} \boldsymbol{E} \boldsymbol{J} \, dV - \oint_{f} \left( \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H} \right) d\boldsymbol{f} \tag{2.7}$$

A bal oldalról az első integrálon belüli tag  $(\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2 + \frac{1}{2}\mu_0\mu_r H^2)$  az elektromos és a mágneses energiasűrűség összege, vagyis az elektromágneses tér energiasűrűsége. A kapott egyenlet bal oldala tehát a V térfogatban lévő elektromágneses energia időegység alatt történő megváltozását jelenti. Az egyenlet jobb oldala azokat a hatásokat kell hogy tartalmazza amelyek következtében ez megváltozik.

Most a továbbiakban a jobb oldalon lévő tagok fizikai jelentését értelmezzük. Vonalszerű vezető esetén (dV = A dl) a jobb oldalon az első integráltag könnyen elvégezhető.

$$\int_{V} \boldsymbol{E}\boldsymbol{J} \, dV = \int_{V} \frac{\boldsymbol{J}^{2}}{\sigma} \, dV = \oint_{L} \frac{I^{2}A}{\sigma A^{2}} \, dl = I^{2} \oint_{L} \frac{dl}{\sigma A} = I^{2}R \tag{2.8}$$

Az integrál eredménye azt adja, hogy ez a tag az idő és a térfogategységre vonatkoztatott Joule-hőt jelenti. Az egyenletben láthatjuk hogy ez a tag negatív előjelű, ami annyit tesz, hogy ez a hő az elektromágneses tér energiáját fogyasztja.

A jobb oldal második tagja az integrálási térfogat felületén egységnyi idő alatt kiáramló energia. Az integrálon belül definiált ( $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$ ) vektort  $\boldsymbol{S}$ -el szokás jelölni valamint dimenziója  $\frac{W}{m^2}$ . Ezt a vektort az energiaáramlás, energiasugárzás vektorának vagy Poynting-vektornak nevezzük.

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H} \tag{2.9}$$

$$\oint_{f} \boldsymbol{S} d\boldsymbol{f} = \oint_{f} \left( \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H} \right) d\boldsymbol{f}$$
(2.10)

Fizikai értelme csak a 2.10 egyenletnek van, azaz csak a Poynting-vektor egy zárt felületre vett integráljának. Ez az integrál egy adott térfogatból a sugárzás útján eltávozott teljesítményt adja meg, vagyis az f felületen keresztülhaladó elekt-



2.1. ábra: Poynting-vektor térben

romágneses energiafluxust [9].

$$|\mathbf{S}| = |\mathbf{E}| |\mathbf{H}| \sin \alpha \tag{2.11}$$

A 2.6 és a 2.10 összefüggések alapján tehát az elektrodinamika energiatétele differenciális 2.12 és integrális 2.13 alakban az alábbiak.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \boldsymbol{E}\boldsymbol{J} + div\boldsymbol{S} = 0 \tag{2.12}$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_{V} u \, dV = \int_{V} \boldsymbol{E} \boldsymbol{J} \, dV + \oint_{f} \boldsymbol{S} \, d\boldsymbol{f}$$
(2.13)

Ebben a fejezetben az elméleti tárgyalást az [10], [11] és a [9] alapján mutattam be.

#### 2.2. Elektromágneses energia áramlása

Az energiamegmaradás törvényét kifejező 2.7 egyenlet bevezetése szerint az energia nem a vezetővel és a rajta levő töltéssel kapcsolatos, hanem az  $\boldsymbol{E}$  és  $\boldsymbol{H}$  elektromágneses térerősségekkel. Az energia szállítása is csak az  $\boldsymbol{E}$  és  $\boldsymbol{H}$  térerősségvektorokkal van összefüggésben vagyis az elektromágneses sugárzás Poynting-vektorával.

Tehát az energia nem a vezetőben, hanem a vezetőt körülvevő dielektrikumban

terjed, valamint az energiaáramlásnak az S Poynting-vektor segítségével történő leírása általánosabb érvényű, mint az, hogy az energia áramlása a töltések mozgásával kapcsolatos. Ezt az értelmezést a [11] alapján mutatom be az alábbi két alfejezetben.

#### 2.2.1. Az energiaáramlás az áramforrástól a fogyasztóig

Tételezzük fel, hogy a vezetékek, amivel a feszültségforrás és a fogyasztó össze van kötve ideális vezetőkből állnak, vagyis végtelen nagy vezetőképességgel ( $\sigma$ ) rendelkeznek. Így az áramsűrűség (J) csak akkor lehet véges, ha E = 0. Ekkor a vezető belsejében S = 0, mert az E elektromos erővonal mindenütt merőlegesek a vezetékek felületére, vagyis a vezető belsejében nincs energia és teljesítményszállítás. Ilyenkor az S Poynting-vektor párhuzamos a vezetővel. Az eredmény az, hogy az energia nem a vezetőben, hanem a vezetéket körbevevő dielektrikumban a vezeték felületével párhuzamosan terjed.

Ha a vezető véges elektromos vezetőképességű ( $\sigma$ ), akkor az E elektromos erővonalak nem merőlegesek a vezető felületére, ebben az esetben az áram irányába kissé megdőlnek. Ennek következtében az S vektor sem lesz párhuzamos a vezetékkel. Az S vektor párhuzamos komponense a vezetékkel ( $S_x$ ) szállítja az energiát, a vezető belseje felé mutató komponens pedig ( $S_y$ ), ez a komponens a vezető oldalfelületén beáramló energia, ez a vezetőben keletkező Joule-hőt fedezi.



2.2. ábra: Energia terjedés

#### 2.2.2. Az áram teljesítménye a Poynting-vektor segítségével

Az áramforrást a fogyasztóval összekötő vezetékpár legyen két hosszú, elhanyagolható ellenállású vezetőszalag, és síkjaik legyenek párhuzamosak egymással. A köztük lévő távolság legyen (a) ami elegendően kicsi a vezetőszalagok szélességéhez képest (b). Ez azt eredményezi, hogy az E elektromos erővonalak, és B indukció vonalak a szalagok közötti térrészben sűrűsödnek össze, és itt homogénnek tekinthetők. A térrészen kívül ezek így elhanyagolhatók.



2.3. ábra: Vezetők elektromos tere

Amper-féle gerjesztési törvényből:

$$\oint \boldsymbol{B} \, dr = |\boldsymbol{B}| \, b = \mu_0 I \tag{2.14}$$

$$\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H} \tag{2.15}$$

$$|\boldsymbol{H}| = \frac{I}{b} \tag{2.16}$$

Az elektromos térerősségel kifejezve a feszültség:

$$U = |\mathbf{E}| a \tag{2.17}$$

A vezetők ellenállását elhanyagolhatónak tekintettük, így az S Poynting-vektor párhuzamos a szalagpárral, és a fogyasztó felé mutat, nagyságát az E és H me-

rőlegessége miatt a két vektor abszolút értékének szorzata adja meg.

$$\boldsymbol{S}| = |\boldsymbol{E}| \cdot |\boldsymbol{H}| = \frac{IU}{ab}$$
(2.18)

Az időegység alatt átáramló energia:

$$P = |\mathbf{S}| \cdot A = |\mathbf{E}| |\mathbf{H}| ab = UI \tag{2.19}$$

#### 2.3. Kvázi-stacionárius áram

#### 2.3.1. Távvezeték differenciálegyenlete

Ebben a fejezetben azt az elméleti eredményt mutatom be, ami nagymértékben hozzájárult ahhoz, hogy a váltakozó áramú rendszer fontos szerepet kapjon a villamos energia szállításában.

Az egyszerűbb tárgyaláshoz célszerűbb a Faraday-féle indukciós törvényt valamint a töltésmegmaradási törvényt kifejező folytonossági egyenletet alkalmazni. A két párhuzamos vezető egymástól való távolsága legyen kicsiny a gerjesztő váltóáram hullámhosszához képest, és ettől a hullámhossztól legyen legalább néhányszorosan nagyobb a vezetékrendszer hossza. Továbbá feltételezzük még azokat hogy a vezetőben folyó I(x) áram egyenlő nagyságú és ellenkező irányú a másik vezetőben folyó árammal, és a vezető mentén az ellenállás, induktivitás, kapacitás, és átvezetés egyenletesen oszlik el, vagyis a távvezetéket elosztott paraméterű hálózatnak vesszük. Ezekkel a feltételekkel tehát legyen a vezeték kapacitása hosszegységenként C (farad/m), induktivitása L (henry/m), ellenállása R ( $\Omega/m$ ), átvezetése G (Siemens/m). Mivel az áramerősség a vezeték hossza mentén változik, mi a vezetéknek az x helyen lévő olyan rövid dx hosszú darabját fogjuk vizsgálni, amely mentén az áramerősség állandónak vehető.

Alkalmazzuk a Faraday-féle indukciós törvényt és legyen az AD pont között a feszültség u(x,t) valamint a BC között  $u(x,t) + \frac{\partial u}{\partial x} dx$ .

$$\oint \boldsymbol{E} \, d\boldsymbol{l} = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \tag{2.20}$$

Az AB és CD pontok között a feszültség mind  $i\frac{R}{2}dx$  feszültséggel egyenlő. A térerős-



2.4. ábra: Távvezeték dx hosszúságú szakasza

ség vonalintegrálja pedig a vezetők belsejében az Ohm-féle feszültséggel lesz egyenlő.

$$\oint \boldsymbol{E} \, d\boldsymbol{l} = i\frac{R}{2}dx + u\left(x,t\right) + \frac{\partial u}{\partial x}dx + i\frac{R}{2}dx - u\left(x,t\right) = -\frac{\partial\phi}{\partial t} \tag{2.21}$$

$$\phi = Ldx \cdot i \tag{2.22}$$

A két vezeték egymáshoz közel van, így a mágneses erővonalkép kialakításában csak a vizsgált ABCD pontokhoz közel lévő vezetők árama vesz részt. Ezért az ABCD által határolt fluxus lineárisan arányos az áramerősséggel 2.22.

A 2.21 egyenletet tovább rendezve a következőt kapjuk.

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = Ri + L\frac{\partial i}{\partial t} \tag{2.23}$$

Eredményül azt láthatjuk hogy a feszültség a vezeték mentén azért változik mert az Ohmos ellenálláson és az induktivitáson feszültségesés lép fel. Következőnek azt vizsgáljuk, hogy az áramerősség miért változik a vezető mentén. Ehhez először induljunk ki a töltésmegmaradási elvet kifejező folytonossági egyenletből.

$$\oint \boldsymbol{J} \, d\boldsymbol{f} = -\frac{\partial Q}{\partial t} \tag{2.24}$$

Az áram változás egyik oka hogy a két vezető között a feszültséggel arányos átvezetési áram (u(x,t) Gdx) folyik át, a másik oka pedig hogy az egyik vezetőn a dxszakaszon töltés halmozódik fel, vagy éppen ez a felhalmozódott töltés tűnik el. Így a dx szakaszon az időegység alatt a töltés megváltozás a következő egyenlettel írható le.

$$i(x,t) + \frac{\partial i}{\partial x}dx + u(x,t)Gdx - i(x,t) = -Cdx\frac{\partial u}{\partial t}$$
(2.25)

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = Gu + C\frac{\partial u}{\partial t} \tag{2.26}$$

A kapott 2.23 és 2.26 egyenleteket távíróegyenleteknek szokás nevezni.

Differenciáljuk x szerint ezeket az egyenleteket és utána külön külön a  $\frac{\partial i}{\partial t}$  és  $\frac{\partial^2 i}{\partial x^2}$  valamint  $\frac{\partial u}{\partial t}$  és  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  helyébe írjuk be a 2.23 és 2.26 egyenletekből adódó összefüggé-seket.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (RC + LG) \frac{\partial u}{\partial t} + RGu$$
(2.27)

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + (RC + LG) \frac{\partial i}{\partial t} + RGi$$
(2.28)

Eredményül két másodrendű parciális differenciálegyenletet kaptunk az u(x,t) és i(x,t) függvényekre. A gyakorlati szempontból a legfontosabb megoldásai ezeknek az egyenleteknek az időben és térben periodikus hullám megoldások. A komplex terjedési együttható:

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L) \left(G + j\omega C\right)} \tag{2.29}$$

A feszültséghullám általános megoldása:

$$u(x,t) = U_0^+ e^{j\omega t - \gamma x} + U_0^- e^{j\omega t + \gamma x}$$
(2.30)

Az áramhullám általános megoldása:

$$i(x,t) = I_0^+ e^{j\omega t - \gamma x} + I_0^- e^{j\omega t + \gamma x}$$
(2.31)

Ebben az alfejezetben az elméleti tárgyalást a [10] alapján mutattam be.

#### 2.3.2. Kényszerrezgés soros RLC áramkörben

A továbbiakban vizsgáljuk a soros RLC áramkört egy  $U = U_0 \sin(\omega t)$  gerjesztő feszültségforrással táplálva. Az áramkör a differenciál-egyenletét megoldva, fontos eredményeket kapunk a továbbiakban tárgyalt következő két fejezethez.



2.5. ábra: Soros RLC áramkör

$$U_R + U_L + U_C = U_0 \sin\left(\omega t\right) \tag{2.32}$$

A differenciál-egyenletet a differenciális Ohm-törvény és a Maxwell egyenletek segítségével lehet a legrészletesebben és legprecízebben bevezetni, de most az egyszerűség kedvéért csak a Kirchhoff-törvényeket használom fel a továbbiakban. A Kirchhoff második törvénye alapján a következő képen írható fel az áramkör differenciál-egyenlete:

$$RI + L\frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = U_0 \sin\left(\omega t\right)$$
(2.33)

Felhasználva  $I = \frac{dQ}{dt}$  összefüggést és a  $\beta = \frac{R}{2L}$  és  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  jelölést, további alakítás után az egyenlet teljesen megegyezik a mechanikában is ismert kényszerrezgés, állandó együtthatós, inhomogén másodrendű lineáris közönséges differenciálegyenletével [11].

$$\frac{d^2Q}{d^2t} + 2\beta \frac{dQ}{dt} + \omega_0^2 Q = \frac{U_0}{L}\sin\left(\omega t\right)$$
(2.34)

A differenciál-egyenlet általános megoldása a partikuláris megoldás és a homogén egyenlet megoldás összegéből tevődik össze  $Q(t) = Q_p + Q_h$ . A partikuláris megoldás a következő:

$$Q_p(t) = Q_0 \sin(\omega t - \psi) \tag{2.35}$$

A homogén egyenlet 2.36 és annak megoldása 2.37 a következő:

$$\frac{d^2Q}{d^2t} + 2\beta \frac{dQ}{dt} + \omega_0^2 Q = 0$$
 (2.36)

$$Q_h(t) = Q_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t - \alpha)$$
(2.37)

A homogén egyenlet megoldására egy exponenciálisan lecsengő, csillapított rezgést kapunk. Ez a megoldás hosszabb idő eltelte után eltűnik, vagyis elhanyagolhatónak tekinthető, így a stacionárius megoldása a 2.34 differenciál-egyenletnek a 2.35 partikuláris megoldás. Számunkra ebben a fejezetben az igen fontos eredményt a rezgőkörben folyó I(t) áram időfüggése adja. Ehhez az eredményhez a 2.35 egyenlet idő szerinti deriváltja szükséges:

$$\frac{dQ(t)}{dt} = \omega Q_0 \cos\left(\omega t - \psi\right) = I_0 \sin\left(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}\right)$$
(2.38)

$$I(t) = I_0 \sin(\omega t - \varphi) \tag{2.39}$$

Eredményként az láthatjuk, hogy  $\varphi = \psi + \frac{\pi}{2}$  fáziseltolás lép fel az I(t) áram és  $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$  feszültségforrás között. A fáziseltérés meghatározható az által, hogy a 2.33 egyenletet a komplex feszültségforrással  $(U_0 e^{j\omega t})$  ellátott alakban deriváljuk idő szerint, és ez után a rezgőkörben folyó áramot egy próbafüggvényként szintén komplex alakban  $(I_0 e^{j\omega t})$  behelyettesítjük [9].

$$L\frac{d^2I}{d^2t} + R\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}I = j\omega U_0 e^{j\omega t}$$
(2.40)

$$\tan\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \tag{2.41}$$

Az eredmény azt mutatja hogy az áramerősség és a feszültségforrás fázisa közötti különbség az önindukcióból származó fázis késésből és a kapacitásból származó fázis sietésből adódik [9]. A 2.41 alapján látszik, hogy ezt az  $R, X_L = \omega L$  és  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  viszonya szabja meg, vagyis a fogyasztó impedanciája.

$$U_R = RI_0 \sin\left(\omega t - \varphi\right) \tag{2.42}$$

$$U_C = \frac{Q_0}{C} \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) \tag{2.43}$$

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = \omega L I_0 \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$
(2.44)

#### 2.3.3. A váltakozó áram teljesítménye

A váltakozó feszültség hatására kialakuló váltakozó áram pillanatnyi teljesítménye a pillanatnyi feszültség és áram értékekből, valamint a köztük lévő fáziseltolásból származtatható, ahogy ezt az előző fejezet eredményéből kaptuk. Tehát a fogyasztón t időpillanatban átfolyó árammal i(t) és a pólusok közötti feszültséggel u(t) az alábbi módon határozhatók meg.

$$u(t) = U_0 \sin(\omega t) \tag{2.45}$$

$$i(t) = I_0 \sin(\omega t - \varphi) \tag{2.46}$$

$$P(t) = u(t) \cdot i(t) \tag{2.47}$$

A fogyasztó pillanatnyi teljesítménye:

$$P(t) = U_0 \sin(\omega t) \cdot I_0 \sin(\omega t - \varphi) = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos(\varphi) - \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos(2\omega t - \varphi) \quad (2.48)$$

Az áramnak a végzett munkája a P(t) görbe alatti területek adják, amik lehetnek pozitívak és negatívak is. Ahol P(t) pozitív ott a generátor energiát ad át a fogyasztónak, negatív részeken az energia csökken vagyis a fogyasztó energiát ad vissza a generátornak [11].



2.6. ábra: Váltakozó áram teljesítménye

#### 2.3.4. Teljesítmény átlagértéke, hatásos teljesítmény

A gyakorlatban a teljesítmény átlagértéke P igen fontos. Ezt úgy határozhatjuk meg, hogy a 2.48 egyenletben kapott P(t) pillanatnyi teljesítmény normált függvényét egy teljes periódusra azaz [0, T] intervallumra integráljuk.

$$P = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} P(t) dt$$
 (2.49)

$$P = \frac{U_0 I_0}{2T} \int_0^T \cos\left(\varphi\right) - \cos\left(2\omega t - \varphi\right) \, dt = \frac{U_0 I_0}{2T} \left[T\cos\left(\varphi\right) - \frac{\sin\left(2\omega t - \varphi\right)}{2\omega}\right]_0^T \tag{2.50}$$

$$P = \frac{1}{2} U_0 I_0 \cos\left(\varphi\right) = U_{eff} I_{eff} \cos\left(\varphi\right)$$
(2.51)

$$P_h = U_{eff} I_{eff} \cos\left(\varphi\right) \tag{2.52}$$

A 2.52 eredmény azt mutatja, hogy a hatásos teljesítményt megkaphatjuk az áram és a feszültség effektív értékéből, valamint az áram és a feszültség között lévő fáziskülönbségből ( $\varphi$ ). Az egyenletet elemezve azt kapjuk, hogy P akkor maximális, ha  $\cos(\varphi) = 1$  vagyis a  $\varphi$  fáziskülönbség nulla. Ha  $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$  akkor P = 0, ez a teljesítmény nélküli áram, ekkor csak meddő teljesítményről beszélünk [11].

#### 2.3.5. Látszólagos és meddő teljesítmény

A látszólagos teljesítménynek fizikai jelentése nincs, definíció szerint a feszültség és az áram effektív értékeinek szorzata.

$$P_l = U_{eff} I_{eff} \tag{2.53}$$

Ez a teljesítmény azzal a hatásos teljesítménnyel egyezik meg, ahol egy adott  $U_{eff}$  és  $I_{eff}$  mellett  $\cos(\varphi) = 1$ . A  $\cos(\varphi)$  a hatásos és a látszólagos teljesítmény viszonyát adja meg, ezt a teljesítménytényezőnek nevezzük, valamint ez a teljesítménylengést jellemzi.

$$\cos\left(\varphi\right) = \frac{P_h}{P_l} \tag{2.54}$$

A teljesítmény lengő részének nagyságát a pillanatnyi teljesítmény 2.48 második

tagja adja meg.

$$U_{eff}I_{eff}\cos\left(2\omega t - \varphi\right) \tag{2.55}$$

A pillanatnyi teljesítmény maximuma és minimuma:

$$P(t)^{max} = U_{eff} I_{eff} \left(1 + \cos\varphi\right) \tag{2.56}$$

$$P(t)^{min} = -U_{eff}I_{eff}\left(1 - \cos\varphi\right) \tag{2.57}$$

Ezekből a relatív teljesítményamplitúdó:

$$\frac{P(t)^{max} - P_h}{P_h} = \frac{P_h - P(t)^{min}}{P_h} = \frac{1}{\cos(\varphi)}$$
(2.58)

A relatív lengés akkor a legkisebb, ha  $\cos \varphi = 1$ . Ilyenkor  $P(t)^{max} = 2P_h$  és  $P(t)^{min} = 0$ . Ez azt jelenti, hogy a pillanatnyi teljesítmény soha nem lesz nulla. A fogyasztó mindig felvesz, a generátor mindig lead teljesítményt. Valóságban egy fogyasztón az energia csak egy része használódik el, a másik része félperiódusonként a generátor és a fogyasztó között ide-oda leng.

A pillanatnyi teljesítmény más formában:

$$P(t) = U_{eff}I_{eff}\cos\varphi \cdot (1 - \cos 2\omega t) - U_{eff}I_{eff}\sin\varphi \cdot \sin(2\omega t)$$
(2.59)

$$P(t) = P_h \left(1 - \cos 2\omega t\right) - P_m \sin \left(2\omega t\right) \tag{2.60}$$

Ebben a formában a második tag a felesleges, vagyis meddő teljesítményt adja meg. Ez a teljesítmény periodikusan ingadozó, de átlagértékben nulla teljesítmény a fogyasztón [11].

$$P_m = U_{eff} I_{eff} \sin\left(\varphi\right) \tag{2.61}$$

A fenti összefüggésekből közvetlenül belátható, hogy a hatásos, meddő és látszólagos teljesítmények olyan háromszöget alkotnak, amelynek egyik szöge  $\varphi$ . A műszaki irodalomban ezeknek a teljesítmény viszonyoknak az ábrázolása leggyakrabban az úgynevezett teljesítmény-háromszögben történik, valamint formailag a mértékegységükben eltérnek egymástól [12].

$$P_h = U_{eff} I_{eff} \cos \varphi \ [W] \tag{2.62}$$

$$P_m = U_{eff} I_{eff} \sin \varphi \quad \text{[VAr]} \tag{2.63}$$

$$P_l = U_{eff} I_{eff}$$
 [VA] (2.64)



2.7. ábra: Teljesítmény-háromszög

#### 2.4. Villamos energia felhasználás

#### 2.4.1. Villamos energia szállítás módja

Mára már életünk minden területén nélkülözhetetlenné vált a villamos energia felhasználása. Fontossága mindenki számára akkor válik tudatossá, ha a minden nap megszokottnak vélt, és állandóan rendelkezésre álló energia valamiért rövidebb vagy hosszabb időre megszűnik. A villamos energia felhasználási helye, a nagyvárosok és egyéb települések, valamint ipari és mezőgazdasági termelő üzemek, amik általában tekintélyes távolságra lehetnek, így a villamos energiát vezetékekkel kell elszállítani gazdasági és környezet terhelési szempontok miatt.

Az így szükségessé vált nagyfeszültségű hálózatok feladata, az erőművekben nagy mennyiségben termelt villamos energiának az elszállítása nagyobb távolságokra. A termelés és a fogyasztás azonos feszültségen történt az elektromosság kereskedelembe való kerülésének első éveiben, ezért a távolság az erőmű és a fogyasztók között erősen behatárolt volt. Az U feszültséget szolgáltató generátor egy R ellenállású távvezetékkel van összekötve a fogyasztóval amin I áramerősség folyik, így a pillanatnyi effektív teljesítményből, ami UI, a távvezetéken  $I^2R$  teljesítmény hővé alakul át, ami természetesen veszteséget jelent. Továbbá még régen eredetileg egyenáramú energiatermelés létezett, ami nagyban megnehezítette a feszültség változtatást, amivel a veszteség csökkenthető lehetett volna. Tehát a feladat az volt, hogy az  $\frac{I^2R}{UI}$  arány csökkenjen. Az egyik megoldás a vezetékek R ellenállásának csökkentése, de a vastag vezetékek gazdaságilag nem előnyösek áruk, és a kiépítésük miatt. Így az a megoldás maradt, hogy az I áramerősséget csökkenteni kell az U feszültséget pedig növelni. A nagytávolságú átvitel érdekében, ezt a problémát a váltakozó árammal és transzformátorral lehetett megoldani, amit a Ganz Villamossági Gyár mérnökei (Déry Miksa, Bláthy Ottó Titusz és Zipernowszky Károly) alkottak meg 1885-ben [13].

A váltakozó áram nagy előnye tehát az egyenárammal szemben az, hogy feszültsége, illetve erőssége egyszerűen és széles tartományban átalakítható transzformátor segítségével. Ezért a háromfázisú áram a villamos energia ipari méretű előállításának, szállításának és felhasználásának alapja. A háromfázisú átvitel során, a három vezetéken ugyanolyan feszültségű és nagyságú váltakozó áram folyik, amelynek maximumai a periódusidő harmadával tér el egymáshoz képest. Nagy előnye hogy egy szimmetrikusan terhelt háromfázisú rendszer esetén teljesítménylüktetés nem lép fel, mivel a teljesítményének pillanatértéke időben nem változik és megegyezik az átlagteljesítménnyel [12].



2.8. ábra: Szimmetrikusan terhelt háromfázisú teljesítmény

#### 2.4.2. Villamos energia veszteség

Mint minden megszokott fizikai rendszerben, akár egy egyszerű mechanikai rendszer esetén is fellép energia disszipáció, vagyis energia veszteség. Ez a villamos hálózatok esetére is igaz, mivel itt is beszélhetünk veszteségről amikor a villamos energia eljut egy adott munkavégzéshez a fogyasztóig. A villamos energia felhasználás során ez a veszteség legfőbbképp erőművi önfogyasztásból, valamint hálózati és transzformátor veszteségekből lép fel a vezetékeken tapasztalható Joule-hő miatt. Ez a fajta veszteség hálózathasználati tarifák [14] (elosztói meddő energia díj, elosztói veszteség díj stb.) formájában meg is fizettetik a fogyasztóval.

Manapság már beszélhetünk egy olyan fajta "veszteségről" is ami már minden modern háztartásban előfordul. A modern szórakoztató elektronikai és számítástechnikai termékek szintén hozzájárulnak a többletfogyasztáshoz, ezek készenléti állapotban azaz stand-by állapotban jelentkező energiaigénye is számottevő lehet [15]. Ez a fogyasztók részéről egy akkor fellépő fogyasztás, amikor a készülék kikapcsolt állapotban van és ez nem tölti be tényleges fő funkcióját.



2.9. ábra: Villamosenergia-mérleg (1990-2010), hálózati és transzformátor-veszteség, felhasználás összesen (táblázat a mellékletben).

Ahogy látszik a 2.9 ábrán és a mellékletben megtekinthető 5.1 táblázatból az energia igény egyre csak növekszik, valamint manapság már a mindennapokban megszokottak az igen fejlett elektronikai eszköz használata, ezért fontos kérdés lehet, hogy ezeknek az eszközöknek a készenléti többletfogyasztása mekkora mértékű, és ennek mekkora részét számolja fel a villanyóra, vagyis egy adott eszköz a készenléti állapotban mennyire kapacitív vagy induktív jellegű fogyasztó.

#### 2.5. Hagyományos mérőeszköz

#### 2.5.1. Indukciós fogyasztásmérő, villanyóra

A villanyóra egyik fázistekercsét az áram, a másikat a feszültség táplálja. A sokmenetű  $L_1$  feszültségi tekercse és a fogyasztókkal sorosan kapcsolt  $L_2$  áramtekercse olyan mágneses teret kelt, ami a két vasmag közötti alumíniumtárcsát forgásba hozza a benne keletkező örvényáramok miatt. Ha a műszerben ohmos terhelésnél az áram és a feszültségfluxusok között  $\frac{\pi}{2}$ -es fáziseltolás van, akkor a tárcsa  $M_h$ hajtónyomatéka a  $P_h$  hatásos teljesítménnyel arányos.

$$M_h = Const \cdot UIcos\varphi = Const \cdot P_h \tag{2.65}$$

A fékező nyomatékot egy állandó fékezőmágnes biztosítja, ami a Lenz törvény alapján örvényáramú csillapítást okoz. Ez a fékező nyomaték arányos a tárcsa forgási sebességével.

$$M_f = Const \cdot \phi_m I = Const \cdot \phi_m^2 n = kn \tag{2.66}$$

A tárcsa tengelyéhez kapcsolódik egy számlálómű. A tárcsa forgási egyensúlyba akkor kerül, amikor a hajtó és a fékező nyomaték egyenlő. Így ha  $M_h = M_f$  akkor a tárcsa fordulatszáma a hatásos teljesítménnyel arányos. Tehát egy adott  $t_1$  idő alatt megtett  $n_1$  fordulatok száma, a villamos munkával arányos.

$$n_1 = \int_{0}^{t_1} n \, dt = Const \int_{0}^{t_1} P_h \, dt = W_1 \tag{2.67}$$



2.10. ábra: Indukciós fogyasztásmérő

- 1. áramtekercs
- 2. légrés
- 3. feszültségtekercs
- 4. tengely
- 5. alumínium tárcsa
- 6. állandó fékezőmágnes

# 3. Mérőkészülék elemei

#### 3.1. Optocsatoló

Az optocsatolók olyan elektronikus alkatrészek, amelyekkel egy terhelő áramkört egy vezérlőáramkör segítségével lehet vezérelni. Ezzel viszonylag kicsi kapcsolási áramokkal különböző teljesítményű alkalmazásokat lehet működtetni, másrészt biztosítani lehet a vezérlési és terhelési részek galvanikus leválasztását, hogy meghibásodás esetén megvédjük az alkatrészeket [2]. Tehát röviden olyan elektronikai egység, amely két galvanikusan nem összekötött áramkör között kapcsolatot hoz létre, és jeleket közvetít közöttük. Ez az optoelektronikai elem egy fénykibocsátó diódából (LED) és egy fototranzisztorból épül fel egy integrált áramköri tokozásban. Az Si fototranzisztor érzékenysége az infravörös tartományban a leghatásosabb, így a tokozásban a fényérzékelő mellé GaAs vagy AlGaAs fénykibocsátó dióda kerül kialakításra és ennek a hullámhossza általában 900 nm.



3.1. ábra: Félvezetők relatív érzékenysége [1]



3.2. ábra: Optocsatoló [2]

Kialakítás szerint megkülönböztetünk két fajtát, a szembenálló kialakítást, ami egymással szemben álló LED-el és fototranzisztorral, közvetlen optikai kapcsolattal van kialakítva, valamint az egysíkú elrendezést, ami egysíkban lévő LED-el és fototranzisztorral jellemezhető kialakítás. Itt a fénysugár az optikai kábel működési elve szerint visszaverődéssel jut el a vevőhöz. Az optocsatolóknak egyik fontos jellemzője

a közel lineáris  $\alpha = \frac{I_{ki}}{I_{be}}$  csatolási viszony amit a fényérzékelő határoz meg, valamint igen fontos jellemző még a bemenet és a kimenet közötti átütési szilárdság  $U_{ISO}$  ami általában kV nagyságrendű [1].



3.3. ábra: Szembenálló, egysíkú elrendezés [2]



3.4. ábra: Optocsatoló kapcsolási rajza

#### 3.1.1. Fénykibocsátó dióda LED

A LED működése során a kibocsátott fény az elektromos energiával létrehozott kölcsönhatás eredménye. A világító dióda felépítése hasonló az egyenirányító dióda felépítéséhez, azt is mondhatni ez egy rétegdióda, melyben p-n átmenet található [3]. A diódában nyitóirányú áram hatására az n réteg többségi töltéshordozói amik az elektronok a p rétegben lévő lyukakkal rekombinálódnak. Ekkor az elektronok a vezetési sáv energiaszintjéről  $E_C$  legerjesztődnek a vegyértéksáv elektron szintjére  $E_V$ , és ekkor a két energia különbség között lévő  $E_{GAP}$  energiának megfelelő sugárzás bocsátódik ki. Ezt az energiakibocsátás fajtát a LED p-n átmenetének speciális kialakítása határozza meg. Az ekkor kibocsátott foton sugárzás spektruma széles határok között változhat attól függően, hogy milyen összetételű a vegyület félvezető, és milyen adalékanyagokat tartalmaz [16]. A legelső LED-ek infravörös tartományban bocsátottak ki, ezek GaAs félvezetők voltak [17].



3.5. ábra: Elektron-lyuk rekombináció [3]



3.6. ábra: Fénykibocsátó dióda [4]

#### 3.1.2. Fototranzisztor

Felépítésük megegyezik a bipoláris tranzisztorok felépítésével, azaz az emitter, bázis, és kollektortartomány jól elkülöníthető. Az eltérés csak abban mutatkozik meg, hogy a fototranzisztorok működését fény vezérli. A bázis-kollektor kiürülési tartomány közelében elnyelődő fénysugár által generált lyukak  $(I_{ph})$  a maximális  $E_V$  energia szinthez áramlanak, majd itt a bázis rétegnél csapdában esnek. Az itt lévő pozitív töltés felhalmozódás csökkenti a bázis tartomány  $E_V$  és  $E_C$  energiáját, és ez az energia szint csökkenés azt teszi lehetővé hogy az elektronok nagy számban áramolhassanak az emmitter-ből a kollektor tartományba  $(\alpha_T I_{nE})$ . Ennek eredményében a fotonokkal vezérelhetjük a tranzisztoron átfolyó kollektor áramot. A fototranzisztorok különösen hasznosak optocsatolókhoz, mert a megvilágítás mértékének kisebb változásaira is jobban reagálnak mint fotodiódák, amik ugyan erre a célra használható eszközök. [3]



3.7. ábra: Fototranzisztor energiasáv diagramja [3]



3.8. ábra: Fototranzisztor [4]

#### 3.2. Leválasztó erősítő

A mérőkészülék az Ulrich Tietze, Christoph Schenk - Analóg és digitális áramkörök 25.1.3 fejezetében tárgyalt mérési módszer alapján készült. A kapcsolás alapja két-két invertáló erősítő, melyek között optikai átvitel van kialakítva.



3.9. ábra: Analóg jel optikai átvitele [5]

A teljesítmény méréshez szükséges fázisszög mérés ezzel az áramkörrel megvalósítható, még pedig úgy hogy az árammérés visszavezethető feszültség mérésre, és egyszerre mérjük a feszültség jelalakot és az áram jelalakot optocsatolós leválasztáson keresztül egy PC hangkártyájának vonalbemenetén, vagy egy oszcilloszkópon. Ezzel a megoldással elérhetjük a galvanikus leválasztást az adó és a vevő között, esetünkben a fogyasztó és a mérő között. Ez biztonsági okok miatt is igen fontos, valamint a FI-relé érintés védelme olyan, hogy a közös földű mérést lehetetlenné tenné, ha nem rendelkezünk galvanikus leválasztással, így ez a fajta leválasztás elkerülhetetlen a helyes működés érdekében.

Elengedhetetlen az is hogy a csatolás során a linearitás megmaradjon, ezért az optocsatoló lineáris hibájának javítására a ledeken átfolyó áramot úgy szabályozzuk, hogy a  $T_1$  referenciavevő fototranzisztor fotoárama egyenlő legyen a mért névleges értékkel. A negatív visszacsatolás miatt ez az  $I_{F1}$  áram a következő.

$$I_{F1} = \frac{U_f}{R_2} + \frac{U_1 - U_2}{R_1} \tag{3.1}$$

Tehát a hasznos jelet egy  $\frac{U_f}{R_2}$  állandó áramra ültetjük rá. A pontos működéshez kiemelten fontos hogy a referenciacsatolónak és a mérőcsatolónak használt két optocsatoló azonos legyen, mivel ekkor  $I_{F2} = I_{F1}$  valamint a kimeneti feszültség  $U_{ki} = \frac{R'_1}{R_1} (U_1 - U_2)$ , ha  $\frac{U_t}{R_2} = \frac{U'_t}{R'_2}$  [5].

## 4. Mérés és kiértékelés



#### 4.1. Mérési módszer és kapcsolási rajz

4.1. ábra: Kapcsolási rajz, 4 N28 [6] típusú optoc<br/>satolóval és LM324 [7] műveleti erősítővel

A mérés a 4.1 kapcsolás használásával végezhető el, még pedig úgy hogy két áramkört használunk fel, egyet a feszültség jelének mérésére egyet pedig az áramerősség jelének mérésére. A mérési adatrögzítés végezhető oszcilloszkóppal vagy egy számítógép hangkártyáján keresztül a vonalbemeneten. A mérés során az áramkör a galvanikus leválasztást biztosítja a fogyasztó és a mérőrendszer között.







4.3.ábra: Mérés el<br/>rendezése

#### 4.2. Mérés és kiértékelés

Az oszcilloszkópos mérés mellett a számítógépes adatrögzítés többféleképpen is elvégezhető. A továbbiakban bemutatom a saját magam fejlesztett szoftveremet a méréshez, ami MATLAB-ban és C++ nyelven is elkészült, valamint röviden ismertetek egy ingyenesen elérhető szoftvert erre a feladatra.

#### 4.2.1. Mérés és kiértékelés MATLAB-ban

Mérési feldolgozást a MATLAB-ban igen egyszerűen és hatékonyan végezhetünk a Simulink programcsomag segítségével. A saját mérési és jelfeldolgozó MATLAB szoftveremet viszont a Simulink programcsomag segítsége nélkül, egy lényegesen nehezebb és alacsonyabb szinten készítettem. A hangkártyán keresztüli méréshez és saját adatfeldolgozáshoz csak a MATLAB-ban elérhető alap függvényeket használtam fel, és a grafikus környezet elkészítéséhez a MATLAB GUI Editor-t használtam.

A mérés során a programnak képesnek kell lenni a feszültség és áram galvanikusan leválasztott jelalakjának mérésére a hangkártya kétcsatornás Line-in bemenetén, továbbá ezek frekvenciáját kell még meghatározni a további kiértékeléshez. A jelfeldolgozás során a program feladata a mért két periodikus jel fáziskülönbségének, fázistényezőjének, és hatásos teljesítményének meghatározása. A program az alábbi saját script és függvényfájlokból épül fel. Ezek forráskódja a mellékletként csatolt adathordozón megtekinthetők. A továbbiakban itt részletezem a jelfeldolgozás során betöltött feladataikat és funkciójukat.

fazis\_script.m freq.m GUI.fig GUI.m signal\_rec.m

A hangkártyán történő mintavételezés és lényegében a fő működés a signal\_rec függvény feladata. Bemenetén az Fs, time, bits, device értékek megadása lehetséges. Ezekkel definiálható a mintavételezési frekvencia, mérési idő hossza, a mért jel bitmélysége, és az eszköz azonosítója. Ezen programrész fő eleme az audiorecorder nevű MATLAB függvény, ami a beadott bementi értékek segítségével végzi el a hangkártya Line-in bemenetén való kétcsatornás rögzítést CH1 és CH2 vektorokba. Rögzítés után a következő lépés az adatfeldolgozás megkezdése a freq és fazis\_script függvények meghívásával, utolsó lépés pedig a mért adatok vizualizációja.

A program elindítása a GUI parancs megadásával történik a MATLAB parancssorában. A GUI.m és GUI.fig a grafikus felhasználói felületet állítja elő, és ez végzi a grafikus felületen keresztül a bemeneti paraméterek átadását a signal\_rec függvénynek, végül pedig még itt történik az eredmények exportálása szöveges és adatfájlba.

Record time	Input Device
Sampling frequency Hz 44100	Bits per sample C 8-bit C 16-bit C 24-bit
Save to data file Save to text file Save	Start Set default

4.4. ábra: Kezelőfelület MATLAB-ban

A kezelőfelületen a mérés elején választhatunk a GUI.m által automatikusan felismert bementi eszközökből, és választhatunk egy tetszőleges mérési időt, mintavételezési frekvenciát és akár egy tetszés szerinti bitmélységet 8bit, 16bit és 24bit között. A mérés végén a Set default gomb használatával visszatérhetünk a paraméterek alapbeállítására, és a Start gomb segítségével akár új mérést is indíthatunk így.

#### 4.2.1.1. A hatásos teljesítmény és a fázisszög meghatározása.

A freq és fazis\_script függvények végzik a hatásos teljesítmény és a fázisszög kiértékelését. A hangkártyán keresztül felvett periodikus jelek frekvenciáját kell először megállapítani a mérés során, ezt a freq függvény végzi. Bemenete az Fs, CH1, CH2 értékeket fogadja, ezek a mérés során beállított mintavételezési frekvencia, és a jobb és bal csatornán mért jelek. A freq függvény a frekvencia mérést Fourier transzformáció segítségével végzi. A mért periodikus jelek amplitúdó spektrumában egyértelműen megtalálható a legerősebb frekvencia komponens, ami a mért jelünk frekvenciája. Az algoritmus a CH1, CH2 vektorok Fourier transzformáltját állítja elő a MATLAB-ban megtalálható FFT (fast Fourier transform) segítségével, majd ennek abszolút-értékéből a legerősebb frekvencia komponenst kiválasztja, és a függvény ezzel a megtalált frekvencia értékkel tér vissza, ami a mért jelünk frekvenciáját adja meg.



4.5. ábra: Két 50 Hz-es szinusz jel amplitúdó spektruma

A fazis\_script függvény t, U, I, f értékeket várja a bemenetén. Ezek közül t a mérési mintavételezések vektora, vagyis azok az időpontok amikor mintát vettünk a jelből (ez a mérés elején beállított Fs mintavételezési frekvenciából, és a mérési időből egyszerűen előállítható). U és I vektorok a mért jelek, amik a rögzítés során CH1 és CH2 vektorba kerülnek rögzítésre. Az utolsó bementi f paraméter pedig a freq függvény visszatérési értéke, amely a mért jelek frekvenciája.

A kiértékelés a 2.49 és 2.52 egyenletek alapján végezhető el. Az algoritmusban törekedtem arra, hogy a lehető legtöbb periódusra történjen a 2.49 numerikus integrálása a trapéz módszerrel, ezért az első lépés az hogy a mérési időnkből meglehessen állapítani hogy hány k egész számú periódust tartalmaz. Ezzel a lehető leghosszabb intervallumra integráljuk a  $P(t) = U(t) \cdot I(t)$  pillanatnyi teljesítmény függvényünket, és így az eredmény pontossága nagymértékben javítható.

$$P = \frac{1}{kT} \int_{0}^{kT} P(t) dt$$
(4.1)

Az integrálás eredményéből a fázistényező már egyszerűen meghatározható a 2.52 egyenlet alapján. Utolsó lépésként így már csak az ehhez szükség U és I vektorok csúcsértékére  $(U_0, I_0)$  van szükség az integrálási tartományon belül.

$$\cos\left(\varphi\right) = \frac{2P}{U_0 I_0} \tag{4.2}$$

Az eredményeket a fazis\_script kiírja a MATLAB parancssorán keresztül, valamint ezeket az értékeket amelyek a fázistényező, fáziskülönbség és hatásos teljesítmény, visszatérési értékként a GUI.m scriptbe is átadja, ahol ezek kimentése így már lehetséges, a mérés végén már aktív Save gombok segítségével.



4.6. ábra: Eredmények vizualizációja MATLAB-ban

#### 4.2.2. Mérés és kiértékelés C++-ban

A saját fejlesztésű mérő szoftverem a hangkártyán keresztüli mérést a Windows core audio API segítségével végzi. Ennek a programozási interfésznek egy hivatalos, és nagyon részletes dokumentációja érhető el az msdn.microsoft.com fejlesztői weboldalon C, C++ és C# programozási nyelven. A Windows core audio API segítségével Windows Vista/7/8 operációs rendszerek alatt lehetőségünk van audio feldolgozó, rögzítő és lejátszó szoftverek fejlesztésére, az interfészben használható, Microsoft által nyújtott gyári könyvtárak segítségével.

A program az alábbi forrásfájlokból épül fel, melyek a csatolt adathordozón szintén megtekinthetők.

audiosink.cpp capture.cpp errors.cpp
fazis.cpp
fft.cpp
main.cpp

A hangkártyán keresztüli rögzítést az audiosink.cpp és capture.cpp valósítja meg. Az audiosink.cpp a rögzítés során négy funkciót tölt be. Itt történik a rögzítés közbeni buffer memóriatár feltöltése a mért intenzitás értékekkel, és ezek folyamatos kiolvasása egy itt lefoglalt store tömbbe. Ekkor a store tömbbe unsigned char adatok fogadása történik. 16 bites bitmélységű, kétcsatornás rögzítés esetén egy sampleben, vagyis egy mintavételezési pontban a rögzítéskor, négy darab 8bites értéket kapunk egymás után. Így egy sample-ben az első két 8bit adja meg az egyik csatorna mért intenzitását, a maradék másik két 8bit pedig a másik csatornáét. Az audiosink.cpp-ben a CharToInt nevű függvény az, ami ezekből a két 8bites adatokból összeállítja a csatornánként mért 16bites intenzitás értékeket. Lépésenként ez úgy történik hogy először az unsigned char értékeket int16-os számokká konvertálja, majd a kettes számrendszerben magasabb helyiértékeket betöltő előzőleg még 8bites sorozatot balra 8bittel eltolja. Ekkor sikeresen megtörténik az, hogy a mért 16bites érték felső 8 helviértéke a helvére kerül, és ez után már csak arra van szükség, hogy a másik 8 bites sorozattal (amin már szintén megtörtént a 16 bites konverzió) és az előbb eltolt értékekkel bitenkénti vagy műveletet hajtsunk végre. Végeredményben ekkor ezekkel a kettes számrendszerben reprezentálható műveletekkel elérjük azt, hogy kialakuljon a 16biten ábrázolt intenzitás érték. Az utolsó művelet ami még audiosink.cpp-ben történik az a fájl kiíratás, a WriteFileInt függvénnyel. Itt a CharToInt meghívása után az int16-os értékek -1 és 1 közötti double típusba konvertálódnak, majd megtörténik a két csatorna kiírása a record.dat fájlba.

A main.ccp-én keresztül a capture.cpp-ben történik a rögzítés paramétereinek ellenőrzése és beállítása, majd a rögzítés indítása. A programban itt van definiálva a rögzítési mód, hogy 16bites bitmélységben, 44100 Hz-es mintavételezéssel és két csatornán keresztül történjen a rögzítés PCM formátumban. A beállítás mellett ez mind ellenőrzésre is kerül, hogy a Windows-ban alapértelmezett rögzítő eszköz megfelel-e ezeknek az elvárásoknak. Amennyiben valamely paraméter nem támogatott, akkor a errors.cpp hibakezelés segítségével ez visszajeleződik. A helyes és hibamentes paraméterek beállítása után megkezdődik az **audiosink** által irányított rögzítés, és a mért adatok kiírása fájlba.

#### 4.2.2.1. A hatásos teljesítmény és a fázisszög meghatározása.

Ezek után már csak az adatok kiértékelése történik meg, ami a main.ccp-ben a ProcessData függvény hívásával indul el. Ez a függvény a fazis.cpp forrásfájlból hívódik meg. A fazis.cpp tartalmazza az összes olyan függvényt, amire szükség van a jelfeldolgozás során. A továbbiakban már a kiértékelés megegyezik a MATLAB-ban megismert kiértékeléssel. Itt is már az említett Fourier transzformálással határozom meg a mért jelem frekvenciáját a Numerical Recipes FFT függvénye segítségével, és a fázistényező, fáziskülönbség és hatásos teljesítmény számolás is ugyan azt az algoritmust követi mint a MATLAB-ban, csak itt most lényegesen nagyobb terjedelemben a C++ programnyelv miatt.

A program futtatása a Windows parancssori ablakában történik. Itt a felhasználónak meg kell adni a rögzítési idő hosszát, és ha szükséges megadhatja a felvétel hangerejét is. A mérés során a mért értékeke a **record.dat** fájlba mentődnek el, és a kiértékelés eredménye a Windows parancssorba kerül kiíratásra.

```
Press Ctrl+C to exit

Volume (0.0 to 1.0): 1.0

Record time: 10

Input Device: Vonalbemenet (VIA High Definition Audio)

Device format

Format is WAVE_FORMAT_EXTENSIBLE: 1 Channels: 2 Samples/sec: 44100 Bits/sample:

32

External format set

Format is WAVE_FORMAT_EXTENSIBLE: 1 Channels: 2 Samples/sec: 44100 Bits/sample:

16

AudioSink ready.

Capture started.

Capture started.

Capture started.

Everything is done?

Process Data start.

AudioSink deleted.

Signal frequency (f): 49.9638 [Hz]

Real power (P_real): 0.0164377 [W]

Phase difference (fi): 45.5403 [degree]

Phase factor (cos fi): 0.700407
```

4.7. ábra: Két 45°-os fáziskülönbségű szinusz kiértékelt eredménye

#### 4.2.3. Soundcard Scope

A Soundcard Scope [18] nevű szoftverrel is elvégezhető a mérés, amely saját otthoni használatra ingyenesen elérhető bárkinek több nyelven is, valamint pontos és áramköri izoláció mellett biztonságos is a mérés. Ez a program képes a hangkártya vonalbemenetén a megkívánt 44.1 kHz és 16 Bit-es felbontású adatrögzítésre.



4.8. ábra: Soundcard Oscilloscope (kezelő felület)

A méréshez elengedhetetlen galvanikusan leválasztó áramkör megépítése, ez a 4N28 [6] típusú optocsatoló nehéz beszerzése miatt csak egy példányban sikerült. A műanyag próbapanelen elkészült kapcsolást kipróbáltam jelgenerátor és oszcilloszkóp segítségévél. A tesztelés során az áramkör működése teljesen megfelelt a kívántnak, a galvanikus leválasztás teljes mértékben sikerült. A tesztek eredményeiről a mellékletben találhatóak fényképek.

A kiértékelés tesztelve lett szimulációval, amit a Soundcard Scope [18] program beépített jelgenerátorának segítségével végeztem el. A program a PC hangkártyát egy két csatornás jelgenerátornak szimulálja, és a hangkártya által generált jeleket a programmal saját magunk tudjuk szabályozni. Ezeknek a funkcióknak köszönhetően lehetőség van tetszőleges szinuszos jelek generálására különböző frekvenciával, amplitúdóval, és fáziskülönbséggel.



4.9. ábra: Soundcard Oscilloscope (jelgenerátor kezelő felülete)

#### 4.2.3.1. A hatásos teljesítmény és a fázisszög meghatározása.

A kiértékelés a 2.49 és 2.52 egyenletek alapján végezhető el. Erre a legalkalmasabb a Linux-on és Windows-on is elérhető ingyenes GNU Octave programcsomag, de alkalmas a feladatra akár egy egyszerű irodai táblázat kezelő program is. A Soundcard Scope-al való rögzítés után MATLAB-ban vagy az ingyenes GNU Octave-ban ezzel a rövid script segítségével kiértékelhetők a mért két periodikus jel fázistényezője. Az algoritmusban törekedtem arra hogy a lehető legtöbb periódusra történjen a 2.49 numerikus integrálása a trapéz módszerrel, a pontosabb értékek érdekében.

```
function fazis_script(t,U,I,f)
    T=1/f;
    x=1;
    k=floor(t(length(t))/T);
    while t(x)<=k*T
        x=x+1;
    end
    P_t=U(1:x).*I(1:x);
    int_t=t(1:x);</pre>
```

```
P=(1/(k*T))*trapz(int_t,P_t);
U_cs=max(U(1:x));
I_cs=max(I(1:x));
fi=radtodeg(acos((P*2)/(U_cs*I_cs)));
disp('P hatásos:');
disp(P);
disp('fi fáziskülönbség: ');
disp(fi);
```

end

szimulált fázisszög [°]	mért fázisszög [°]	mért hatásos teljesítmény $(P_h)$ [W]
10	9.9670	1.9145
20	19.6858	1.8263
30	29.9795	1.6838
40	40.0823	1.4873
50	49.9672	1.2504
60	59.9472	0.9735
70	69.9839	0.6654
80	80.0521	0.3358
90	90.0305	-0.0010

4.1. táblázat: Kiértékelt fázisszög és hatásos teljesítmény

# 5. Összegzés

Az optocsatolós leválasztás teljes mértékben sikerült, a tesztek során 47 Hz-től az 1 kHz-es frekvenciáig terjedő generált jelekre tökéletesnek mondható. Továbbá a szimulált kiértékelésből látszik, hogy a fázisszög és a hatásos teljesítmény eredménye jól vissza kapható a numerikusan integráló módszerrel. Ez a numerikus módszer azt a nagyon hasznos szempontot is megteremti, hogy ennek köszönhetően ez a mintavételenkénti módszer bármilyen jelalakra használható.

# Melléklet

Év	Ter- melés	Beho- zatal	Forrás összesen	Hálózati és transzfor- mátor-vesz.	Bel- földi fel- hasz.	Kivitel	Össz. fel- hasz.
1990	28 436	13 308	41 744	6 573	32 990	2 181	41 744
1991	29 963	8 409	38 372	6 369	30 956	1 047	38 372
1992	31 685	3 540	$35 \ 225$	5 407	29 745	73	35 225
1993	32 915	2 774	35 689	6 919	28 470	300	35 689
1994	33 515	2 955	36 470	6 809	28 739	922	36 470
1995	34 017	3 181	37 198	7 503	28 919	776	37 198
1996	35 102	6 178	41 280	7 422	29 877	3 981	41 280
1997	35 396	7 839	43 235	7 698	29 848	5 689	43 235
1998	37 188	3 974	41 162	7 846	30 082	3 234	41 162
1999	37 154	3 447	40 601	7 772	30 445	2 384	40 601
2000	35 191	6 196	41 387	7 480	31 150	2 757	41 387
2001	36 417	7 004	43 421	7 392	32 196	3 833	43 421
2002	36 158	7 624	43 782	7 083	33 332	$3 \ 367$	43 782
2003	34 145	11 439	45 584	6 754	34 330	4 500	45 584
2004	33 708	10 528	44 236	6 435	34  745	$3\ 056$	44 236
2005	35 755	11 809	47 564	6 463	35 519	5 582	47 564
2006	35 859	13 266	$49\ 125$	6 475	36 592	$6\ 058$	49 125
2007	39 959	14 278	$54\ 237$	6 698	37 247	10 292	54 237
2008	40 026	13 348	53 374	6 530	37 398	9 446	53 374
2009	35 908	14 760	50 668	6 168	35 253	9 247	$50\ 668$
2010	37 371	14 060	$51\ 431$	6559	$36\ 007$	8 865	51 431

5.1. táblázat: Villamos<br/>energia-mérleg (1990-2010) [millió kWh][8]



10°-os fázisszög



 $10^\circ\text{-}\mathrm{os}$ fázisszög Lissajous-görbéje



20°-os fázisszög



 $20^\circ\text{-}\mathrm{os}$ fázisszög Lissajous-görbéje



30°-os fázisszög



 $30^\circ\text{-}\mathrm{os}$ fázisszög Lissajous-görbéje



 $40^\circ\text{-}\mathrm{os}$ fázisszög



 $40^\circ\text{-}\mathrm{os}$ fázisszög Lissajous-görbéje



50°-os fázisszög



 $50^\circ\text{-}\mathrm{os}$ fázisszög Lissajous-görbéje



60°-os fázisszög



 $60^\circ\text{-}\mathrm{os}$ fázisszög Lissajous-görbéje



70°-os fázisszög



 $70^\circ\text{-}\mathrm{os}$ fázisszög Lissajous-görbéje



80°-os fázisszög



 $80^\circ\text{-}\mathrm{os}$ fázisszög Lissajous-görbéje



90°-os fázisszög



 $90^\circ\text{-}\mathrm{os}$ fázisszög Lissajous-görbéje



Elkészült áramkör - kép 1.



Elkészült áramkör - kép 2.



Elkészült áramkör - kép 3.



 Áramkör próba előtt



Áramkör próba



Jelgenerátor jele



Jelgenerátor jele és a galvanikus leválasztással át vitt jel az áramkör kimenetén

### Hivatkozások

- Dr. Schnell László. Jelek és rendszerek méréstechnikája. Műszaki Könyvkiadó, 1985
- [2] Weidmüller Kft., 2011. Relé- és optocsatolók Műszaki függelék
- [3] Simon M. Sze; Kwok K. Ng. Physics of Semiconductor Devices. John Wiley and Sons Ltd, 2006
- [4] Kovács Csongor. Elektronikus áramkörök. General Press, 2007
- [5] Ulrich Tietze; Christoph Schenk. Analóg és digitális áramkörök. Műszaki könyvkiadó, 1990
- [6] Vishay Semiconductors, 2010. 4N25, 4N26, 4N27, 4N28 Datasheet http://www.vishay.com/docs/83725/4n25.pdf
- Texas Instruments, 2004. LM124/LM224/LM324/LM2902 Low Power Quad Operational Amplifiers Datasheet http://www.ti.com/lit/ds/symlink/lm124-n.pdf
- [8] Központi Statisztikai Hivatal, 2011. Villamosenergia-mérleg (1990-) http://www.ksh.hu/docs/hun/xstadat/xstadat\_eves/i\_qe002.html
- [9] Dr. Nagy Károly. Elektrodinamika. Nemzeti Tankönyvkiadó, 1993
- [10] Simonyi Károly; Zombory László. Elméleti villamosságtan. Műszaki Könyvkiadó, 2000
- [11] Hevesi Imre. Elektromosságtan. Nemzeti Tankönyvkiadó, 1998
- [12] Dr. Frigyes Andor; Schnell László; Szita Iván; Dr. Tuschák Róbert. Elektrotechnika. Tankönyvkiadó Vállalat, 1961
- [13] Gergely István. Elektrotechnika. General Press, 2006
- [14] ELMŰ Hálózati Kft., 2012. Hálózathasználati tarifák http://halozat.elmu.hu/halozathasznalati-tarifak

- [15] Központi Statisztikai Hivatal, 2011. A fenntartható fejlődés indikátorai Magyarországon http://www.ksh.hu/docs/hun/xftp/idoszaki/fenntartfejl/fenntartfejl09.pdf
- [16] Vishay Semiconductors, 2000. Physics of Optoelectronic Devices http://www.vishay.com/docs/led\_physics.pdf
- [17] Sólyom Jenő. A modern szilárdtest-fizika alapjai II. ELTE Eötvös Kiadó, 2010
- [18] Christian Zeitnitz, 2011. Soundcard Oscilloscope v1.40 http://www.zeitnitz.de/Christian/scope

# NYILATKOZAT

Név: Szőke Kálmán Benjamin
ELTE Természettudományi Kar, szak: Fizika BSc
ETR azonosító: SZKRADT.ELTE
Szakdolgozat címe:
Elektronikus készülékek stand-by teljesítményfelvételének mérése

A **szakdolgozat** szerzőjeként fegyelmi felelősségem tudatában kijelentem, hogy a dolgozatom önálló munkám eredménye, saját szellemi termékem, abban a hivatkozások és idézések standard szabályait következetesen alkalmaztam, mások által írt részeket a megfelelő idézés nélkül nem használtam fel.

Budapest, 2012 december 17.

a hallgató aláírása